

## 01 求电场强度

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

求 $dq$ 时, 可以借助线密度 $dq = \lambda dl$ , 面密度 $dq = \sigma dS$ , 体密度 $dq = \rho dV$ 。

解决环状问题时, 有公式:  $dl = R d\theta$ 。

## 02 求电场强度的典型结论

– 长为 $L$ 的直棒中点距离为 $x$ 、半角为 $\theta$ 处:  $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \sin\theta_0 \cdot \vec{i}$

– 长为 $\lambda$ 、半径为 $R$ 的弧形棒、半角为 $\theta$ 处:  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin\theta_0$

– 带电无限大平板:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

– 带电无限长直线:  $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$

## 03 电通量

$$\Phi_e = ES \cos\theta = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

对于曲面而言, 向外穿出为正, 向内穿入为负。

## 04 静电场中的高斯定理

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum(q_{\text{内}})}{\epsilon_0}$$

高斯定理描述了高斯面上电通量只与高斯面内的电荷有关, 表明了电场是一个有源场。

高斯面上的场强 $E$ , 不仅与高斯面内的电荷有关, 还与高斯面外的电荷有关。

## 05 静电场中的安培环路定理

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

这个定理说明, 沿闭合路径一周, 电场力做功为0。说明电场力是保守力, 静电场是保守场。

## 06 电势

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$dV = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

## 07 电场强度和电势的关系

$$V = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

该公式的积分下限为起点, 积分上限为电势为0的点。通常定义无穷远处电势为0。

在很多题目中, 都需要分段用高斯定理求电场强度, 再求得分段的电势相加。

$$\vec{E} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

## 08 求电势的典型结论

– 点电荷的电势:  $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

– 球壳在球心处的电势:

$$\begin{cases} r < R, & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \\ r > R, & V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \end{cases}$$

## 09 电势能

$$W_M = q_0 V = \int_r^\infty \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

电场力做正功, 电势能减少。

## 10 导体的静电平衡

导体电荷分布在外表面, 内部场强处处为0。

导体表面电场强度为 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 。

导体是等势体, 表面是等势面, 但场强并非处处相等。

导体表面曲率越大, 电荷密度越大。

## 11 电容器

$$C = \frac{q}{U}, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{U}{d}, \quad F = \frac{1}{2} E \cdot q$$

电容器含介质时,  $C = \epsilon_r C_0$ ,  $\epsilon = \epsilon_0$  (真空介电常量) ·  $\epsilon_r$  (相对介电常量)

并联:  $C = C_1 + C_2 + \dots$ ; 串联:  $C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots}$

## 12 求电容的典型结论

– 平行板电容器:  $C = \frac{\epsilon S}{d}$

– 圆柱形电容器:  $C = 2\pi\epsilon \frac{L}{\ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)}$

– 球形电容器:  $C = 4\pi\epsilon \frac{R_a R_b}{R_b - R_a}$

– 孤立导体电容器:  $C = 4\pi\epsilon R_a$

## 13 电容器充电与放电的结论

– 电容器充电:  $U$ 不变。

$$C = \epsilon_r C_0; \quad \sigma = \epsilon_r \sigma_0; \quad U = U_0; \quad E = E_0$$

– 电容器放电:  $Q$ 不变。

$$C = \epsilon_r C_0; \quad \sigma = \sigma_0; \quad U = \frac{U_0}{\epsilon_r}; \quad E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

## 14 电介质高斯定理

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{内}}, \quad \text{其中 } D = \epsilon_0 \epsilon_r E \text{ 为电位移。}$$

## 15 电场能

$$\text{电场能密度: } w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

$$\text{电场能: } W_e = \int_V w_e dV = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C (V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)$$

这里的电场能为静电能，指的是一个带电体或一个带电系统的总能量。

## 16 毕奥-萨瓦尔定律

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4} \pi \int \frac{I dl \sin \theta}{r^2}$$

## 17 求磁感应强度的典型结论

– 无限长载流直导线周边半径为 $a$ 处:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

– 圆形载流导线轴线处:  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

– 无限长的螺线管:  $B = \mu_0 n I$

– 无限长的载流平面:  $B = \frac{1}{2} \mu_0 i$  ( $i$ 为平面在其法矢量方向上单位长度上的电流)

## 18 安培环路定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$$

安培环路定理只与环路内部的电流有关，与环路外部的电流无关。还表明了磁场是一个有旋场（非保守场）。

环路上的磁感应强度 $B$ ，不仅由环路内的电流影响，也由环路外的电流影响。

## 19 磁通量

$$\Phi_m = BS \cos \theta = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

对于曲面而言，向外穿出为正，向内穿入为负。

## 20 磁场中的高斯定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

磁场中的高斯定理表明磁场是一个无源场。

## 21 安培力

$F = BIL \sin \alpha$ （磁场和路径的夹角为 $\alpha$ ）

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

## 22 磁矩、磁力矩

$$\text{磁矩: } p_m = I \cdot S$$

$$\text{磁力矩: } M = B p_m \sin \theta$$

$$\text{磁力矩做功: } A = I \Delta \Phi_m$$

## 23 洛伦兹力

$$F = BqV = \frac{mv^2}{R}; \quad T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

## 24 磁介质中的安培环路定理

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{\text{内}}$ ，其中 $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{B}{\mu_0} - M$ 为磁场强度， $M$ 为磁化强度。

$$\mu_r = \frac{B}{B_0} \begin{cases} \mu_r > 1 & \text{顺磁质} \\ \mu_r < 1 & \text{逆磁质} \\ \mu_r \gg 1 & \text{铁磁质（强磁质）} \end{cases}$$

## 25 磁场能量

$$\text{磁能密度: } w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}.$$

$$\text{磁场能量: } W_m = \int_V w_m dV$$

## 26 感生电动势

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

感生电场：非保守场、无源场、有旋场、闭合。

## 27 动生电动势

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = BL\bar{v} \quad (\text{棒上各处速率不同})$$

## 28 麦克斯韦方程组

1. 电场高斯定理：电场是有源场，电荷总伴随着电场。

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q = \int_V \rho dV$$

2. 磁场高斯定理：磁场是无源场，磁力线闭合。

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

3. 变化的电场产生磁场。（全电流安培环路定理）

全电流 = 位移电流（由变化的电场产生）+ 传导电流

位移电流在磁效应上和传导电流等效；但在热效应上不产生焦耳热。

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + I_d = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

4. 变化的磁场一定伴随着电场。

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

## 29 自感与互感

$$\text{自感: } L = \frac{\Phi}{I}; \quad \varepsilon = L(d\frac{I}{dt})$$

自感系数 $L$ 的大小与回路的几何形状、大小、匝数、磁介质有关，与电流无关。

$$\text{互感: } M = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{\Phi_1}{I_2}$$