

旅行商问题的一种模拟退火算法求解

曲晓丽^{1,2}, 潘 昊¹, 柳向斌²

(1. 武汉理工大学 计算机科学与技术学院 湖北 武汉 430070; 2. 河南科技大学 电子信息工程学院 河南 洛阳 471003)

摘 要:旅行商问题(TSP)是组合优化领域里的一个典型的、易于描述却难以处理的NP难题,其可能的路径数目与城市数目是呈指数型增长的,求解非常困难。首先介绍了旅行商问题,模拟退火算法原理及其算法实现。应用模拟退火算法对TSP进行研究,给出解决TSP的一种比较精确的算法并用Matlab实现了算法。最后用该算法对TSP进行了仿真,验证了该算法的有效性。

关键词:旅行商问题;模拟退火算法;组合优化;最短路径

中图分类号: TP302.6

文献标识码: B

文章编号: 1004-373X(2007)18-078-02

Solution of Travelling Salesman Problem by a Kind of Simulated Annealing Algorithm

QU Xiaoli^{1,2}, PAN Hao¹, LIU Xiangbin²

(1. School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan, 430070, China;

2. Electronic Information Engineering College, Henan University of Science & Technology, Luoyang, 471003, China)

Abstract: Travelling Salesman Problem (TSP) is one of the typical NP-hard problems in combinatorial optimization, which is easy to be described but hard to be solved. Its possible amounts of path increase exponentially with the amounts of city, so it is very difficult to solve it. TSP is first introduced in this paper, then the principal of simulated annealing algorithm and its algorithm realization are introduced too. TSP is studied by simulated annealing algorithm and an approximate algorithm which method for solving TSP is better than others, and using Matlab, we complete the program for solving TSP. The simulation of algorithm for travelling salesman problem is given, and the results prove its efficiency.

Keywords: travelling salesman problem; simulated annealing algorithm; combinatorial optimization; the shortest way

1 引言

旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP)代表一类组合优化问题,在物流配送、计算机网络、电子地图、交通诱导、电气布线、VLSI单元布局等方面都有重要的工程和理论价值,引起了许多学者的关注。TSP简单描述为:一名商人欲到 n 个不同的城市去推销商品,每2个城市 i 和 j 之间的距离为 d_{ij} ,如何选择一条路径使得商人每个城市走一遍后回到起点,所走的路径最短^[1]。用数学符号表示为:设 n 维向量 $S = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 表示一条路径,目标函数为:

$$\min C(c_1, c_2, \dots, c_n) = \sum_{i=1}^{n+1} d(c_i, c_{i+1}) + d(c_1, c_n) \quad (1)$$

TSP是典型的组合优化问题,并且是一个NP-hard问题。TSP描述起来很简单,早期的研究者使用精确算法求解该问题,常用的方法包括:分枝定界法、线性规划法和动态规划法等,但可能的路径总数随城市数目 n 是成指数型增长的,所以当城市数目在100个以上一般很难精确的求出其全局最优解。随着人工智能的发展,出现了许多独立于问题的智能优化算法,如蚁群算法、遗传算法、模拟退

火、禁忌搜索、神经网络、粒子群优化算法、免疫算法等,通过模拟或解释某些自然现象或过程而得以发展,为解决复杂组合优化问题提供了新的思路和方法^[2-5]。

模拟退火算法在迭代搜索过程以 Boltzmann 分布概率接受目标函数的“劣化解”,具有突出的具有脱离局域最优陷阱的能力,同时具有较强的局部搜索能力,从而可以获取目标函数的全局最优解。模拟退火算法具有高效、鲁棒、通用、灵活的优点。将模拟退火算法引入 TSP 求解,可以避免在求解过程中陷入 TSP 的局部最优解。

本文首先介绍了模拟退火算法,在此基础上结合 TSP 的具体问题,将模拟退火的思想引入 TSP 求解,设计出 TSP 的一种模拟退火算法并用 Matlab 语言编程予以实现。

2 模拟退火算法(Simulated Annealing Algorithm)

2.1 模拟退火算法介绍

模拟退火算法是1983年 Kirkpatrick 将 Metropolis 的模拟退火思想引入组合优化领域而形成的一种随机性组合优化方法。由于该算法模拟固体退火的过程,因此经常称之为“模拟退火算法”^[4,6]。模拟退火算法是模拟高温金属降温的热力学过程。模拟退火在进行优化时先确定初

始温度,随机选择一个初始状态并考察该状态的目标函数值;对当前状态附加小扰动,并计算新状态的目标函数值;以概率 1 接受较好点,以某种概率 P_i 接受较差点作为当前点,直到系统冷却。模拟退火方法在初始温度足够高,温度下降足够慢的条件下,能以概率 1 收敛到全局最优解的能力。

2.2 模拟退火算法实现

在分析了模拟退火算法的特点,针对 TSP 的实际情况,对传统的模拟退火算法进行了改进^[7,8],形成求解 TSP 问题的模拟退火算法。

(1) 初始化:给定初始温度 T_0 ,随机生成初始解状态 s_0 ,每个温度值的迭代次数 L ,温度衰减系数 α ,令当前温度 $T = T_0$,终止条件 q ;

(2) 在当前温度 T 下,对 $k = 1, 2, \dots, L$ 做(3) ~ (6) 步;

(3) 对当前状态 s_i 采用变换策略生成一个新解 s_i ;

(4) 计算目标函数增量 $\Delta C = C(s_i) - C(s_i)$,其中 $C(s_i)$ 为目标函数;

(5) 当 $\Delta C < 0$,则接受 s_i 作为新的当前解,否则以概率 $\exp(-\Delta C/T)$ 接受 s_i 作为新的当前解;

(6) 如果满足终止条件,则输出当前解 s_i 作为最优解 s^* ,结束程序。终止条件通常取为连续若干个新解 s_i 都没有被接受时终止算法;

(7) T 逐渐减少,且 T 逐步趋向 0,然后转第(2)步。

按照一定的退火方案逐步降低温度,重复 Metropolis 过程^[4],当系统温度足够低时,可认为达到了全局最优状态。

3 TSP 的模拟退火算法的实现

TSP 是典型的组合优化问题,模拟退火算法是一种随机性解决组合优化方法。将 TSP 与模拟退火算法相结合,以实现对其求解。

3.1 TSP 问题的解空间和初始解

TSP 的解空间 S 是遍历每个城市恰好一次的所有回路,是所有城市排列的集合。TSP 问题的解空间 S 可表示为 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的所有排列的集合,即: $S = \{(c_1, c_2, \dots, c_n) \mid ((c_1, c_2, \dots, c_n) \text{ 为 } \{1, 2, \dots, n\} \text{ 的排列})\}$, 其中每一个排列 s_i 表示遍历 n 个城市的一个路径, $c_i = j$ 表示在第 i 次访问城市 j 。模拟退火算法的最优解与初始状态无关,故初始解为随机函数生成一个 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的随机排列作为 s_0 。

3.2 目标函数

TSP 问题的目标函数即为访问所有城市的路径总长度,也可称为代价函数:

$$C(c_1, c_2, \dots, c_n) = \sum_{i=1}^{n-1} d(c_i, c_{i+1}) + d(c_1, c_n) \quad (2)$$

现在 TSP 问题的求解就是通过模拟退火算法求出目标函数 $C(c_1, c_2, \dots, c_n)$ 的最小值,相应地, $s^* = (c_1^*, c_2^*, \dots, c_n^*)$ 即为 TSP 问题的最优解。

3.3 新解产生

新解的产生对问题的求解非常重要。新解可通过分别或者交替使用以下 2 种方法来产生:

(1) 二变换法:任选序号 u, v (设 $u < v < n$), 交换 u 和 v 之间的访问顺序,若交换前的解为: $s_i = (c_1, c_2, \dots, c_u, \dots, c_v, \dots, c_n)$, 交换后的路径为新路径,即:

$$s_i = (c_1, \dots, c_{u-1}, c_v, c_{v-1}, \dots, c_{u+1}, c_u, c_{v+1}, \dots, c_n)$$

(2) 三变换法:任选序号 u, v 和 $(u < v <)$, 将 u 和 v 之间的路径插到 v 之后访问,若交换前的解为 $s_i = (c_1, c_2, \dots, c_u, \dots, c_v, \dots, c_n)$, 交换后的路径为的新路径为:

$$s_i = (c_1, \dots, c_{u-1}, c_{v+1}, \dots, c, c_u, \dots, c_v, c_{v+1}, \dots, c_n)$$

3.4 目标函数差

计算变换前的解和变换后目标函数的差值:

$$\Delta C = C(s_i) - C(s_i)$$

3.5 Metropolis 接受准则

根据目标函数的差值和概率 $\exp(-\Delta C/T)$ 接受 s_i 作为新的当前解 s_i :

接受准则:

$$P = \begin{cases} 1, & \Delta C < 0 \\ \exp(-\Delta C/T), & \Delta C > 0 \end{cases} \quad (3)$$

4 算法仿真实验结果

本文用 Matlab 语言编制了模拟退火算法程序实现对 TSP 的求解。为了验证算法的有效性,分别取城市数 n 为 40 和 100 (前 40 个城市相同),初始温度 $T_0 = 30$,结束温度为 0,循环控制常数 $L = 10$,温度衰减系数 $\alpha = 0.97$,终止条件 $q = 20$ 。采用运行结果如表 1 所示。

表 1 不同城市数运行结果

城市数	最短路径长度	运行时间/s
40	16 842	2.970
100	21 282	9.840

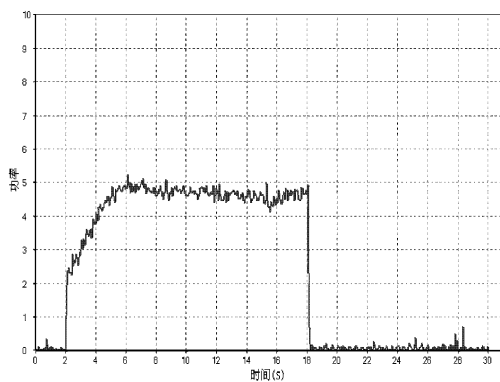
从表 1 可以看出,随着城市数目的增加,求解时间有较大的增长,主要原因是可行解空间的指数增长造成的,但求解时间并没有呈现指数增长的情况。实验结果说明了设计的模拟退火算法对 TSP 求解是有效的。

5 结 语

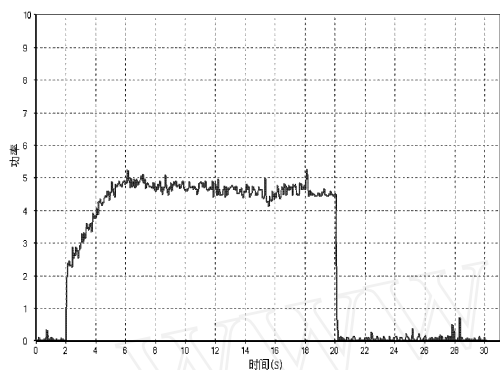
模拟退火算法是依据 Metropolis 准则接受新解,该准则除了接受优化解外,还在一定的限定范围内接受劣解,这正是模拟退火算法与局部搜索法的本质区别,在避免陷

(下转第 82 页)

08 H 更新存于 BIOS 数据区的两个计数器变量 TIMER-LO 和 TIMER-HI。因此,这个定时器在 Windows 中的最大缺点是计时器的最大分辨率是 55 ms^[4],就是说应用程序每秒最多能接收到 18 个消息。



(a) WM_TIMER 实现数据采集曲线图



(b) 多媒体定时器实现数据采集曲线图

图 2 两种定时器的应用曲线比较图

从系统响应的优先权来说,Windows 是一个消息驱动的非抢先优先式的多任务操作系统,消息队列中总有大量的消息在等待处理;而 WM_TIMER 是一个优先级很低的

消息,只有当所有消息(除消息 WM_PAINT)被处理后才能被响应,而不能立即被系统响应,并且当消息队列中有多个 WM_TIMER 消息时,系统要进行消息合并,因此定时精度并不高。

从运行机理来看,多媒体定时器提供的是硬件中断服务,不传送任何消息,优先级很高多媒体定时器使用自己独立的线程,调用回调函数,这种定时器的中断服务可以提供基于 Intel 系统的精度最多为 16 ms,最小定时精度可达 1 ms。但在多媒体定时器的使用中过程,需要注意的是多媒体定时器的使用与 WM_TIMER 不同的一点是:在多媒体定时器处理的线程结束之前不要再次启动定时器,否则会造成死机。在使用之后一定要删除定时器及响应的参数,否则系统的响应会变得很慢。

通过应用和分析,可以得到如下的结论:从定时器的定时使用精度和优先级来说,多媒体定时器优于 WM_TIMER 定时器。但从使用过程和实现方法来看,WM_TIMER 定时器较为简单。因此,在对系统定时精度要求不高,采样周期较长的情况下(一般大于 55 ms),可以采用 WM_TIMER 定时器,在对定时器精度要求较高,采样频率较快,多线程多任务的系统应采用多媒体定时器。

参 考 文 献

- [1] 李净,杨俊武,钱旭. 用多媒体定时器精确控制采样频率[J]. 计算机应用,2000,12(12):67-68.
- [2] 郑存红,胡荣强,赵瑞峰. 用 VC 实现实时数据采集[J]. 计算机应用研究,2002,21(4):103-108.
- [3] 于勇,雷志勇. Windows 下实时测控系统的实现[J]. 现代电子技术,2005,28(5):22-23.
- [4] 王伟,徐国华. 多媒体定时器在工业控制中的应用[J]. 微型机与应用,2001(12):8-10.

作者简介 卓红艳 女,1972 年出生,云南昆明人,硕士,高工。主要从事自动化技术方面的研究工作。

(上接第 79 页)

入局部极小值、提高解空间的搜索能力和扩大搜索范围方面具有明显的优越性。本文针对 TSP 的特点,在应用模拟退火算法进行实现时进行了相应的处理,从而给出了一种比较精确 TSP 的求解算法,并用 Matlab 语言编程实现了算法。算法实验结果表明,对大多数组合优化问题而言,模拟退火算法在求最优解和求解时间均达到了满意的结果。

参 考 文 献

- [1] 高海昌,冯博琴,朱利. 智能优化算法求解 TSP 问题[J]. 控制与决策,2006,21(3):241-247,252.
- [2] 陈文兰,戴树贵. 旅行商问题算法研究综述[J]. 滁州学院学报,2006,8(3):1-6.

作者简介 曲晓丽 1973 年出生,河南科技大学电子信息工程学院,讲师。

- [3] 田贵超,黎明,韦雪洁. 旅行商问题(TSP)的几种求解方法[J]. 计算机仿真,2006,23(8):153-157.
- [4] 邢文训,谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京:清华大学出版社,2000.
- [5] Z. 米凯利维茨. 演化程序——遗传算法和数据编码的结合[M]. 北京:科学出版社,2000.
- [6] 康立山,谢云,罗祖华. 非数值并行算法——模拟退火算法[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [7] 王知人,章胤. 一种改进的模拟退火算法[J]. 高等学校计算数学学报,2006,28(1):15-19.
- [8] 张晖,吴斌余,张国. 模拟退火机制的新型遗传算法[J]. 电子科技大学学报,2003,32(1):39-42.