|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ **Информатика и системы управления**

КАФЕДРА **ПРОГРАМНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ (ИУ7)**

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ **09.04.03 ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ**

**Отчет**

|  |  |
| --- | --- |
| **По лабораторной работе №** | 2 |

**Дисциплина:** Моделирование

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Студент | ИУ7-62Б |  |  | Н.А. Гарасев |
|  | (Группа) |  | (Подпись, дата) | (И.О. Фамилия) |
|  |  |  |  |  |
| Преподаватель |  |  |  | В.М. Градов |
|  |  |  | (Подпись, дата) | (И.О. Фамилия) |

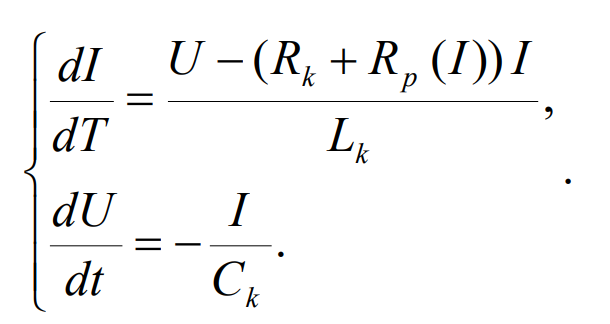
Москва, 2021

**Тема:** Программно-алгоритмическая реализация метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности при решении системы ОДУ в задаче Коши.

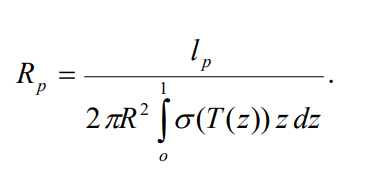
**Цель работы:** Получение навыков разработки алгоритмов решения задачи Коши при реализации моделей, построенных на системе ОДУ, с использованием метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

**Исходные данные:**

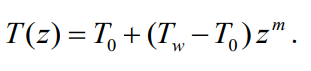
Задана система электротехнических уравнений, описывающих разрядный контур, включающий постоянное активное сопротивление Rk , нелинейное сопротивление R (I) p , зависящее от тока I , индуктивность Lk и емкость Ck .



Начальные условия: t =0, I = I0 , U = U0. Здесь I, U - ток и напряжение на конденсаторе. Сопротивление Rp рассчитать по формуле

****

**, где**

****

**Параметры разрядного контура:**

R=0.35 см

lэ=12 см

Lk=187 10-6 Гн

Ck=268 10-6 Ф

Rk=0.25 Ом

Uco=1400 В

Io=0..3 A

Tw=2000 K

**Ход работы:**

Для вычисления I и U, заданных системой электротехнических уравнений, используется метод Рунге-Кутта 4-го порядка точности, описанный в листинге 1.

Листинг 1. Метод Рунге-Кутта 4-го порядка точности.

**def** RungeKutta4**(**I**,** U**,** h**):**

k1 **=** f1**(**I**,** U**)**

q1 **=** f2**(**I**)**

k2 **=** f1**(**I **+** h **\*** k1 **/** 2**,** U **+** h **\*** q1 **/** 2**)**

q2 **=** f2**(**I **+** h **\*** k1 **/** 2**)**

k3 **=** f1**(**I **+** h **\*** k2 **/** 2**,** U **+** h **\*** q2 **/** 2**)**

q3 **=** f2**(**I **+** h **\*** k2 **/** 2**)**

k4 **=** f1**(**I **+** h **\*** k3**,** U **+** h **\*** q3**)**

q4 **=** f2**(**I **+** h **\*** k3**)**

I\_res **=** I **+** h **\*** **(**k1 **+** 2 **\*** k2 **+** 2 **\*** k3 **+** k4**)** **/** 6

U\_res **=** U **+** h **\*** **(**q1 **+** 2 **\*** q2 **+** 2 **\*** q3 **+** q4**)** **/** 6

**return** I\_res**,** U\_res

Где функции f1 и f2 – функции системы электротехнических уравнений из условия, описанные в листинге 2.

Листинг 2. Система электротехнических уравнений.

**def** f1**(**I**,** U**):**

**return** **(**U **-** **(**Rk **+** calcR**(**I**))** **\*** I**)** **/** Lk

**def** f2**(**I**):**

**return** **-**1 **\*** I **/** Ck

Rp – рассчитывается по формуле из условия, реализация представлена в листинге 3.

Листинг 3. Вычисление Rp.

**def** calcR**(**I**):**

r **=** l **/** **(**2 **\*** math**.**pi **\*** R **\*** R **\*** integral**(**I**))**

**return** r

Вычисление численного значения интеграла, зависящего от силы тока, реализован в листинге 4.

Листинг 4. Вычисление интеграла.

**def** integral**(**I**):**

**return** trapezoid**(**T**,** 0**,** 1**,** 10 **\*\*** **-**2**,** I**)**

**def** trapezoid**(**f**,** a**,** b**,** h**,** i**):**

p **=** **round((**b **-** a**)** **//** h**)**

s **=** 0

**for** \_ **in** **range(**p**):**

s **+=** **(**f**(**a**,** i**)** **+** f**(**a **+** h**,** i**))** **/** 2 **\*** h

a **+=** h

**return** s

Интеграл вычисляется по методу трапеции с шагом 10^-2 (такой шаг выбран как, что-то среднее между временем вычислением и точностью результата). Значение в точках вычисляются с помощью функции T, представленную в листинге 5.

Листинг 5. Функция Т().

**def** T**(**z**,** i**):**

temp **=** newton**(**tab2**[**0**],** tab2**[**1**])**

f\_t **=** linear**(**tab1**[**0**],** tab1**[**1**])**

f\_m **=** linear**(**tab1**[**1**],** tab1**[**2**])**

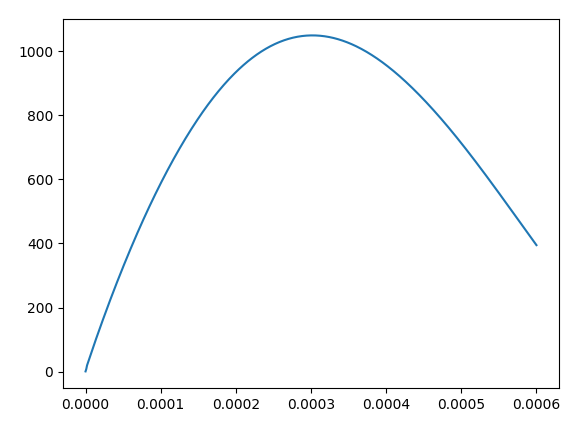
**return** temp**(**f\_t**(**i**)** **+** **(**Tw **-** f\_t**(**i**))** **\*** z**\*\***f\_m**(**f\_t**(**i**)))**

Первым делам в функции Т() определяются функции temp(), f\_t(), f\_m(). С помощью разных методов интерполяции, заданные функции вычисляют значения при заданном i. Функция temp() - используя интерполяцию по Ньютону, вычисляет значение сигмы по заданной температуре. Для функций f\_t() и f\_m() был выбран метод линейной интерполяции, так как у узлов в таблице переменный шаг. Функция f\_t() – вычисляет значение T при заданном I. Функция f\_m() – вычисляет значение m при заданном T.

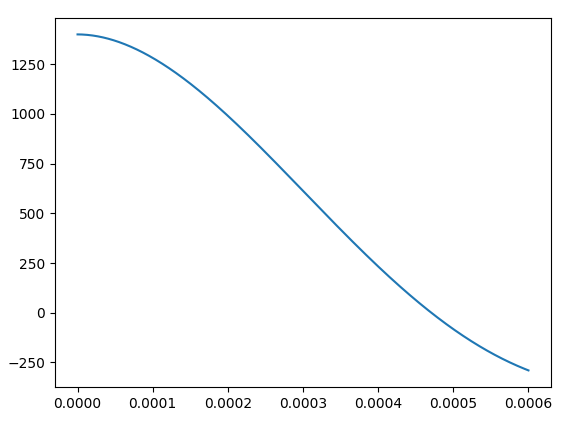
Результат программы:

1. **Графики зависимости от времени импульса t.**

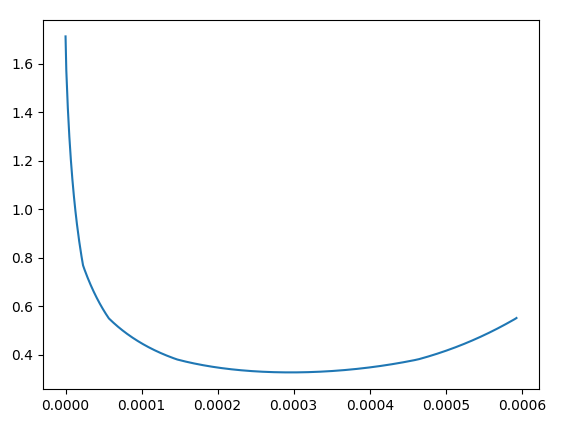
I(t), где на горизонтальной оси время импульса в секундах, а на вертикальной – сила тока в А.



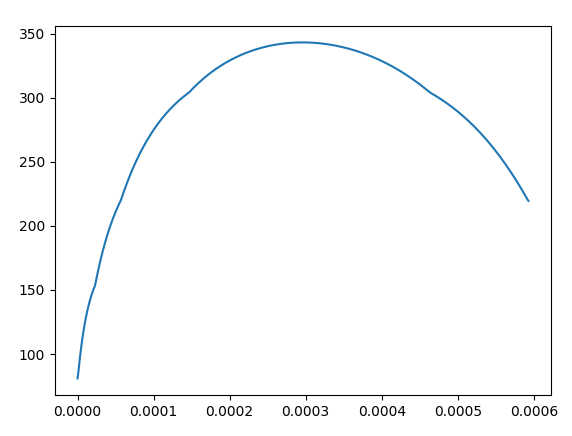
U(t), где на горизонтальной оси время импульса в секундах, а на вертикальной – напряжение в В.



Rp(t), где на горизонтальной оси время импульса в секундах, а на вертикальной – сопротивление в Ом.



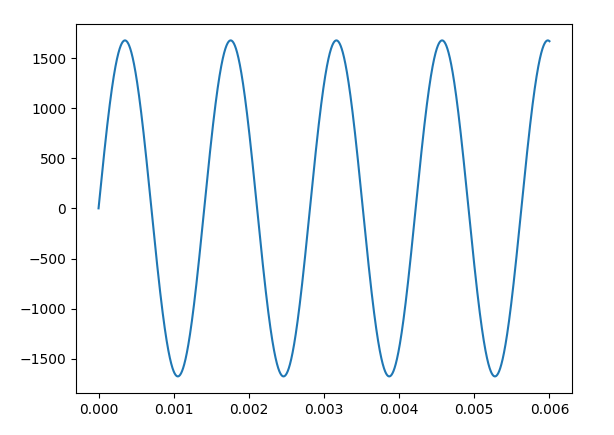
Произведение I(t) \* Rp(t), где на горизонтальной оси время импульса в секундах, а на вертикальной – произведение силы тока на сопротивление в А \* Ом.



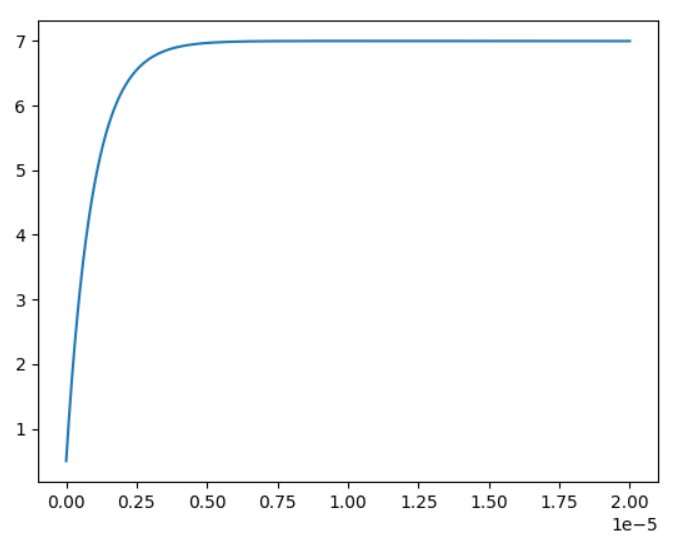
Все вычисления происходили при dt = 10^-6 на временном интервале от 0 до 600 мкс.

1. **График зависимости I(t) при Rk + Rp = 0.**

I(t), где на горизонтальной оси время импульса в секундах, а на вертикальной – сила тока в А.



1. **График зависимости I(t) при Rk + Rp = const = 200 Ом.**



1. **Результаты исследования влияния параметров контура Ck , Lk , Rk на длительность импульса tимп. апериодической формы Длительность импульса определяется по кривой зависимости тока от времени на высоте 35 max 0. I , max I - значение тока в максимуме.**

При исходных данных:

Imax = 1047.02 А

0.35 \* Imax = 366.46 А

Timp = 551 мкс

Составим таблицу с измененными параметрами.

Таблица 1. Изменение Ck.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ck | Timp мкс | T\_start, мкс | T\_end, мкс | Imax | 0.35 \* Imax |
| 0.25 \* Ck | 273 | 33 | 306 | 616.34 | 215.72 |
| 0.5 \* Ck | 387 | 44 | 431 | 810,78 | 283,77 |
| Ck | 551 | 58 | 609 | 1047.02 | 366.46 |
| 1.25 \* Ck | 618 | 63 | 681 | 1132,27 | 396,29 |
| 1,5 \* Ck | 675 | 67 | 742 | 1199,79 | 419,92 |

Как можно заметить, длительность импульса и максимальная сила тока, прямо-пропорциональна параметру Ck.

Таблица 2. Изменение Lk.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Lk | Timp мкс | T\_start, мкс | T\_end, мкс | Imax | 0.35 \* Imax |
| 0.75 \* Lk | 479 | 49 | 528 | 1157.77 | 405.22 |
| Lk | 551 | 58 | 609 | 1047.02 | 366.46 |
| 1.25 \* Lk | 615 | 64 | 679 | 966,43 | 338,25 |
| 1,5 \* Lk | 673 | 73 | 756 | 903,73 | 316,30 |

Параметр Lk прямо-пропорционален длительности импульса и обратно-пропорционален максимальной силе тока.

Таблица 3. Изменение Rk.

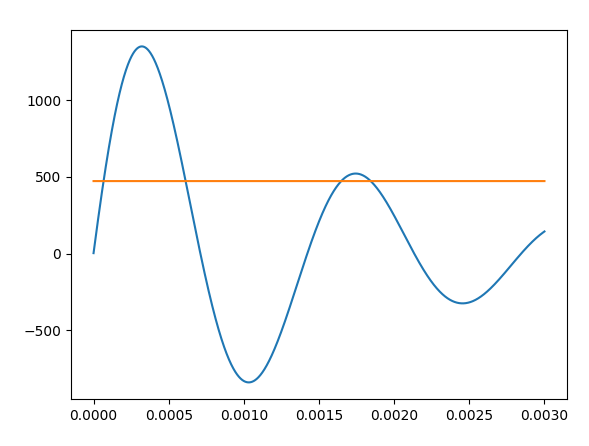
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rk | Timp мкс | T\_start, мкс | T\_end, мкс | Imax | 0.35 \* Imax |
| 0.5 \* Rk | 547 | 63 | 610 | 1149.96 | 402.48 |
| 0.75 \* Rk | 549 | 60 | 609 | 1096.15 | 383.65 |
| Rk | 551 | 58 | 609 | 1047.02 | 366.46 |
| 1.25 \* Rk | 554 | 56 | 610 | 1001.97 | 350.69 |
| 1,5 \* Rk | 557 | 54 | 611 | 690,54 | 336,19 |
| 2 \* Rk | 566 | 50 | 616 | 886,87 | 310,40 |

Параметр Rk прямо-пропорционален длительности импульса и обратно-пропорционален максимальной силе тока.

**Вопросы.**

1. **Какие способы тестирования программы, кроме указанного в п.2, можете провести еще?**

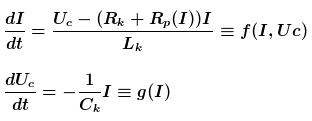
Если убрать Rp, то по законам физики сила тока будет совершать затухающие колебания.

****

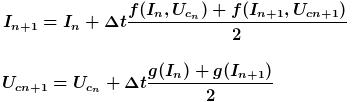
При уменьшении шага, значения практически не изменяются, это означает, что найдет точный результат.

1. **Получите систему разностных уравнений для решения сформулированной задачи неявным методом трапеций. Опишите алгоритм реализации полученных уравнений.**

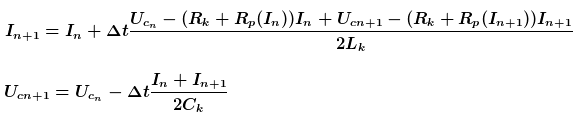
Возьмем первоначальные уравнения:



Далее запишем выражения для метода трапеций:



Затем необходимо подставить выражения *f* и *g.*



Имеем два уравнения и две неизвестных величины. Подставляем *Ucn+1* из второго уравнения в первое, находим *In+1*, затем находи *Ucn+1.*

1. **Из каких соображений проводится выбор численного метода того или иного порядка точности, учитывая, что чем выше порядок точности метода, тем он более сложен и требует, как правило, больших ресурсов вычислительной системы?**

Для того, чтобы провести вычисления методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности, необходимо чтобы: функция в правой части была ограничена и непрерывна, а также ее четвертые производные. Если функция не имеет четвертых производных, то целесообразно использовать другой метод, например Рунге-Кутта второго порядка точности, чтобы не тратить вычислительные мощности системы.

1. **Можно ли метод Рунге - Кутта применить для решения задачи, в которой часть условий задана на одной границе, а часть на другой? Например, напряжение по-прежнему задано при t = 0 , т.е. 0 t = 0, U =U , а ток задан в другой момент времени, к примеру, в конце импульса, т.е. при Т t =Т, I = I . Какой можете предложить алгоритм вычислений?**

Каждое последующее вычисление требует значения в предыдущей момент времени, т е метод Рунге-Кутта не подходит для такого условия, так как известен лишь одно значение. Для решения необходим алгоритм, способный решать краевые задачи.