

基于禁忌搜索的启发式求解背包问题算法

张晓琴, 黄玉清

(西南科技大学信控学院 四川 绵阳 621010)

【摘要】设计了一种基于禁忌搜索的遗传算法,利用遗传算法提供的并行搜索主框架,结合禁忌算法的个体串行搜索方式,能扩大搜索空间,快速实现全局优化。把基于禁忌搜索的遗传算法与启发式方法相结合用来求解背包问题,经过计算机仿真,其优化性能指标及搜索效率均有大幅度的提高。

关键词 禁忌搜索; 背包问题; 遗传算法; 贪婪算法

中图分类号 TP18 **文献标识码** A

Heuristics Algorithm for Knapsack Problem Based on the Tabu Search

ZHANG Xiao-qin, HUANG Yu-qing

(Dept. of Info & Contr, SWUST Sichuan Mianyang 621010)

Abstract The paper design a genetic algorithm based on the tabu search. By utilizing the main frame of parallel search supplied by the genetic algorithm and the individual serial search mode of the tabu algorithm, this method can enlarge the search space and swiftly implement the overall optimization. If it is combined with the heuristics algorithm to solve the knapsack problem, according to the results of computer simulation, it can effectively improve the index of optimization performance and search efficiency.

Key words tabu search; knapsack problem; genetic algorithm; greedy algorithm

背包问题(Knapsack Problem)是一类在给定约束条件的情况下,求最大值的组合优化问题,是典型的非确定多项式(Non-deterministic Polynomial, NP)完全难题。解决该问题无论在理论上,还是在实际中都具有重要的意义。遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种基于生物进化论和分子遗传学的随机搜索优化算法,具有自组织、自适应和学习性,其本质是并行的,不要求导或其他辅助知识,强调概率转换规则。用遗传算法解决背包问题是可行的,但传统的遗传算法有“早熟”等缺点。禁忌搜索(Tabu Search, TS)采用个体的串行搜索方式,通过设置禁忌表记录搜索轨迹并引导搜索方向,能防止“近亲繁殖”,保持种群的差异性,克服“过早收敛”的缺陷。迄今为止,TS在组合优化、生产调度、机器学习、函数优化和神经网络等领域取得了很大的成功,正日益受到重视^[1]。

遗传算法与贪婪算法(Greedy Algorithm)结合解决背包问题,已经得到了较好的效果,但在求解时容易陷入局部最优,且收敛速度慢、搜索效率较低。如果利用GA提供并行搜索主框架,嵌入TS的个体串行搜索方式,将使算法更加优化。本文采用在基于禁忌的遗传算法(Tabu-based Genetic Algorithm, TGA)中^[2],融入贪婪算法来解决背包问题。通过计算机仿真实验,结果证明这种方法的优化性能指标及搜索效率均有大幅度提高,具有更好的解决背包问题的能力。

收稿日期: 2004-01-15

基金项目: 四川省教育厅青年基金资助项目(200-A53)

作者简介: 张晓琴(1974-),女,硕士,主要从事智能控制方面的研究。

1 背包问题禁忌搜索算法

$$\max c = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad \sum_{i=1}^n v_i x_i \quad \max v \quad x_i \in \{0,1\}$$

式中 $\max v$ 为背包重量最大限度; n 为供选择的物品; v_i 为第 i 种物品的重量; c_i 为第 i 种物品的价值, $\max c$ 为总价值; x_i 是等位基因; $x_i = 1$ 表示该基因所代表的物品被选中放进背包中; $x_i = 0$ 表示该基因所代表的物品没被选中。

1.1 贪婪算法设计

背包问题的一个物品序列可以被解释为“尽可能多的装入物品”。依照这种思想,在基因的编制时,首先按 c_i/v_i 的降序对所有的物品进行排序,优先装入 c_i/v_i 较大且 $x_i = 1$ 的物品,直到满足背包重量最大限度,对于不能装下且 $x_i = 1$ 的物品,便令 $x_i = 0$, 这样就能满足约束条件,且解的质量较好。

1.2 禁忌搜索算法设计

禁忌就是禁止重复前面的工作。由于它模拟了人类智力中的“记忆”功能,通过设置一个灵活的存储器结构,记住一些最近被检查过的解,并使它们成为选取下一个解的禁忌(被禁止),由此有效的避免了迂回搜索,使算法在解空间的探索能力增大,并通过藐视准则来赦免一些被禁忌的优良状态,从而提高优化效率及优化性能,最终实现全局优化^[3]。

禁忌搜索算法涉及到邻域(Neighborhood)、禁忌表(Tabu List)、禁忌长度(Tabu Length)、候选解(Candidate)、藐视准则(Aspiration Criterion)等概念,它们的选取直接影响到优化结果^[4]。邻域函数 $N(x)$ 采用1-反位算子,即所有解都可以通过交换一个特定二进制串中的某一位得到^[5];禁忌表通过设置一个 $m[\text{popsize}][\text{Ichrom}]$ 二维数组来实现,该数组存储二进制串中最近被反位的次数,其中 popsize 为种群大小, Ichrom 为基因长度;禁忌长度 t 随问题规模的大小动态变化,根据经验取 $t = (0.5-0.7)n$, n 为背包数量;候选解是当前状态的邻域解集的一个子集,即禁忌表 m 中对应位为0的基因所构成的解集;藐视准则表示禁忌对象所产生的适应度值若优于当前代的最大值,仍选择它为下一个当前状态,这样就能防止遗失最优解。

令 $\max c(x), x \in X$ 为一个背包问题,其中 x 为搜索状态, X 为有限状态集(即搜索状态空间)。设 k 为算法执行代数, S_k 为算法至第 k 代搜索到的所有解的集合。

TGA算法结合贪婪算法设计如下:

- 1) 借助贪婪算法随机产生初始种群,得到一组初始解。同时把禁忌表 m 初始化为0。
- 2) 执行进化操作,根据每一个解的变化来修改 m 的值。如果 m 中的某位的值大于禁忌长度 t , 则相应位清零。
- 3) 判断 k 是否大于最大禁忌代数 t_{sgen} , 若满足则转向4)执行,否则对各个体执行禁忌搜索,个体当前解为 x_k , 设置 x_0 为一个临时状态。(1) 计算 x_k 的所有邻域解。如 x_k 的所有邻域解都已被测试过,即 m 的相应位均不为0, x_i 为最早被测试的解,则令 $x_0 = x_i, i = \min\{i; x_i \in N(x_k)\}$, $S_{k+1} = S_k - \{x_i\} + \{x_{k+1}\}$ 。(2) 若(1)步不成立,判断满足藐视准则否?如在 x_k 的被禁忌的邻域解中,产生了大于当前代的最大适应度值的解 x_{\max} , 则 $x_0 = x_{\max}, S_{k+1} = S_k + \{x_{k+1}\}$; 否则按照禁忌准则选取未禁忌的邻域解中的最大值 x_m , 令 $x_0 = x_m, S_{k+1} = S_k + \{x_{k+1}\}$ 。(3) 按照先进先出(First In First Out, FIFO)的原则修改禁忌表 m 。用临时状态更新当前状态,即 $x_k = x_0$, 并令 $k = k + 1$ 。
- 4) 产生新种群,判断 k 是否小于给定最大迭代次数 $\max \text{gen}$, 若满足则转向(2)执行,否则,结束程序运行,输出最优值。

2 仿真实验

算法设计流程如图1、图2所示。

为了说明禁忌搜索在解决背包问题中的作用,用C语言对同一组试验数据进行仿真。

例:有50个背包,其中 $\max v = 100k_g, n = 50$ 。

$c_i = \{220, 208, 198, 192, 180, 180, 165, 162, 160, 158, 155, 130, 125, 122, 120, 118, 115,$

110, 105, 101, 100, 100, 98, 96, 95, 90, 88, 82, 80, 77, 75, 73, 72, 70, 69, 66, 65, 63, 60, 58, 56, 50, 30, 20, 15, 10, 8, 5, 3, 1}

$v_i = \{80, 82, 85, 70, 72, 70, 66, 50, 55, 25, 50, 55, 40, 48, 50, 32, 22, 60, 30, 32, 40, 38, 35, 32, 25, 28, 30, 22, 50, 30, 45, 30, 60, 50, 20, 65, 20, 25, 30, 10, 20, 25, 15, 10, 10, 10, 4, 4, 2, 1\}$

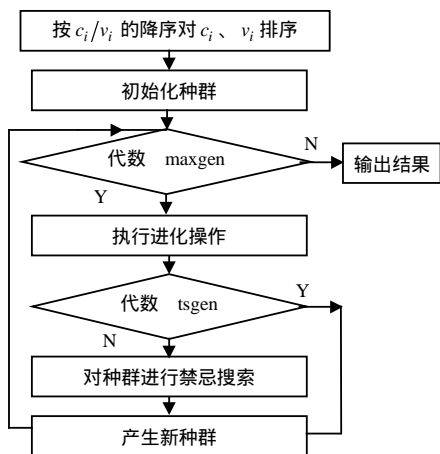


图1 算法主体流程图

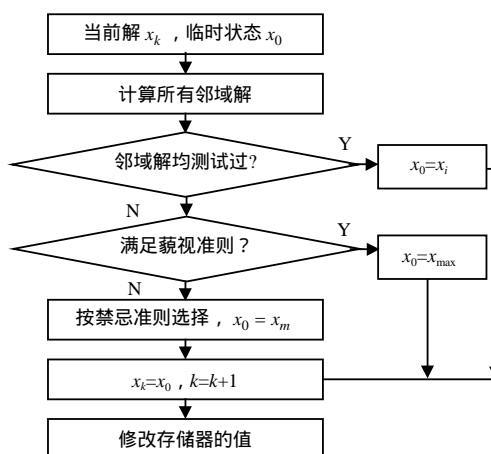
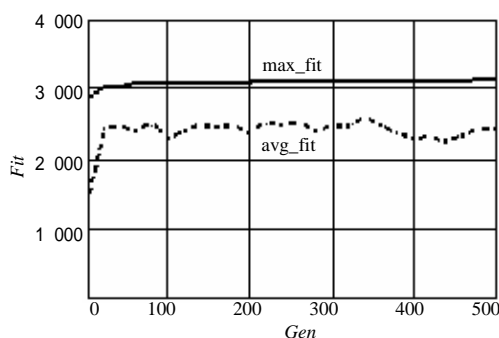
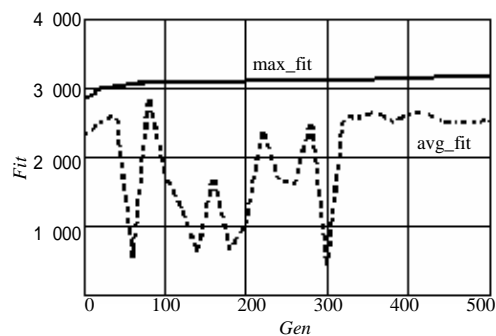


图2 个体禁忌搜索流程图

试验时遗传算法运行参数的选取: 种群大小: $popsize=80$; 终止代数: $maxgen=500$; 交叉概率: $pcross=0.6$; 变异概率: $pmutation=0.5$; 记忆水平线: $maxm=100$ 。通过50次实验, 遗传算法结合贪婪算法的仿真结果如图3a所示, 禁忌遗传算法与贪婪算法结合的仿真结果如图3b所示。



a GA+Greedy仿真曲线



b TGA+Greedy仿真曲线

图3 仿真曲线

从图3a中可以看出, 经过100次迭代后适应度平均值变化不大, 表明各基因之间的个体差异很小, 已陷入了局部最优; 图3b中适应度平均值在执行禁忌算法期间有剧烈的波动, 表明该算法可以维持种群多样性, 有效的避免早熟收敛现象的产生。

为评价算法的性能, 定义 E_m 为相对误差, 衡量算法对问题的最佳优化度, 其值越小意味着算法的优化性能越好; E_f 为波动率, 衡量算法在随机初值下对最优解的逼近程度, 其值越小说明算法的鲁棒性(或可靠性)越高。

$$E_m = \frac{C_b - C^*}{C^*} \times 100\%, \quad E_f = \frac{C_a - C^*}{C^*} \times 100\%$$

式中 C_b 为算法运行所得的实际优化值; C^* 为问题的期望最优值; C_a 为算法多次运行所得的平均值。

计算评价算法的性能指标, 其结果如表1所示。

试验结果表明: GA法、GA+Greedy法需要运行1 000次得到最优解^[6]。TGA法在50次实验运行中, 先后

6次获得最优值。通过对三种算法性能指标的比较,GA法收敛速度慢,效率低。GA结合贪婪算法的方法,其收敛性有较大的提高。本文提出的TGA与贪婪算法相结合则取得了非常好的效果,该方法在优化性能、效率方面都具有明显的改善。

表1 实验结果评价表

性能指标	$E_m /(\%)$	$E_f /(\%)$	实际最优基因	最优解次数	总重量	总价值	平均价值
GA	0.74	2.36	0011001100100111011111100	0	1 000	3 080	3 029.92
			1100101001000000001000000				
GA+Greedy	0.55	0.55	1110110101101101000011110	0	1 000	3 086	3 085.94
			1100101100100010100001000				
TGA+Greedy	0	0.50	111001101101111111000100	6	1 000	3 103	3 087.49
			1101000010101100100110000				

3 结 束 语

在TGA算法中,禁忌搜索是对遗传算法的一种有效补充,它大大降低了迂回搜索的空间,提高了搜索效率,避免了早熟收敛。虽然TGA在每次迭代过程中计算量有一定增加,但其搜索空间的提高加快了获得最优解的速度,因此TGA的时间复杂度与计算复杂度实际上比GA低。本文设计的禁忌遗传算法TGA与贪婪算法结合,数字仿真表明了基于禁忌搜索的启发式算法具有良好的收敛性和较高的搜索效率。禁忌搜索算法是一个强有力的搜索工具,在求解组合优化问题上已显示出强大的生命力,但还存在不完善的地方,如在邻域的构造、记忆水平的设置都还依靠经验,直接影响了解的质量,还需作进一步的研究和探讨。

参 考 文 献

- [1] 王 凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001
- [2] Ting C K, Li S T, Lee C N. TGA: a new integrated approach to evolutionary algorithms[J]. IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2001, 2(2): 917-924
- [3] Faigle V, Kern W. Some convergence results for probabilistic tabu search[J]. ORSA on Computing, 1992, 4(1):32-37
- [4] 王炎滨, 李春光, 虞厥邦. 一种基于禁忌搜索的多用户检测方法[J]. 信号处理, 2002, 18(3):212-215
- [5] [美] Michalewicz Z, Fogel D B著. 如何求解问题 - 现代启发式方法[M]. 曹宏庆, 李 艳, 董红斌, 等译. 北京: 中国水利水电出版社, 2003
- [6] 李 娟, 方 平, 周 明. 一种求解背包问题的混合遗传方法[J]. 南昌航空工业学院学报, 1998, 12(3): 31-35

编 辑 漆 蓉