

基于模拟退火算法的旅行商问题的实现

郭乐新

(厦门大学信息科学与技术学院, 厦门 361005)

摘要: 旅行商问题 TSP 是一类典型的 NP 完全问题, 围绕着这个问题有各种不同的求解方法, 已有的算法例如动态规划法、分支限界法、回溯法等, 这些精确式方法都是指数级的, 根本无法解决目前的实际问题, 贪心法是近似方法, 无法达到比较满意的近似比。常用的遗传算法也是求解这类问题的常用方法之一。由于该问题的解是一种特殊的序列, 所以遗传算法在求解该问题时的性能也并不理想。模拟退火算法具有描述简单、使用灵活、运用广泛、运行效率高和较少受到初始条件约束等优点, 是解决旅行商问题的一种很好的算法。

关键词: 旅行商问题; 近似算法; 模拟退火算法

0 引言

旅行商问题^[1], 即 TSP 问题 (Travelling Salesman Problem) 是数学领域中著名问题之一。假设有一个旅行商人要拜访 n 个城市, 他必须选择所要走的路径, 路径的限制是每个城市只能拜访一次, 而且最后要回到原来出发的城市。路径的选择目标是要求得的路径路程为所有路径之中的最小值。

TSP 问题描述^[2]为: 设有 n 个城市的集合 $city = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, 对于城市 $C_i, C_j \in city$, 从 C_i 到 C_j 的距离记为 $d_{ij} \in R^+$, 这里假设 $d_{ij} = d_{ji}$, 即考虑对称 TSP 问题。TSP 问题的解, 就是在集合 $city$ 中找到一个不重复的全排列 $C_{k1}, C_{k2}, \dots, C_{kn}$, 使其之间距离最短, 也就是要确定一条经过每个城市的当且仅当一次并返回出发点的最短路线。其图论描述为: 给定图 $G=(V, E)$, 其中 V 为顶点集, E 为各顶点相互连接组成的边集。已知各顶点间的连接距离, 要求确定一条长度最短的 Hamilton 回路, 即遍历所有顶点当且仅当一次的最短回路^[2]。目前求解 TSP 问题的主要方法有模拟退火算法 (Simulated Annealing, SA), 遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 和神经网络算法等。GA 是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应的全局优化概率搜索算法,

具有较强的全局搜索性能。SA 算法用于优化问题的出发点是基于物理中固体物质的退火过程与一般优化问题的相似性, 它具有很好的局部搜索能力^[3]。

TSP 问题是一个组合优化问题, 该问题可以被证明具有 NPC 计算复杂性。因此, 任何能使该问题的求解得以简化的方法, 都将受到高度的评价和关注。

1 模拟退火法 (Simulated Annealing, SA)

SA 是模拟热力学中经典粒子系统的降温过程来求解规划问题的极值。当孤立粒子系统的温度以足够慢的速度下降时, 系统近似处于热力学平衡状态, 最后系统将达到本身的最低能量状态, 即基态, 这相当于能量函数的全局极小点。由于模拟退火法能够有效地解决大规模的组合优化问题, 且对规划问题的要求极小, 该方法已成为一种具有发展前景的一种优化方法^[2]。模拟退火法的基本原理^[2]如下:

- (1) 给定初始温度 T_0 , 及初始点 x , 计算该点的函数值 $f(x)$;
- (2) 随机产生扰动 Δx , 得到新点 $x' = x + \Delta x$, 计算新点函数值 $f(x')$, 及函数值差 $\Delta f = f(x') - f(x)$;
- (3) 若 $\Delta f \leq 0$, 则接受新点, 作为下一次模拟的初始

收稿日期: 2011-12-31 修稿日期: 2012-01-15

作者简介: 郭乐新 (1985-), 男, 河北邯郸人, 硕士研究生, 研究方向为人工智能、模式识别

点;

(4) 若 $\Delta f > 0$, 则计算新点接受概率: $p(\Delta f) = \exp(-\Delta f / K \cdot T)$, 产生 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的伪随机数 r , $r \in [0, 1]$, 如果 $p(\Delta f) \geq r$, 则接受新点作为下一次模拟的初始点; 否则放弃新点, 仍取原来的点作为下一次模拟的初始点。

以上步骤称为 Metropolis 过程。

按照一定的退火方案逐渐降低温度, 重复 Metropolis 过程, 就构成了模拟退火算法。当系统温度足够低时, 就认为达到了全局最优状态。按照热力学分子运动理论, 粒子作无规则运动时, 它具有的能量带有随机性, 温度较高时, 系统的内能较大, 但是对某个粒子而言, 它所具有的能量较小。因此算法要记录整个退火过程中出现的能量较小的点。

2 求解 TSP 的模拟退火策略

根据上面的基本原理给出本实验的算法描述^[1]:

SA()

```

1 choose an initial solution  $X_0$  randomly
2 give an initial temperature  $T_0$ ,  $X \leftarrow X_0$ ,  $T \leftarrow T_0$ 
3 while the stop criterion is not yet satisfied do
4   for  $i \leftarrow 1$  to  $L$  do
5     pick a solution  $X' \in N(X)$  randomly
6      $\Delta f \leftarrow f(X') - f(X)$ 
7     if  $\Delta f < 0$  then  $X \leftarrow X'$ 
8     else  $X \leftarrow X'$  with probability  $\exp(-\Delta f / T)$ 
9    $T \leftarrow g(T)$  //generally,  $T \leftarrow aT$ 
10 return  $X$ 
```

从 SA() 过程可以看出用 SA 解决 TSP 问题分解成以下七个操作^[1]:

(1) 解空间

解空间 S 是遍历每个城市恰好一次的所有路径, 解可以表示为 $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, 其中 w_1, w_2, \dots, w_n 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列, 表明 w_1 城市出发, 依次经过 w_2, \dots, w_n 城市, 再返回 w_1 城市。初始解可选为 $(1, \dots, n)$ 。

(2) 目标函数

目标函数为访问所有城市的路径总长度。要求的最优路径为目标函数为最小值时对应的路径。

(3) 邻域 $N(X)$

对于一个解:

$(w_1, w_2, \dots, w_k, w_{k+1}, \dots, w_m, w_{m+1}, \dots, w_n)$

邻域就是任意交换解中两元素的位置所形成的空间。因此有了一种新路径的产生方法: 随机产生 1 和 n 之间的两相异数 k 和 m , 不妨假设 $k < m$, 则将原路径

$(w_1, w_2, \dots, w_k, w_{k+1}, \dots, w_m, w_{m+1}, \dots, w_n)$

变为新路径:

$(w_1, w_2, \dots, w_m, w_{k+1}, \dots, w_k, w_{m+1}, \dots, w_n)$ 。

上述变换方法就是将 k 和 m 对应的两个城市在路径序列中交换位置, 称为 2-opt 映射。所以任意一个解的邻域大小为 $n(n-1)/2$ 。

(4) 平衡参数 L

根据邻域的定义可知, 要想使 $N(X)$ 中每个解都有被选择的机会, 可使平衡参数 $L = n(n-1)/2$ 。

(5) 初使温度 T_0

初使温度 T_0 的大小会影响 SA 的性能, 如果过大, 则退火时间会更长, 当然解的质量有可能改进; 如果过小, 则速度快, 解的质量可能会较差。

在此次实验中, 分别采用不同的 T_0 , 然后与 TSP 的最近邻策略结果相比较, 来观察 T_0 的大小对算法的影响。

(6) 冷却机制

算法中的第 9 行冷却机制的选择是 SA 算法成功的关键技术之一。常驻机构用的冷却机制有 $T \leftarrow aT$ (a 是一个常数), $T \leftarrow T_0 / \lg(k+1)$ (k 为降温过程中的迭代次数) 两种, 虽然后者有较好的收敛性, 但是收敛速度慢, 因此前者更常用。本实验中选用前者, 根据经验可使 $a = 0.93$ 。

(7) 停止准则^[1]

由于 NP 完全问题的难解性, 在大多数情况下, 都不可能指望获得最优解, 因此只需要在合理的时间范围内给出满意的近似解就可以了, 这就需要算法停止准则。经常使用的停止准则有:

① 如果目标函数的最小值已知, 则在搜索过程中得到的解与最优解充分接近时, 算法停止;

② 给定一个最大迭代步数或最长运行时间, 如果超过了最大迭代步数或最大运行时间, 算法停止;

③ 经过多次迭代后, 目标函数值不再发生或者变化很小, 算法停止。

以上准则中以②最简单, 容易控制, 所以我们在实验中选择②作为我们的停止准则。

3 实验结果与分析

为了验证算法效果,实验中做了两个测试,测试一是对相同规模问题(实验中选择了13个城市)观察的 T_0 对算法的影响,实验数据见图1,实验结果见图2。测试二是对不同规模的问题,分别采用7个城市和45个城市对算法适应性进行测试,这里 $T_0=n \times l$,实验数据见图3(45个城市数据太多,这里不再给出),实验结果见图4。实验中测试用数据为随机生成。

13	22	61	44	139	78	159	146	138	94	145	77	82	42
129	27	100	41	108	11	169	46	162	60	167	107	114	
128	130	70	108	42	24	149	4	52	26	63	165	143	
54	26	69	144	22	140	155	61	146	32	20	106	56	
8	136	34	91	39	94	31	31	91	53	61	1	8	
10	94	107	56	80	66	9	101	107	111	163	134	47	
167	76	29	166	20	78	21	75	143	160	130	23	114	
157	59	113	166	49	33	167	112	127	88	12	2	156	
102	91	93	66	145	35	27	25	132	150	33	110	26	
61	82	135	23	121	133	134	151	88	135	143	116	67	
128	133	135	65	141	122	119	77	161	60	64	130	67	
151	109	104	166	116	120	132	31	17	129	70	134	103	
20	113	61	30	116	124	79	90	162	163	143	152	83	

图1 测试一实验数据:13个城市距离矩阵

(a) $T_0=n \times l$

(b) $T_0=n \times l \times 100$

图2 测试一实验结果

从实验结果可以看出,初使温度 T_0 的大小会影响SA的性能,如果过大,则退火时间会更长,当然解的质量有可能改进;如果过小,则速度快,解的质量可能会较差。另外还可以得出,虽然 T_0 是与问题规模存在一

定的比例关系,但随着问题规模的增大,解的质量迅速下降,说明这种比例关系不够好,所以对 T_0 的选择, T_0 与 n 还有 l 之间的函数关系是很重要。

7	12	42	15	45	49	32	21
16	5	31	38	11	38	29	
27	13	40	49	39	11	35	
4	38	23	36	34	32	25	
27	10	7	4	11	9	22	
20	45	24	5	9	26	43	
18	11	9	34	10	12	10	

图3 测试二实验数据:7个城市距离矩阵

4 结 语

模拟退火算法是一种新的随机搜索方法,它是近年来提出的一种适合于解决大规模组合优化问题的通用而有效的近似算法。与以往的近似算法相比,模拟退火算法具有描述简单、使用灵活、运用广泛、运行效率高和较少受到初始条件约束等优点。模拟退火算法与初始值无关,算法求得的解与初始解状态 S (是算法迭代的起点)无关。但是该算法为了找到全局最优解,需要较长时间,而且初使温度与冷却机制的参数难以控制。另外,当目标函数具有较深的局部最优解时,该算法也无能为力。

参考文献

- [1]张德富. 算法设计与分析(高级教程). 北京:国防工业出版社, 2007.2
- [2]汪松泉,程家兴. 遗传算法和模拟退火算法求解TSP的性能分析. 计算机技术与发展, 2009.11:0097-04
- [3]许金星,吴素萍. 旅行售货员问题的图论近似算法. 计算机工程与应用, 2009:51~52

(a) $n=7$

(b) $n=45$

图4 测试二实验结果

(下转第18页)

Research on Knowledge Unit Extraction and Access Technology of Open Access Resources Based on Chinese Medicine Ontology Knowledge Database

XIA Shu-jian , QIN Yan-bin

(Academic Affairs Office, Liaoning University of Traditional Chinese Medicine, Shenyang 110032)

Abstract: Analyses research situation at home and abroad, presents knowledge unit, ontology and so on, and presents the primary research technology. Elaborates how to design a traditional Chinese medicine ontology knowledge database application platform based on open resources and realizes it.

Keywords: Ontology; Knowledge Unit; Open Access Resources; Relational Database

~~~~~  
(上接第 5 页)

# Implementation of Travelling Saleman Problem Based on Simulated Annealing

GUO Le-xin

(School of Information Science & Technology, Xiamen University, Xiamen 361005)

**Abstract:** Travelling salesman problem is a kind of a typical NP-complete problems, around this problem there are different ways of solving. The existing algorithms such as dynamic programming method, Branch and bound method, Backtracking, etc. These precision-type methods are exponential, simply will not solve the practical problems. Greedy method is approximate method can not achieve satisfactory approximation ratio. Genetic algorithm for solving such problems is also one of the commonly used. Since the solution of the problem is a special sequence, therefore, the genetic algorithm in solving the problem of performance is not satisfactory. Describes simulated annealing algorithm in a simple, flexible, use a wide range, run efficient and less constrained by the initial conditions, is a good algorithm to solve the travelling salesman problem.

**Keywords:** Travelling Salesman Problem; Approximate Algorithm; Simulated Annealing Algorithm