求电场强度

$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

求dq时，可以借助线密度$\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l$，面密度$\mathrm{d}q=\sigma\,\mathrm{d}S$，体密度$\mathrm{d}q=\rho\,\mathrm{d}V$。

解决环状问题时，有公式：$dl=R\,\mathrm{d}\theta$。

求电场强度的典型结论

- 长为L的直棒中点距离为x、半角为θ处：$\vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta_0\cdot\vec{i}$
- 长为λ、半径为R的弧形棒、半角为θ处：$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta_0$
- 带电无限大平板：$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- 带电无限长直线：$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$

电通量

$\Phi_e=ES\cos\theta=\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

对于曲面而言，向外穿出为正，向内穿入为负。

静电场中的高斯定理

$\Phi_e=\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum(q_{内})}{\varepsilon_0}$

高斯定理描述了高斯面上电通量只与高斯面内的电荷有关，表明了电场是一个有源场。

高斯面上的场强E，不仅与高斯面内的电荷有关，还与高斯面外的电荷有关。

静电场中的安培环路定理

$\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$

这个定理说明，沿闭合路径一周，电场力做功为 0。说明电场力是保守力，静电场是保守场。

电势

$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$\mathrm{d}V=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

电场强度和电势的关系

$V=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

该公式的积分下限为起点，积分上限为电势为 0 的点。通常定义无穷远处电势为 0。

在很多题目中，都需要分段用高斯定理求电场强度，再求得分段的电势相加。

$\vec{E}=-\nabla U$

求电势的典型结论

- 点电荷的电势：$V=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$
- 球壳在球心处的电势：

$\begin{cases} r<R\text{，}V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \\ r>R\text{，}V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\end{cases}$

电势能

$W_M=q_0V=\int_r^{\infty}\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$

电场力做正功，电势能减少。

导体的静电平衡

导体电荷分布在外表面，内部场强处处为 0。

导体表面电场强度为$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$。

导体是等势体，表面是等势面，但场强并非处处相等。

导体表面曲率越大，电荷密度越大。

电容器

$C=\frac{q}{U}$，$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{U}{d}$，$F=\frac{1}{2}E\cdot q$

电容器含介质时，$C=\varepsilon_r C_0$，$\varepsilon=\varepsilon_0$(真空介电常量)$\cdot\varepsilon_r$(相对介电常量)

并联：$C=C_1+C_2+...$；串联：$C=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+...$

求电容的典型结论

- 平行板电容器：$C=\frac{\varepsilon S}{d}$
- 圆柱形电容器：$C=2\pi\varepsilon\frac{L}{\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)}$
- 球形电容器：$C=4\pi\varepsilon\frac{R_aR_b}{R_b-R_a}$
- 孤立导体电容器：$C=4\pi\varepsilon R_a$

电容器充电与放电的结论

- 电容器充电：U不变。

$C=\varepsilon_r C_0$；$\sigma=\varepsilon_r\sigma_0$；$U=U_0$；$E=E_0$

- 电容器放电：Q不变。

$C=\varepsilon_r C_0$；$\sigma=\sigma_0$；$U=\frac{U_0}{\varepsilon_r}$；$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$

电介质高斯定理

$\oint\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{内}$，其中$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E$为电位移。

电场能

电场能密度：$w_e=\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$

电场能：$W_e=\int_V w_e\,\mathrm{d}V=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}C(V_1-V_2)^2=\frac{1}{2}Q(V_1-V_2)$

这里的电场能为静电能，指的是一个带电体或一个带电系统的总能量。

毕奥-萨瓦尔定律

$B=\int \mathrm{d}B=\left(\frac{\mu_0}{4}\pi\right)\int \frac{I\,\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$

求磁感应强度的典型结论

- 直导线周边半径为a处的磁感应强度：$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$
- 圆环导线圆心处的磁感应强度：$B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

安培环路定理

$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum I_{内}$

推论：$B=\frac{\mu_0\sum I_{内}}{2\pi r}$

安培环路定理只与环路内部的电流有关，与环路外部的电流无关。还表明了磁场是一个有旋场。

环路上的磁感应强度B，不仅由环路内的电流影响，也由环路外的电流影响。

磁通量

$\Phi_m=BS\cos\theta=\int \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

对于曲面而言，向外穿出为正，向内穿入为负。

磁场中的高斯定理

$\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$

磁场中的高斯定理表明磁场是一个无源场。

安培力

$F=BIL\sin\alpha$（磁场和路径的夹角为α）

$\mathrm{d}F=BI\,\mathrm{d}l$

磁矩、磁力矩

磁矩：$p_m=I\cdot S$

磁力矩：$M=BP_m\sin\theta$

磁力矩做功：$A=I\Delta\Phi_m$

洛伦兹力

$F=BqV=\frac{mv^2}{R}$；$T=\frac{2\pi m}{Bq}$

磁介质中的安培环路定理

$\oint \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{l}=\sum I_{内}$，其中$H=\frac{B}{\mu_0\mu_r}=\frac{B}{\mu_0}-M$为磁场强度，$M$为磁化强度。

$$\mu_r=\frac{B}{B_0}\begin{cases}\mu_r>1\ \text{顺磁质}\\ \mu_r<1\ \text{逆磁质}\\ \mu_r\gg 1\ \text{铁磁质}\end{cases}$$

磁场能量

磁能密度：$w_m=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$

感生电动势

$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\oint \overrightarrow{E_k}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\oint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

感生电场：非保守场、无源场、有旋场、闭合。

动生电动势

$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=Blv$

麦克斯韦方程组

1. 电场高斯定理：电场是有源场，电荷总伴随着电场。

$\oint \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S}=\sum q=\int_v \rho\,\mathrm{d}v$

2. 磁场高斯定理：磁场是无源场，磁力线闭合。

$\oint \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S}=0$

3. 变化的电场产生磁场。（全电流安培环路定理）

4. 变化的磁场一定伴随着电场。

$\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\oint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$

自感与互感

自感：$L=\frac{\Phi}{I}$；$\varepsilon=L\left(\mathrm{d}\frac{I}{\mathrm{d}}t\right)$

自感系数L的大小与回路的几何形状、大小、匝数、磁介质有关，与电流无关。

互感：$M=\frac{\Phi_2}{I_1}=\frac{\Phi_1}{I_2}$