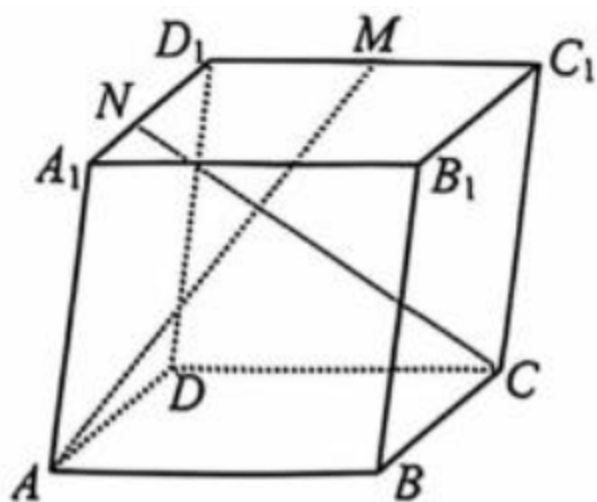


# Midterm Review

## 填空题

### Q1 普陀

9. 设  $\lambda \in \mathbf{R}$ ，在如图所示的平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ， $AA_1 = 2$ ， $AB = AD = 1$ ，点  $M$  是棱  $C_1D_1$  的中点， $\overrightarrow{A_1N} = \lambda \overrightarrow{A_1D_1}$ ，若  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CN} = 2$ ，则  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.



第9题图

### Q2 普陀

11. 设  $t \in \mathbf{R}$ ，直线  $l: x + y - t = 0$  与曲线  $C_1: y = \frac{1}{4}x^2$  ( $0 \leq x \leq 4$ ) 和曲线  $C_2: y = 2x^{\frac{1}{2}}$  分别交于  $P$ 、 $Q$  两点，则  $|PQ|$  的最大值是\_\_\_\_\_.

### Q3 普陀

12. 设  $a > b > 0$ ，函数  $y = f(x)$  的表达式为  $f(x) = \left| x - \frac{1}{x} + \ln x \right|$ ，若  $f(a) = f(b)$ ，且关于  $x$  的方程  $|x^2 + ax + 2ab| + |x^2 - ax + 2ab| = 2a|x|$  的整数解有且仅有 4 个，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### Q4 杨浦

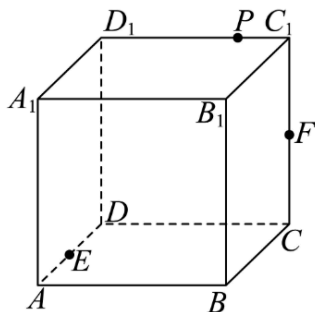
9. 将一个半径为 1 的球形石材加工成一个圆柱形摆件，则该圆柱形摆件侧面积的最大值为\_\_\_\_\_.

### Q5 宝山

10. 将棱长为 2 的正四面体绕着它的某一条棱旋转一周所得的几何体的体积为\_\_\_\_\_.

### Q6 宝山

15. 如图，正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  边长为  $a$ ， $E$  为  $AD$  上任意一点， $F$  为  $CC_1$  中点，若棱  $C_1D_1$  上至少存在一点  $P$  使得  $PE \perp PF$ ，则棱长  $AA_1$  的最大值为（ ）



### Q7 闵行

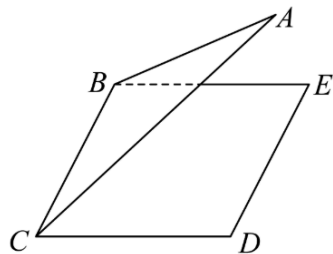
10. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  分别为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$  的左、右焦点，过  $F_1$  的直线交椭圆于  $A$ 、 $B$  两点. 若  $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{BF_2} = 0$ ，则  $\overrightarrow{AF_2} \cdot \overrightarrow{BF_2} =$ \_\_\_\_\_.

## Q8 长宁（这个题出的不太好，思考一下即可）

12. 点  $P$ 、 $M$ 、 $N$  分别位于正方体  $ABCD - A'B'C'D'$  的面上， $AB = 1$ ，则  $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$  的最小值是\_\_\_\_\_.

## Q9 虹口

9. 如图，已知正三角形  $ABC$  和正方形  $BCDE$  的边长均为 2，且二面角  $A - BC - D$  的大小为  $\frac{\pi}{6}$ ，则  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ \_\_\_\_\_.



第 1 页/共 4 页

## Q10 虹口

10. 双曲线  $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1$  和  $F_2$ ，若以点  $F_2$  为焦点的抛物线  $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$  与  $C_1$  在第一象限交于点  $P$ ，且  $\angle PF_1F_2 = \frac{\pi}{4}$ ，则  $C_1$  的离心率为\_\_\_\_\_.

## Q11 虹口

15. 已知边长为 2 的正四面体  $A - BCD$  的内切球（球面与四面体四个面都相切的球）的球心为  $O$ ，若空间中的动点  $P$  满足  $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OC} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OD}$ ， $x, y, z \in [0, 1]$ ，则点  $P$  的轨迹所形成的几何体的体积为（ ）.

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $2\sqrt{3}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

# 大题

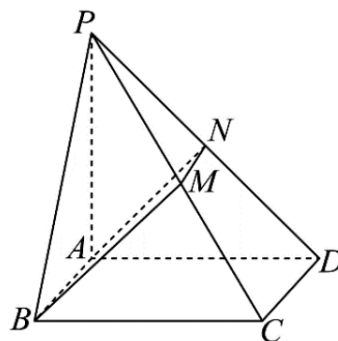
## DQ1 通河中学

17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  是正方形,  $M, N$  分别是  $PC, PD$  的中点.

(1) 求证:  $MN \parallel$  平面  $PAB$ ;

(2) 若  $PA = AB = 2$ , 求直线  $PB$  与平面  $ABN$  所成角的大小.



## DQ2

- A.  $(-\infty, -2e)$       B.  $(-\infty, -e)$       C.  $(-\infty, -\frac{2}{e})$       D.  $(-\infty, -\frac{1}{e})$

### 三. 解答题

17. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = AD = 2$ ,  $AB = 1$ , 以  $BD$  的中点  $O$  为球心、 $BD$  为直径的球面交  $PD$  于点  $M$ .

(1) 求证:  $PD \perp$  平面  $ABM$ ; (2) 求二面角  $A-BM-C$  的大小.

