

01 求电场强度

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

求 dq 时, 可以借助线密度 $dq = \lambda dl$, 面密度 $dq = \sigma dS$, 体密度 $dq = \rho dV$ 。

解决环状问题时, 有公式: $dl = R d\theta$ 。

02 求电场强度的典型结论

- 长为 L 的直棒中点距离为 x 、半角为 θ 处: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \sin\theta_0 \cdot \vec{i}$

- 长为 λ 、半径为 R 的弧形棒、半角为 θ 处: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin\theta_0$

- 带电无限大平板: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

- 带电无限长直线: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$

03 电通量

$$\Phi_e = ES \cos\theta = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

对于曲面而言, 向外穿出为正, 向内穿入为负。

04 静电场中的高斯定理

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum(q_{\text{内}})}{\epsilon_0}$$

高斯定理描述了高斯面上电通量只与高斯面内的电荷有关, 表明了电场是一个有源场。

高斯面上的场强 E , 不仅与高斯面内的电荷有关, 还与高斯面外的电荷有关。

05 静电场中的安培环路定理

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

这个定理说明, 沿闭合路径一周, 电场力做功为 0。说明电场力是保守力, 静电场是保守场。

06 电势

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

07 电场强度和电势的关系

$$V = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

该公式的积分下限为起点, 积分上限为电势为 0 的点。通常定义无穷远处电势为 0。

$$\vec{E} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

08 求电势的典型结论

- 点电荷的电势: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

- 球壳在球心处的电势:

$$\begin{cases} r < R, & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \\ r > R, & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \end{cases}$$

09 电势能

$$W_M = q_0 V = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

电场力做正功, 电势能减少。

10 导体的静电平衡

导体电荷分布在外表面, 内部场强处处为 0。导体是等势体, 表面是等势面, 但场强并非处处相等。导体表面曲率越大, 电荷密度越大。

导体表面电场强度: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 。

11 电容器

$$C = \frac{q}{U}, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{U}{d}, \quad F = \frac{1}{2} E \cdot q$$

电容器含介质时, $C = \epsilon_r C_0$, $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

并联: $C = C_1 + C_2 + \dots$; 串联: $C = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

12 求电容的典型结论

- 平行板电容器: $C = \frac{\epsilon S}{d}$

- 圆柱形电容器: $C = 2\pi\epsilon \frac{L}{\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)}$

- 球形电容器: $C = 4\pi\epsilon \frac{R_a R_b}{R_b - R_a}$

- 孤立导体电容器: $C = 4\pi\epsilon R_a$

13 电介质高斯定理

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{内}}$, 其中 $D = \epsilon_0 \epsilon_r E$ 为电位移。

14 电场能

电场能密度: $w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$

电场能: $W_e = \int_V w_e dV = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)$

这里的电场能为静电能, 指的是一个带电体或一个带电系统的总能量。

15 毕奥-萨瓦尔定律

描述了电流在其周围所产生的磁场大小。

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I dl \sin\theta}{r^2}$$

16 求磁感应强度的典型结论

- 无限长载流直导线周边半径为 a 处: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

- 圆形载流导线轴线处: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

- 螺绕环内部/无限长密绕直螺线管内部: $B = \mu_0 n I$

- 无限长的载流平面: $B = \frac{1}{2} \mu_0 i$ (i 为平面在其法矢量方向上单位长度上的电流)

17 磁场中的安培环路定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$$

安培环路定理只与环路内部的电流有关, 与环路外部的电流无关。还表明了磁场是一个有旋场(非保守场)。

环路上的磁感应强度 B , 不仅由环路内的电流影响, 也由环路外的电流影响。

18 磁通量

$\Phi_m = BS \cos \theta = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

对于曲面而言，向外穿出为正，向内穿入为负。

19 磁场中的高斯定理

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

磁场中的高斯定理表明磁场是一个无源场。

20 安培力

$F = BIL \sin \alpha$ (磁场和路径的夹角为 α)

$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

21 磁矩、磁力矩

磁矩: $P_m = I \cdot S$

磁力矩: $M = BP_m \sin \theta$

磁力矩做功: $A = I \Delta \Phi_m$

22 洛伦兹力

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB \sin \theta = \frac{mv^2}{R}$; $T = \frac{2\pi m}{Bq}$

23 磁介质中的安培环路定理

$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I_{内}$, 其中 $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{B}{\mu_0} - M$ 为磁场强度, M 为磁化强度。

$\mu_r = \frac{B}{B_0} \begin{cases} \mu_r > 1 & \text{顺磁质} \\ \mu_r < 1 & \text{逆磁质} \\ \mu_r \gg 1 & \text{铁磁质 (强磁质)} \end{cases}$

24 磁场能量

磁能密度: $w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}$ 。

磁场能量: $W_m = \int_V w_m dV$

25 磁化、电极化

磁场相关公式 (B, H, M)

- 1. $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$
- 2. $\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$
- 3. $\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$
- 4. $\mu_r = (1 + \chi_m)$
- 5. $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$

电场相关公式 (P, D, E)

- 1. $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$
- 2. $\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
- 3. $\vec{D} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \vec{E}$
- 4. $\varepsilon_r = (1 + \chi_e)$
- 5. $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

26 感生电动势

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

感生电场: 非保守场、无源场、有旋场、闭合。

27 动生电动势

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = BL\bar{v}$ (棒上各处速率不同)

28 自感与互感

自感: $L = \frac{\Phi}{I}$; $\varepsilon = L \cdot \frac{dI}{dt}$

自感回路周围空间磁场的能量: $W_m = \frac{1}{2} LI_0^2$

自感系数 L 的大小与回路的几何形状、大小、匝数、磁介质有关, 与电流无关。

互感: $M = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\Phi_1}{I_2}$; $M = \sqrt{L_1 L_2}$ (耦合线圈)

$\varepsilon_{21} = M \frac{dI_1}{dt}, \varepsilon_{12} = M \frac{dI_2}{dt}$

29 麦克斯韦方程组

1. 电场高斯定理: 电场是有源场, 电荷总伴随着电场。

$\oint \vec{D} d\vec{S} = \sum q = \int_V \rho dv$

2. 磁场高斯定理: 磁场是无源场, 磁力线闭合。

$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$

3. 变化的电场产生磁场。(全电流安培环路定理)

位移电流: 电位移通量对时间的变化率看作是一种电流, 由变化的电场产生。

位移电流在磁效应上和传导电流等效; 但在热效应上不产生焦耳热。

全电流 = 位移电流 + 传导电流

$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I + I_d = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

4. 变化的磁场一定伴随着电场。

$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

30 爱因斯坦相对论中的两个基本假设

狭义相对论的相对性原理、光速不变原理。

31 相对论

长度收缩效应: $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

时间延缓效应: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$