Modelos estadísticos

Técnicas estadísticas avanzadas para la conservación de la biodiversidad - Universidad de Huelva

David García Callejas

01/2021

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

- Pero aun queda todo un mundo de preguntas que podemos resolver:

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

- Pero aun queda todo un mundo de preguntas que podemos resolver:
  - ¿Cómo afecta una variable independiente a una respuesta?

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

- Pero aun queda todo un mundo de preguntas que podemos resolver:
  - ¿Cómo afecta una variable independiente a una respuesta?
  - ¿Podemos predecir una variable en función de otras?

Regresión estadística

Hasta ahora:

- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

- Pero aun queda todo un mundo de preguntas que podemos resolver:
  - ¿Cómo afecta una variable independiente a una respuesta?
  - ¿Podemos predecir una variable en función de otras?
  - ¿Qué ocurre cuando tenemos más de dos tratamientos en una población?

Regresión estadística

Hasta ahora:

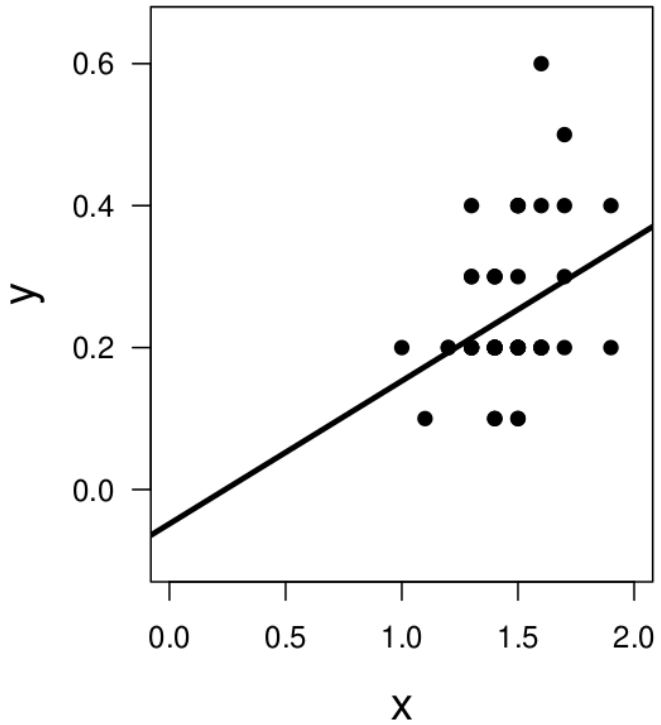
- Sabemos cómo cuantificar una muestra o una población
- Sabemos los fundamentos del diseño experimental
- Sabemos cómo comparar dos muestras

- Pero aun queda todo un mundo de preguntas que podemos resolver:
  - ¿Cómo afecta una variable independiente a una respuesta?
  - ¿Podemos predecir una variable en función de otras?
  - ¿Qué ocurre cuando tenemos más de dos tratamientos en una población?

- Respuesta: $y = a + bx$

Regresión estadística

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$$
$$\varepsilon_i \sim N\left(0, \sigma^2\right)$$



Data

y = response variable

x = predictor

Parameters

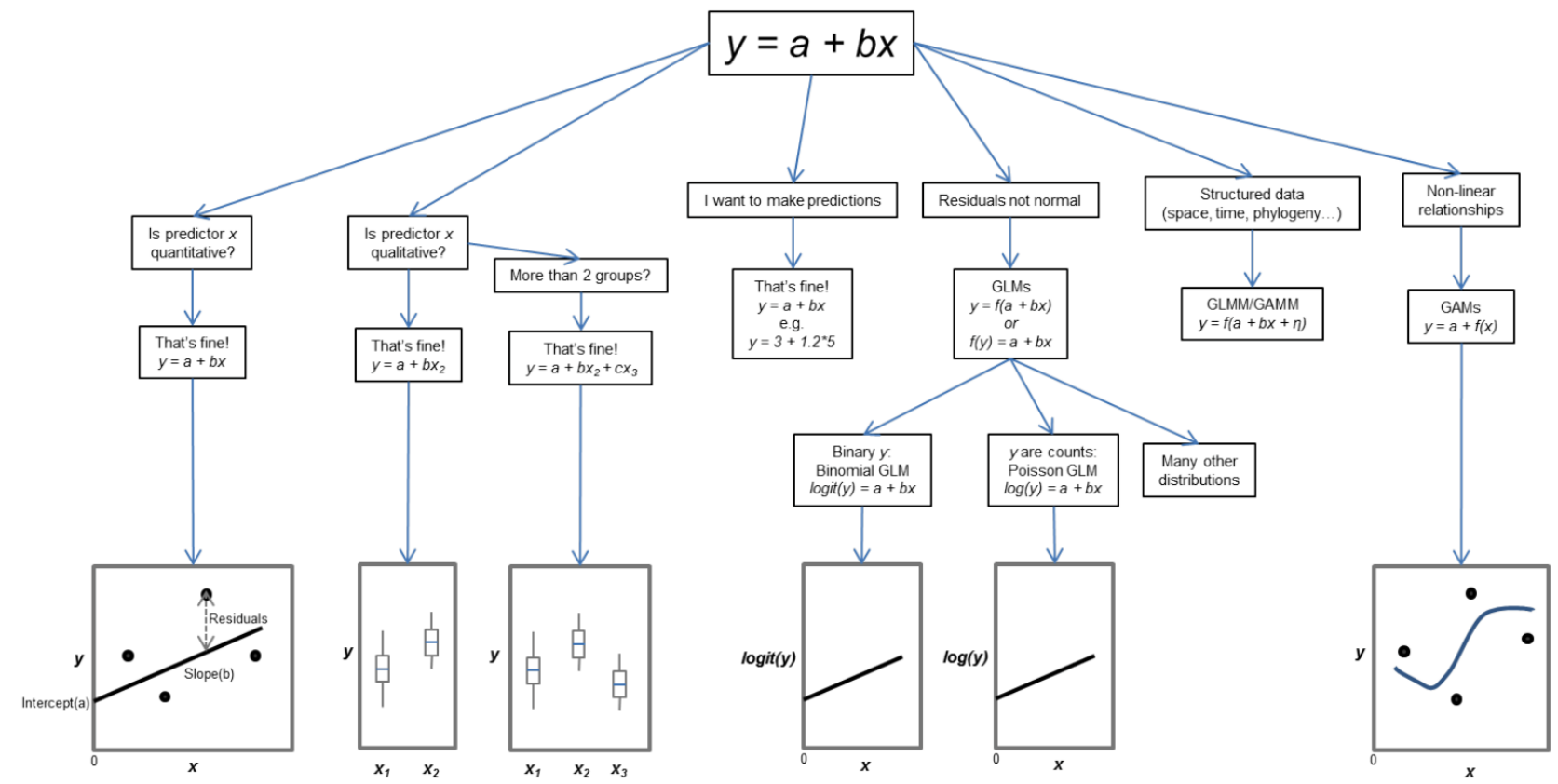
a = intercept

b = slope

σ = residual variation

ε = residuals

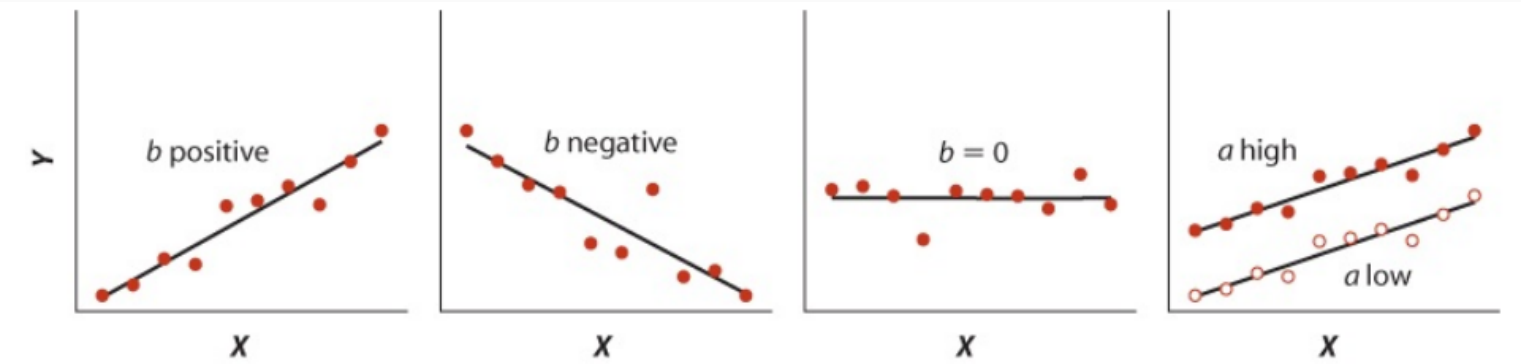
Regresión estadística



Regresión estadística

Regresión lineal:

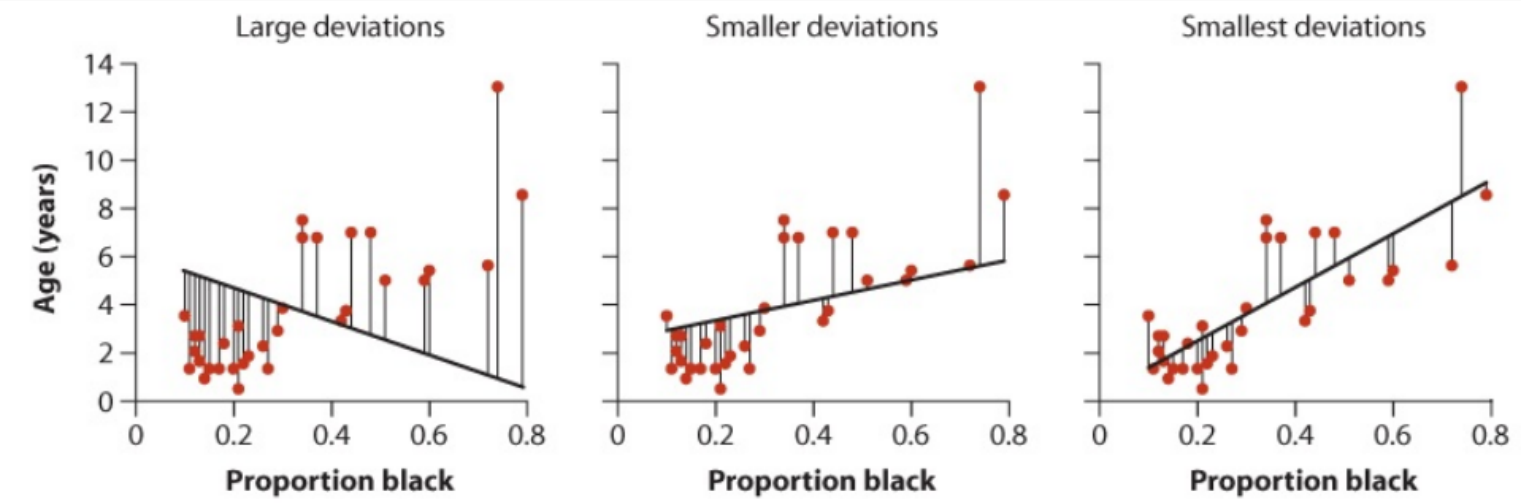
- Relación lineal entre las variables



Regresión estadística

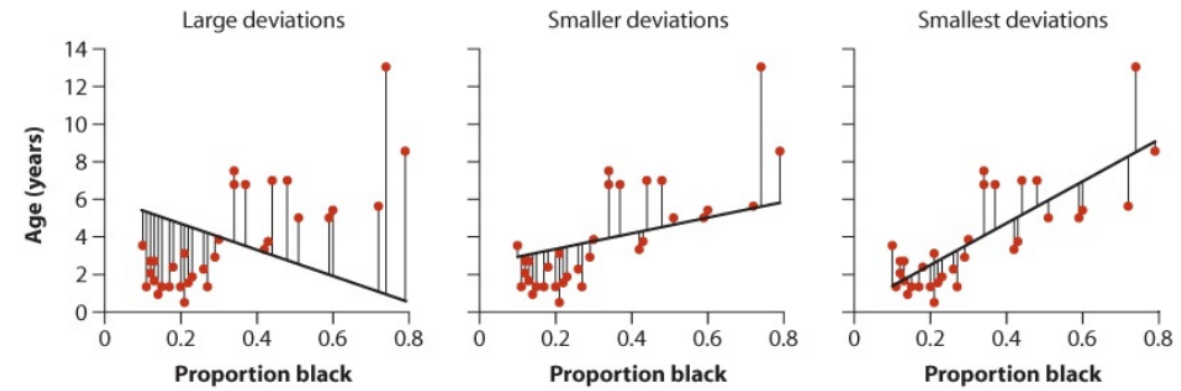
Regresión lineal:

- Minimiza el *error residual*



Regresión estadística

- ¿Cómo calcular la recta con menor error residual? **Método de mínimos cuadrados**



$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - x)^2} \tag{1}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{2}$$

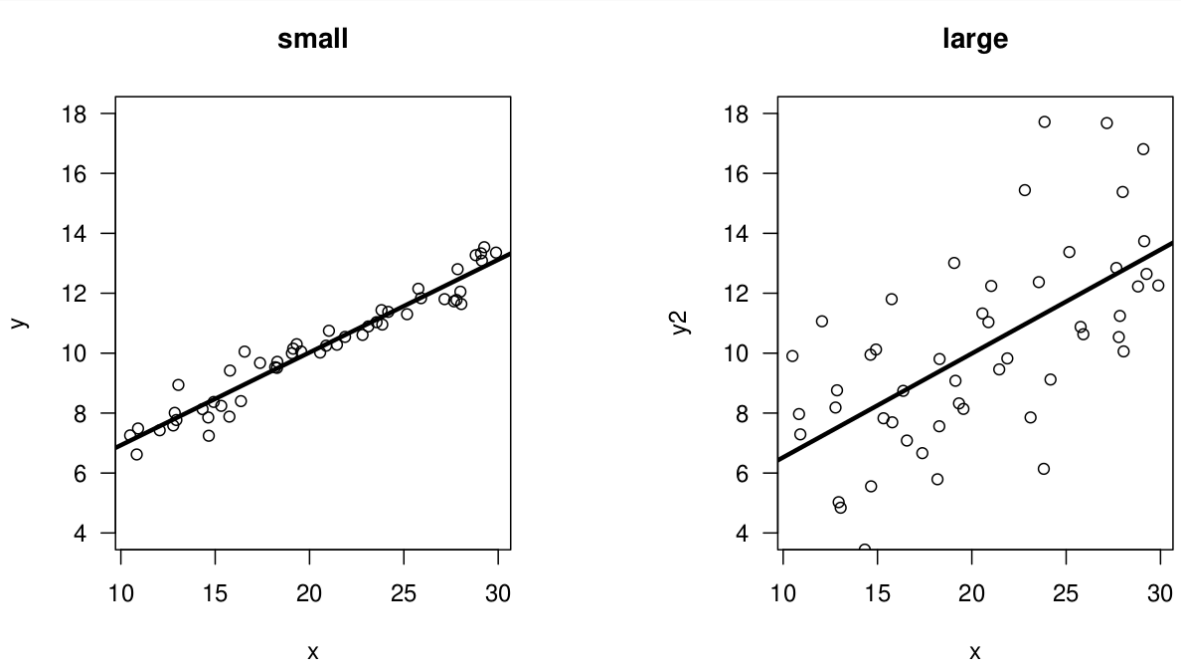
Regresión estadística

- Residuos: diferencia entre valor observado y predicho
- Recuerda:

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$$
$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

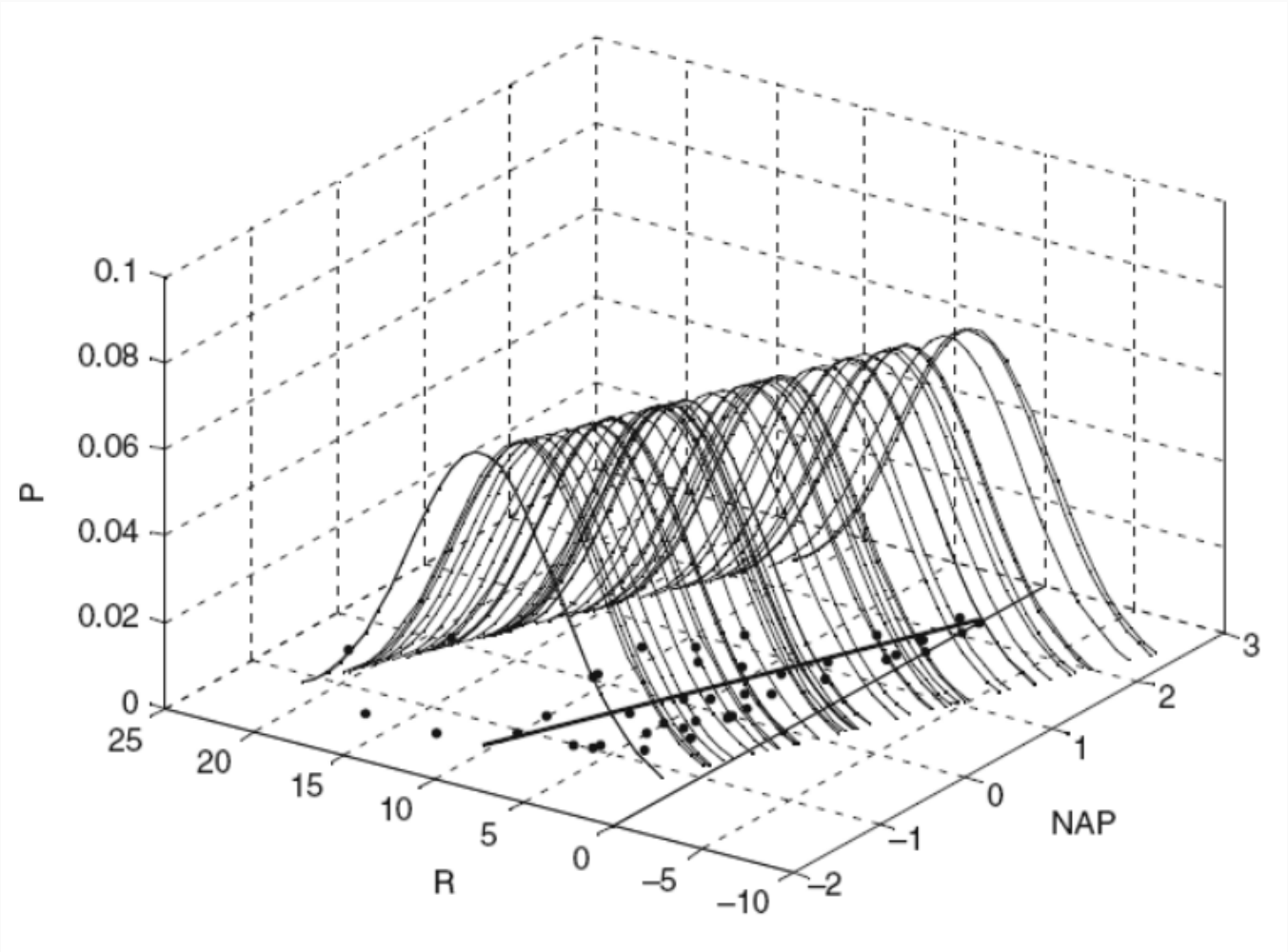
Regresión estadística

- Residuos: diferencia entre valor observado y predicho



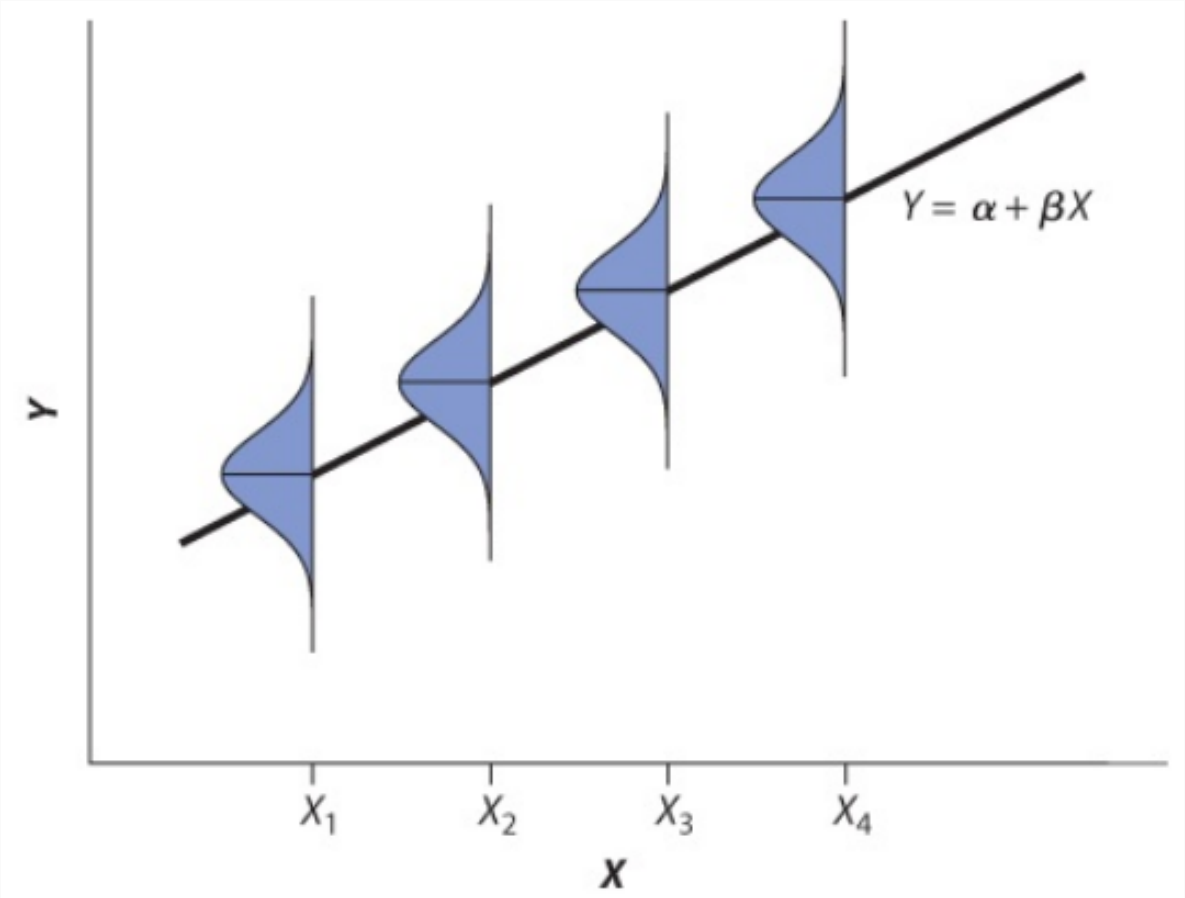
Regresión estadística

- Para que la estimación sea correcta, la distribución de residuos debe ser normal
- y la varianza debe ser homogénea



Regresión estadística

- **Again**: Para que la estimación sea correcta, la distribución de residuos debe ser normal y la varianza residual, homogénea



Regresión estadística

Importante: Esto no implica que la variable respuesta, o la variable independiente, deban tener una distribución normal!

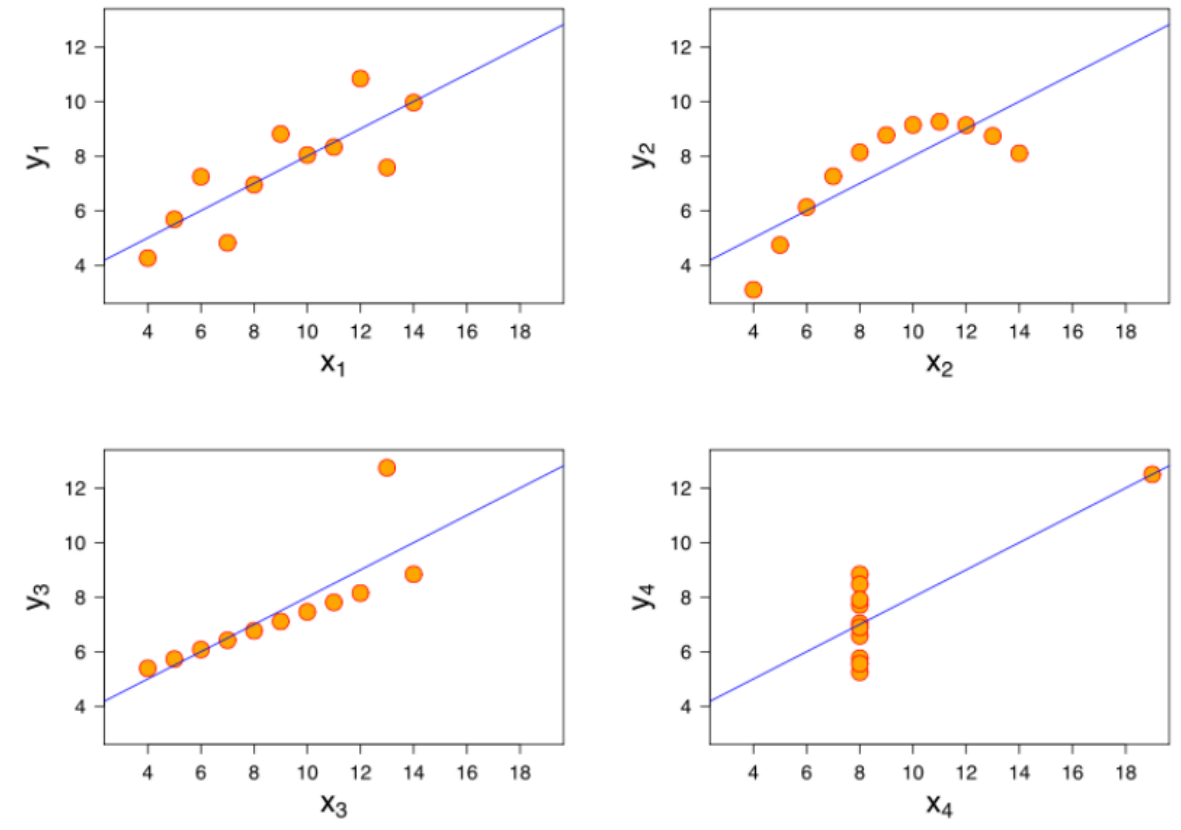
Regresión estadística

¿Podemos predecir la altura de un árbol a partir de su *dbh*?

```
trees <- read.csv(here::here("datasets","trees.csv"))
```

Siempre

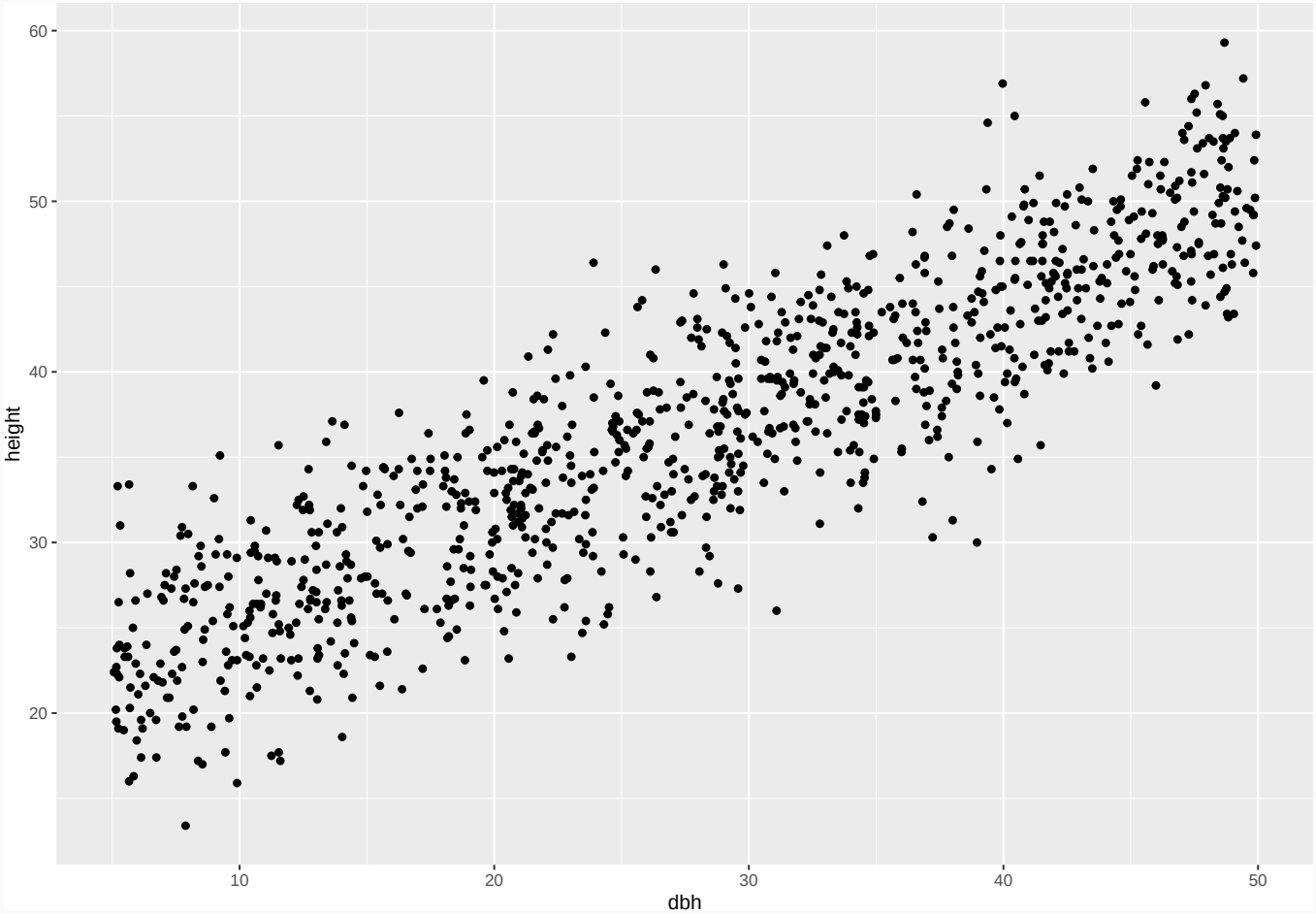
Visualiza los datos como primer paso



Regresión estadística

¿Hay outliers en los datos?

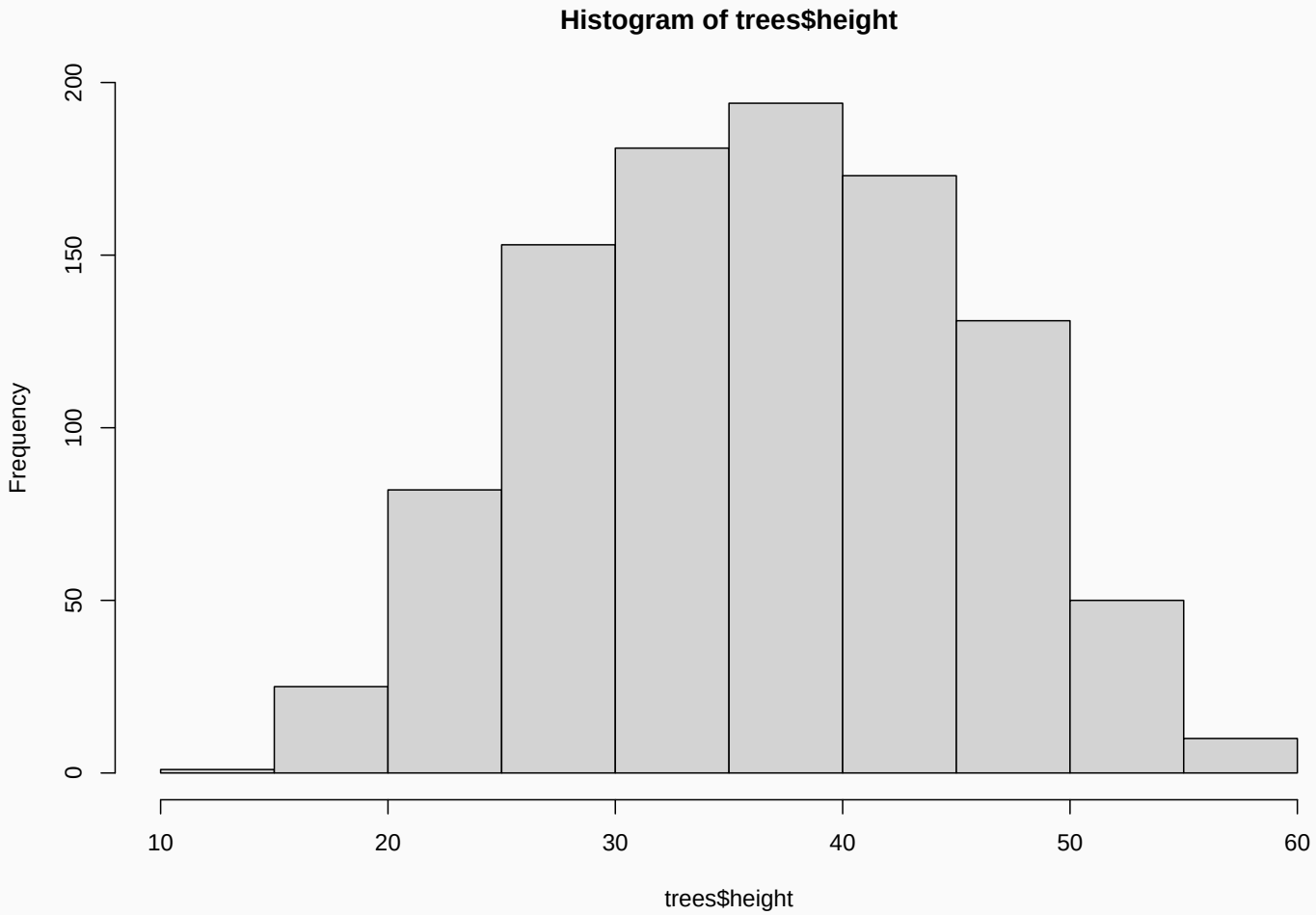
```
ggplot(trees, aes(dbh, height)) +
geom_point()
```



Regresión estadística

¿Cómo están distribuidas las variables independientes y respuesta?

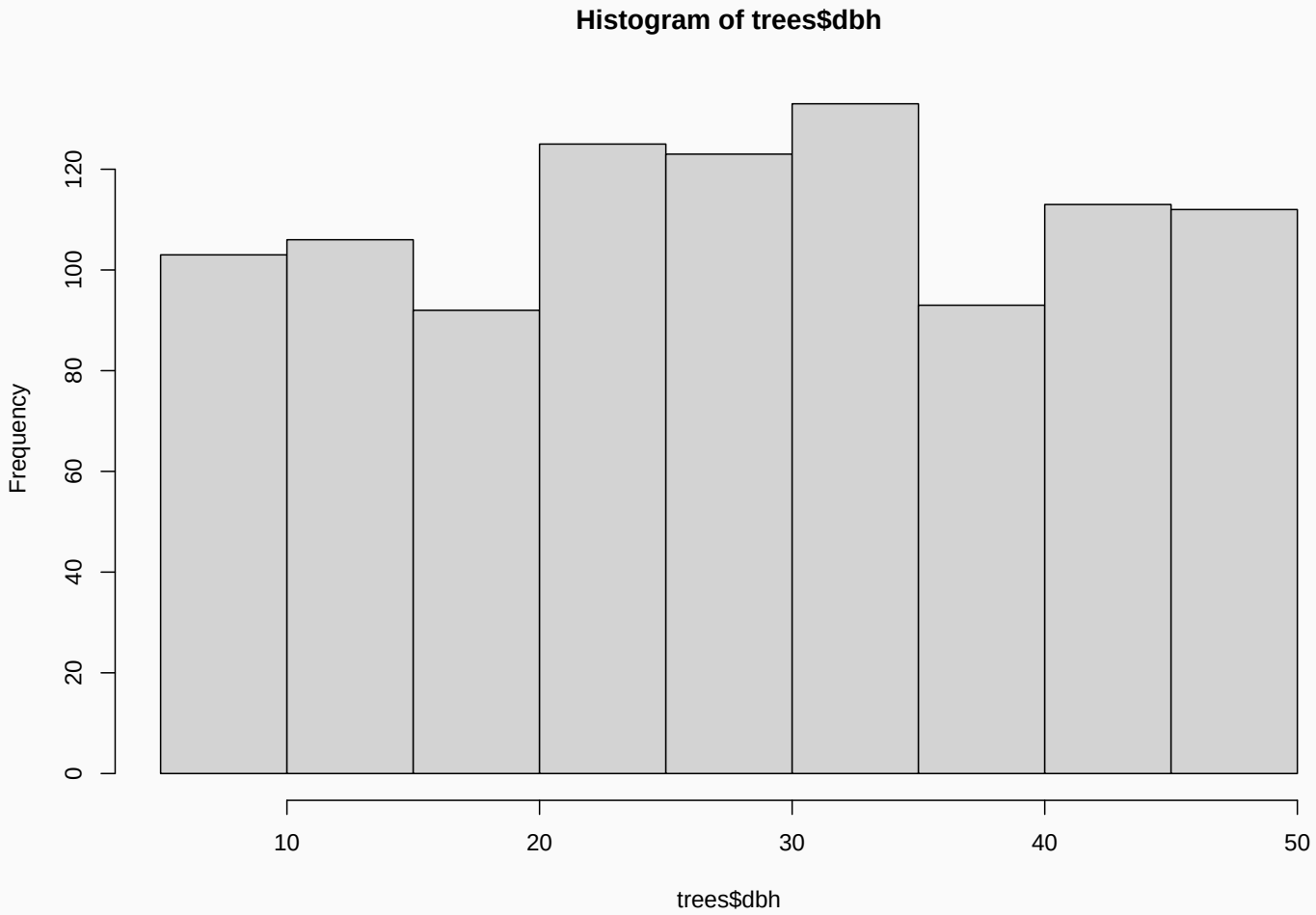
```
hist(trees$height)
```



Regresión estadística

¿Cómo están distribuidas las variables independientes y respuesta?

```
hist(trees$dbh)
```



Regresión estadística

Después del análisis exploratorio, si no hay nada raro, ajustamos el modelo:

```
m1 <- lm(height ~ dbh, data = trees)
```

que se corresponde con:

$$height_i = a + b \cdot DBH_i + \varepsilon_i$$
$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Regresión estadística

¿Y ahora?

```
m1
```

```
##
## Call:
## lm(formula = height ~ dbh, data = trees)
##
## Coefficients:
## (Intercept)          dbh
##     19.3392       0.6157
```

Regresión estadística

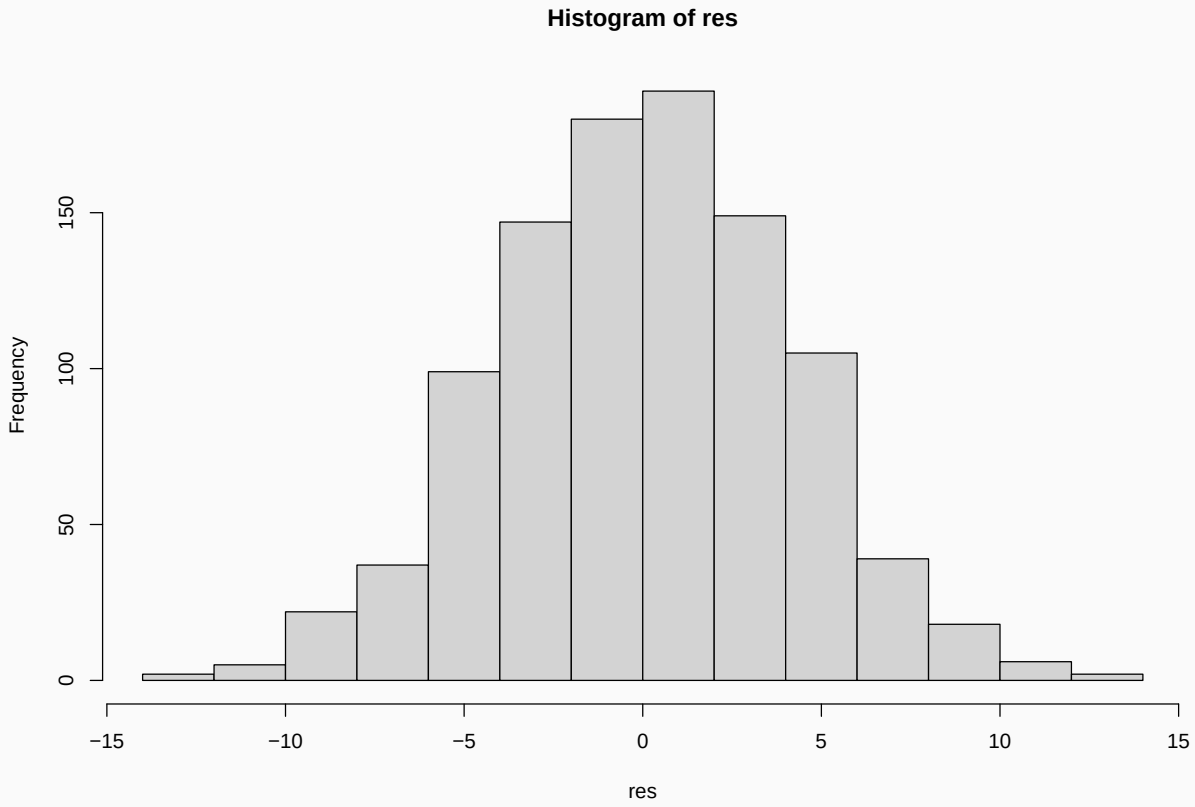
```
summary(m1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = height ~ dbh, data = trees)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -13.3270  -2.8978   0.1057   2.7924  12.9511
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 19.33920    0.31064   62.26   <2e-16 ***
## dbh          0.61570    0.01013   60.79   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.093 on 998 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7874, Adjusted R-squared:  0.7871
```

Regresión estadística

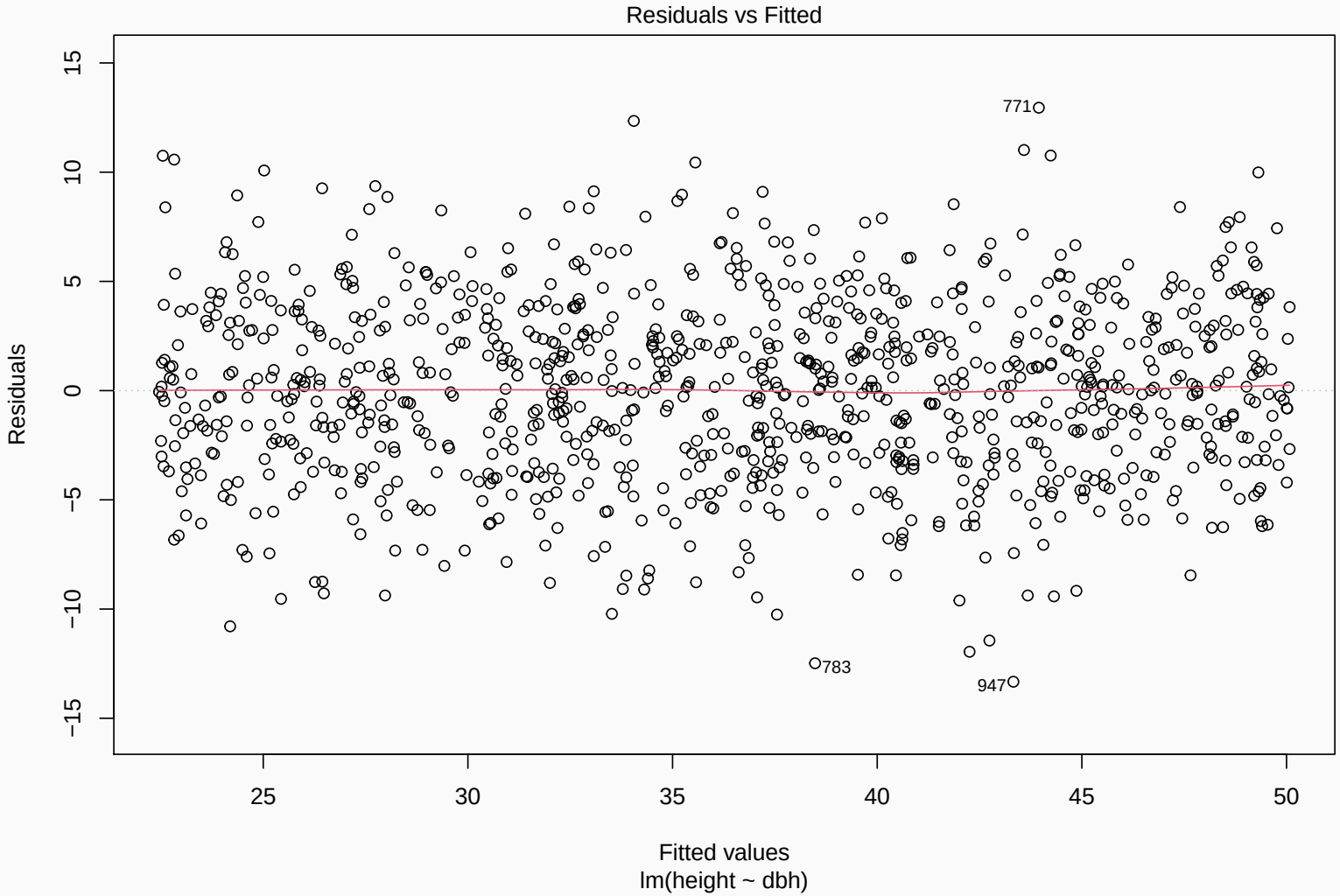
Antes de interpretar el resultado, comprobamos que los residuos se ajustan a una distribución normal

```
res <- resid(m1)
hist(res)
```



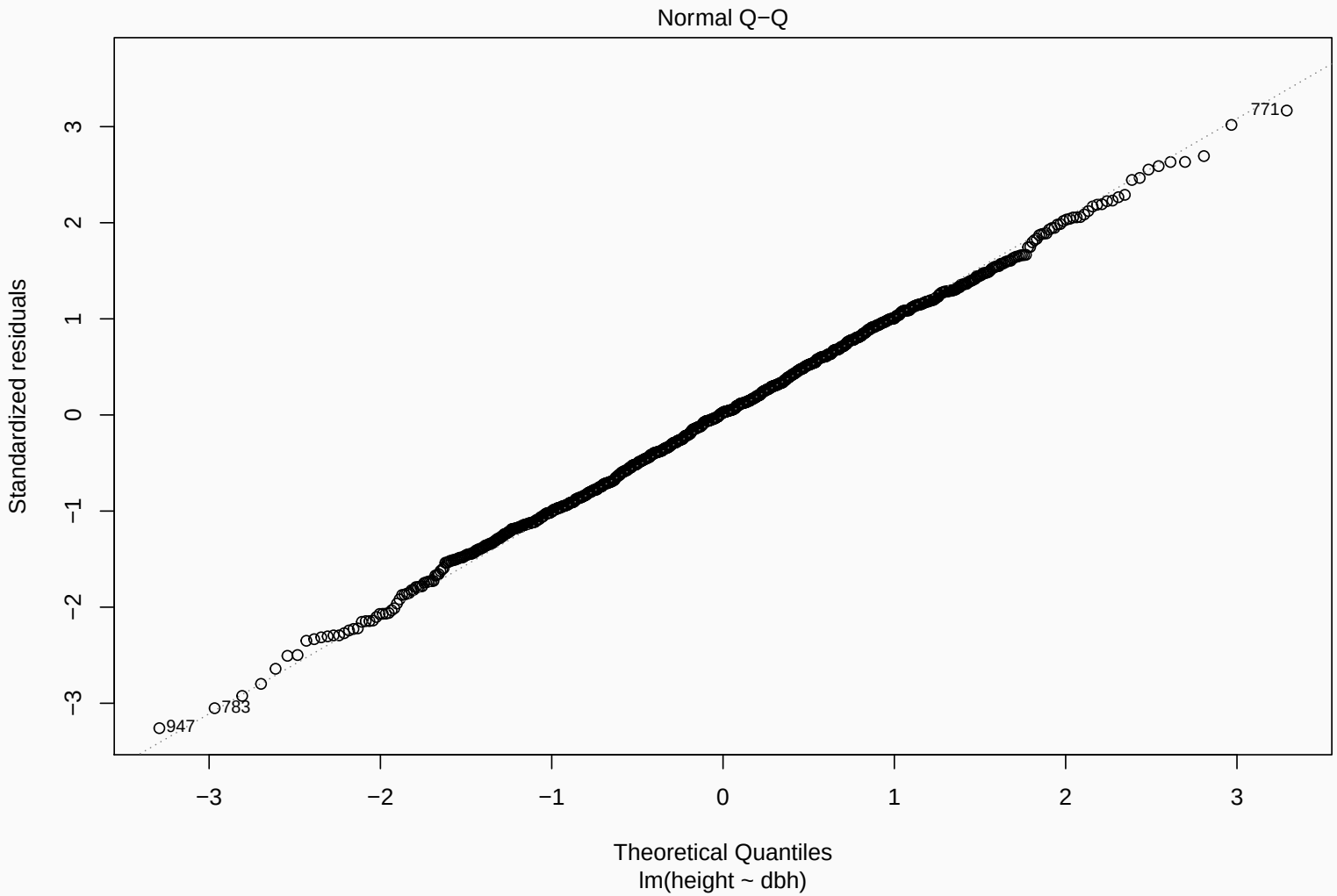
Regresión estadística

```
plot(m1)
```



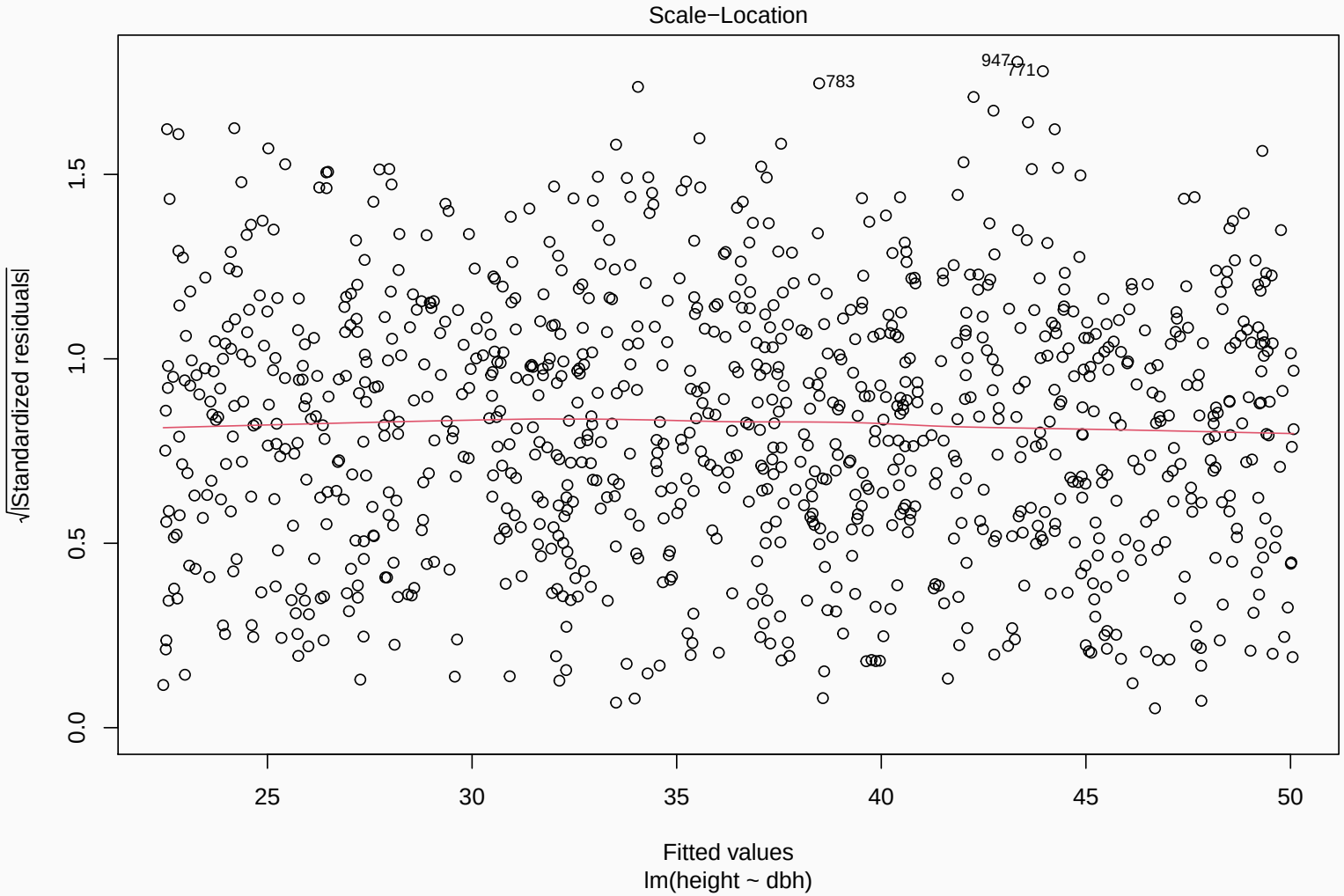
Regresión estadística

```
plot(m1)
```



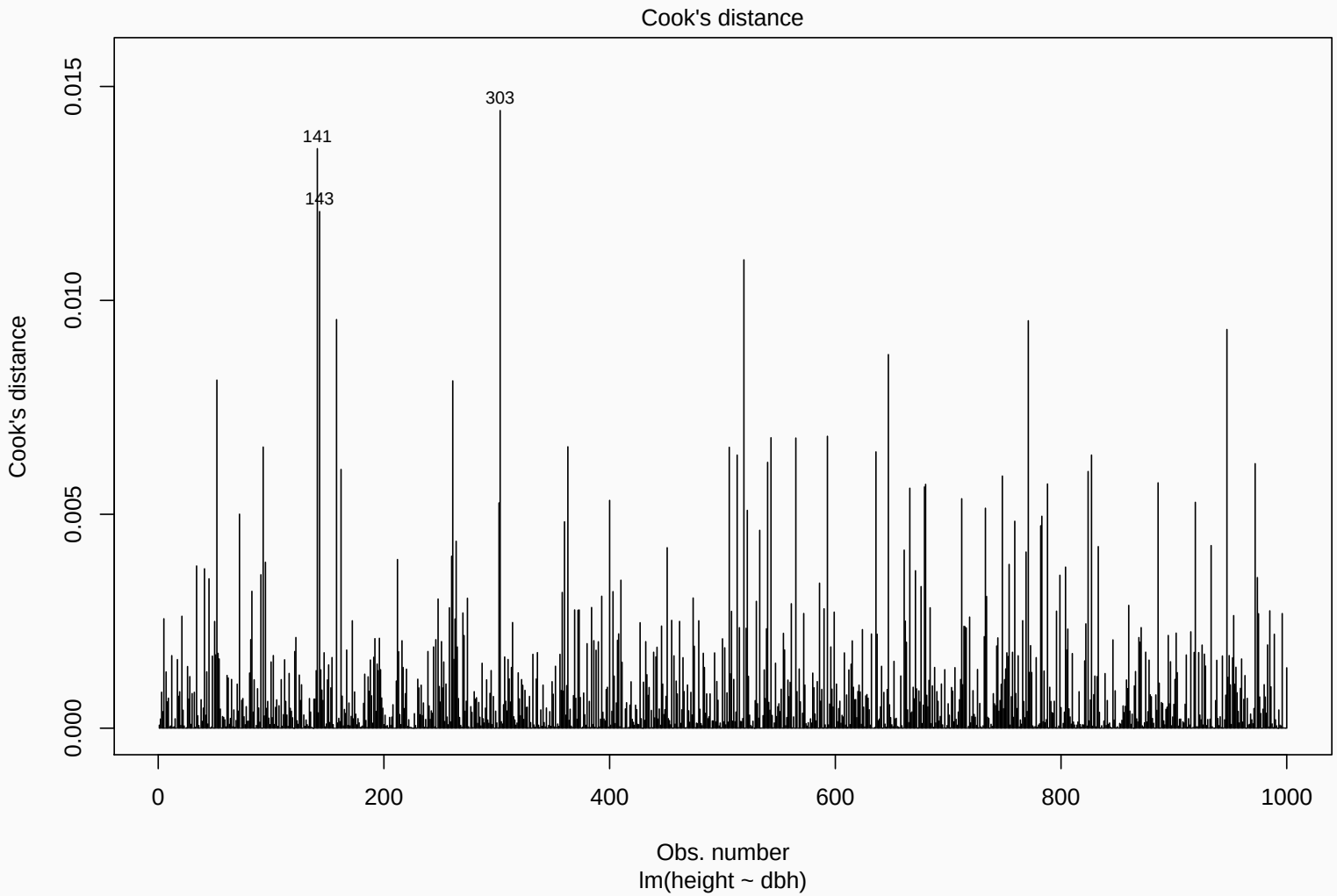
Regresión estadística

```
plot(m1)
```



Regresión estadística

```
plot(m1)
```



Regresión estadística

Una vez comprobamos que el modelo ajusta bien, interpretamos los resultados

```
summary(m1)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = height ~ dbh, data = trees)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -13.3270  -2.8978   0.1057   2.7924  12.9511
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 19.33920    0.31064   62.26   <2e-16 ***
## dbh          0.61570    0.01013   60.79   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
```

Regresión estadística

```
library(broom)
tidy(m1)
```

```
## # A tibble: 2 x 5
##   term        estimate std.error statistic p.value
##   <chr>          <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
## 1 (Intercept)   19.3      0.311       62.3       0
## 2 dbh            0.616    0.0101      60.8       0
```

```
glance(m1)
```

```
## # A tibble: 1 x 12
##   r.squared adj.r.squared sigma statistic p.value    df logLik   AIC
##       <dbl>         <dbl> <dbl>     <dbl>   <dbl> <dbl>  <dbl> <dbl>
## 1     0.787         0.787  4.09     3695.       0     1 -2827. 5660.
## # ... with 3 more variables: deviance <dbl>, df.residual <int>, nobs
```

Regresión estadística

$$height_i = 19.3392 + 0.6 \cdot dbh_i \tag{3}$$

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste
- interpretación y comunicación de resultados (incluyendo effect sizes)

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste
- interpretación y comunicación de resultados (incluyendo effect sizes)
- validación (asunciones)

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste
- interpretación y comunicación de resultados (incluyendo effect sizes)
- validación (asunciones)
- predicción

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste
- interpretación y comunicación de resultados (incluyendo effect sizes)
- validación (asunciones)
- predicción
- tipos de variables independientes (continuas y categóricas)

Regresión estadística

- Caso básico:
  - variable respuesta continua
  - Una variable independiente continua

https://bookdown.org/speegled/foundations-of-statistics/

- marco general (UHU, WS p671)
- residuos (WS p689)
- distribucion normal
- datos paco trees, primer lm
- visualización
- ajuste
- interpretación y comunicación de resultados (incluyendo effect sizes)
- validación (asunciones)
- predicción
- tipos de variables independientes (continuas y categóricas)
- selección de modelos (R2)

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas
- likelihood (WS p814)

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas
- likelihood (WS p814)
- esquema general: distribución de residuos, fórmula, función de enlace

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas
- likelihood (WS p814)
- esquema general: distribución de residuos, fórmula, función de enlace
- regresión logística (WS p701)

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas
- likelihood (WS p814)
- esquema general: distribución de residuos, fórmula, función de enlace
- regresión logística (WS p701)
- regresión de conteos (poisson, negbin)

Generalized linear models

- distribuciones continuas y discretas
- likelihood (WS p814)
- esquema general: distribución de residuos, fórmula, función de enlace
- regresión logística (WS p701)
- regresión de conteos (poisson, negbin)
- selección de modelos (AIC)