

Problema del Viajante

García Prado, Sergio
sergio@garciparedes.me

24 de abril de 2017

Resumen

En este documento se realiza una descripción acerca del problema del viajante (TSP), que consiste en la búsqueda del camino más corto que permita visitar un conjunto de nodos. Además se proporcionan distintas formulaciones para dicho problema así como un conjunto de heurísticas aproximadas que permiten su resolución de manera mucho menos costosa. También se presenta la descripción de la variante del problema del viajante con ventana de tiempo (TSPTW), que se caracteriza por exigir que la visita de un determinado nodo se realice dentro de un intervalo temporal prefijado. Por último, se presentan las soluciones de distintos conjuntos de datos resultas mediante las estrategias descritas en el documento.

1. INTRODUCCIÓN

[TODO]

2. PROBLEMA DEL VIAJANTE (TSP)

[TODO]

2.1 Estrategia Exacta

[TODO]

2.2 Estrategia Greedy

[TODO]

2.3 Estrategia 2-OPT

[TODO]

2.4 Estrategia GRASP

[TODO]

2.5 Estrategia Simulated Anneling

[TODO]

3. PROBLEMA DEL VIAJANTE CON VENTANA DE TIEMPO (TSPTW)

[TODO]

4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos tras resolver el problema del viajante (TSP) con distintos conjuntos de datos de entrada. Dichos resultados se han agrupado por problema en lugar de por estrategia de resolución, lo cual permite comparar de manera más simple cada una de ellas. En algunos casos estos conjuntos de datos se corresponden con coordenadas cartesianas, para lo cual es necesario calcular la distancias entre cada par de puntos, lo que permite realizar una representación gráfica de la solución. Sin embargo, en otros casos tan solo se suministran las distancias, por lo que la representación gráfica no es posible. Por último, se resuelven dos problemas con ventana de tiempo (TSPTW) de manera exacta, para el cual se suministran además los puntos de inicio y fin permitidos para visitar cada nodo.

4.1 burma14

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 14 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se resuelve de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y la de *Redes*. En la tabla 1 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 1 se muestra la representación gráfica. Tal y como se puede apreciar ambas soluciones son óptimas, sin embargo proporcionan caminos distintos

Método	Distancia	Camino
Exacto (TM)	30	1 2 3 4 12 5 6 14 7 13 8 11 9 10
Exacto (Redes)	30	1 10 9 11 8 13 7 6 5 12 4 3 14 2

Tabla 1: Soluciones para el conjunto de datos burma14

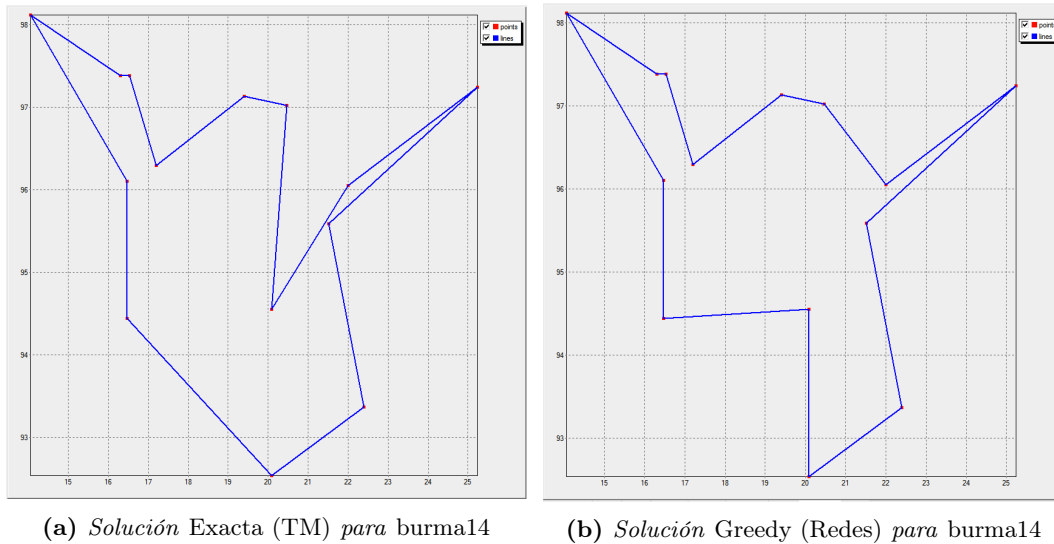


Figura 1: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos burma14

4.2 br17

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 17 nodos. En este caso se resuelve de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y la de *Redes*. Al igual que en el caso anterior, ambas soluciones son óptimas, sin embargo proporcionan caminos distintos. Los resultados se muestran en la tabla 2.

Método	Distancia	Camino
Exacto (TM)	39	1 12 14 3 13 11 2 10 17 8 9 4 5 16 15 7 6
Exacto (Redes)	39	1 3 14 10 11 2 13 6 7 16 15 5 4 17 8 9 12

Tabla 2: Soluciones para el conjunto de datos br17

4.3 n21_1

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 21 nodos. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. Los resultados se muestran en la tabla 3.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	231	1 14 4 8 15 3 16 2 6 12 9 11 13 19 18 20 10 17 7 21 5
2-opt	221	1 5 21 14 4 17 7 10 18 20 19 11 13 9 12 6 2 16 3 15 8
GRASP	210	1 8 15 3 16 2 6 12 9 13 11 19 20 18 10 17 7 4 21 14 5
Simulated Annealing	198	1 5 14 21 7 17 4 10 20 18 19 13 11 9 12 6 2 16 3 15 8

Tabla 3: Soluciones para el conjunto de datos n21_1

4.4 n21_2

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 21 nodos. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. Los resultados se muestran en la tabla 4.

Método	Distancia	Camino
Exacto	174	1 14 8 4 21 13 18 16 11 10 12 17 6 7 20 9 5 19 3 15 2
Greedy	230	1 2 21 11 10 20 13 18 16 12 17 7 6 4 8 5 9 19 3 15 14
2-opt	216	1 14 2 15 19 5 9 3 8 4 21 13 18 16 12 17 7 6 20 10 11
GRASP	178	1 14 21 13 18 16 11 10 12 17 20 7 6 4 8 5 9 19 3 15 2
Simulated Annealing	187	1 21 13 18 4 8 7 6 16 11 10 12 17 20 5 9 19 3 15 2 14

Tabla 4: Soluciones para el conjunto de datos n21_2

4.5 n21_3

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 21 nodos. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. Los resultados se muestran en la tabla 5.

Método	Distancia	Camino
Exacto	213	1 6 20 16 15 18 13 12 8 3 5 19 17 10 9 11 2 21 4 14 7
Greedy	227	1 7 6 20 18 13 12 19 15 16 8 3 5 17 10 9 11 2 21 4 14
2-opt	217	1 7 6 20 16 15 8 18 13 12 19 3 5 17 10 9 11 2 21 4 14
GRASP	217	1 7 6 20 16 15 8 18 13 12 19 3 5 17 10 9 11 2 21 4 14
Simulated Annealing	213	1 7 14 4 21 2 11 9 10 17 19 5 3 8 13 12 18 15 16 20 6

Tabla 5: Soluciones para el conjunto de datos n21_3

4.6 n21_4

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 21 nodos. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. Los resultados se muestran en la tabla 6.

Método	Distancia	Camino
Exacto	189	1 12 5 15 11 14 7 6 2 9 20 3 8 10 16 19 18 17 21 13 4
Greedy	254	1 12 15 11 20 2 6 9 7 14 5 16 19 18 17 10 3 8 4 13 21
2-opt	222	1 12 21 17 18 19 16 10 8 3 20 11 15 5 14 7 6 2 9 13 4
GRASP	213	1 12 5 14 7 6 2 9 10 16 19 18 17 21 13 4 8 3 20 11 15
Simulated Annealing	194	1 4 13 21 17 18 19 16 10 8 3 11 20 9 2 6 7 14 15 5 12

Tabla 6: Soluciones para el conjunto de datos n21_4

4.7 n21_5

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 21 nodos. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. Los resultados se muestran en la tabla 7.

Método	Distancia	Camino
Exacto	193	1 12 14 20 10 7 16 13 15 5 11 6 3 18 9 2 4 21 19 17 8
Greedy	212	1 8 17 19 21 4 2 9 18 3 6 11 5 15 16 10 7 13 20 14 12
2-opt	204	1 8 17 19 21 4 2 9 18 13 10 7 16 15 5 11 6 3 20 14 12
GRASP	203	1 7 10 5 11 6 3 15 16 13 18 9 2 4 19 21 17 8 12 14 20
Simulated Annealing	193	1 8 17 19 21 4 2 9 18 3 6 11 5 15 13 16 7 10 20 14 12

Tabla 7: Soluciones para el conjunto de datos n21_5

4.8 tsp_60_1

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 60 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. En la tabla 8 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 2 se muestra la representación gráfica.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	772	1 35 53 27 23 32 8 12 20 51 54 39 31 50 58 15 26 6 57 46 30 13 22 10 14 37 18 24 52 45 3 33 2 7 17 38 41 19 9 11 44 36 59 5 42 48 40 49 60 21 55 47 56 43 25 34 16 4 29 28
2-opt	752	1 35 53 27 23 32 8 12 20 51 21 42 48 5 56 36 11 44 59 3 33 45 52 24 41 38 17 2 7 30 46 26 6 57 15 58 31 50 54 39 40 49 60 22 10 13 14 37 18 29 4 34 16 25 19 9 43 47 55 28
GRASP	654	1 35 53 27 23 40 49 60 22 13 30 46 57 6 26 15 58 50 31 39 54 51 20 12 21 8 32 48 42 5 59 36 44 11 9 43 56 47 55 28 29 4 16 34 25 19 41 38 17 7 2 33 3 45 52 24 18 37 14 10
Simulated Annealing	666	1 10 22 13 60 49 40 20 12 21 51 54 39 31 50 58 15 26 6 57 46 30 14 24 41 38 17 7 2 33 3 45 52 37 18 29 4 19 25 34 16 28 55 43 9 11 44 59 36 47 56 5 48 42 8 32 23 27 53 35

Tabla 8: Soluciones para el conjunto de datos tsp_60_1

4.9 tsp_60_2

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 60 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. En la tabla 9 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 3 se muestra la representación gráfica.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	755	1 57 30 9 28 39 47 24 32 37 15 56 40 50 8 27 5 43 16 21 33 6 45 46 52 38 55 3 36 53 20 2 17 48 23 42 31 41 59 49 58 12 35 11 22 25 19 18 51 14 10 60 26 34 54 7 4 44 29 13
2-opt	686	1 57 30 9 28 4 44 29 13 5 27 8 40 50 56 15 54 7 26 34 60 10 14 47 39 19 25 24 32 37 18 51 43 16 21 33 6 45 46 52 38 55 3 36 53 20 2 17 12 35 11 22 31 23 48 42 41 59 49 58
GRASP	686	1 57 30 9 28 4 44 29 13 5 27 8 40 50 56 15 54 7 26 34 60 10 14 47 39 19 25 12 35 11 22 24 32 37 18 51 43 16 21 33 6 45 46 52 38 55 3 36 53 20 2 17 48 23 42 31 41 59 49 58
Simulated Annealing	691	1 57 3 52 46 38 55 6 33 45 21 16 43 51 18 50 40 8 27 5 13 29 44 4 28 30 9 14 10 60 34 26 7 54 56 15 37 24 32 47 39 19 25 22 11 12 35 59 41 31 42 48 23 17 2 20 53 36 49 58

Tabla 9: Soluciones para el conjunto de datos tsp_60_2

4.10 tsp_60_3

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 60 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. En la tabla 10 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 4 se muestra la representación gráfica.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	690	1 27 4 38 49 40 31 57 34 2 39 43 46 29 53 24 22 20 28 12 6 41 60 54 15 10 25 11 21 7 30 50 26 33 35 36 8 37 59 13 32 48 23 56 18 52 19 3 51 55 5 47 17 45 42 44 16 14 58 9
2-opt	751	1 9 58 14 16 44 45 42 17 47 55 3 19 51 52 18 23 56 48 13 32 35 36 8 37 59 5 21 11 7 30 15 54 60 41 6 28 12 22 20 29 43 39 53 46 33 26 24 50 10 25 31 57 34 2 40 49 38 4 27
GRASP	690	1 27 4 38 49 40 31 57 34 2 39 43 46 29 53 24 22 20 28 12 6 41 60 54 15 10 25 11 21 7 30 50 26 33 35 36 8 37 59 13 32 48 23 56 18 52 19 3 51 55 5 47 17 45 42 44 16 14 58 9
Simulated Annealing	682	1 9 4 24 22 20 26 33 46 29 43 39 53 57 2 34 31 40 32 13 35 36 8 37 59 52 18 56 23 48 49 38 58 14 16 17 55 3 19 51 5 47 42 45 44 21 11 7 30 15 10 25 60 41 6 28 12 54 50 27

Tabla 10: Soluciones para el conjunto de datos tsp_60_3

4.11 tsp_100_1

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 100 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. En la tabla 11 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 5 se muestra la representación gráfica.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	989	1 24 41 59 57 40 31 64 80 63 36 47 99 4 67 79 82 19 45 97 50 2 93 20 69 5 78 92 29 27 86 28 15 74 18 65 23 71 10 25 17 32 52 66 12 42 16 61 26 84 14 83 37 77 60 38 88 96 85 70 94 44 89 21 87 91 34 7 22 90 62 58 46 35 54 43 76 49 95 13 48 11 53 72 98 8 68 6 3 73 75 100 33 39 81 9 55 56 30 51
2-opt	1005	1 24 41 59 57 40 31 64 80 63 36 47 99 4 67 79 82 19 45 97 39 81 33 100 3 73 75 28 86 27 29 92 78 5 69 20 43 76 49 95 13 48 11 12 42 16 61 26 84 14 83 37 77 60 38 88 96 85 70 94 44 89 21 87 91 34 7 22 90 62 58 46 35 54 68 98 8 93 50 2 66 52 32 53 72 17 25 10 23 71 65 18 74 6 15 9 55 56 30 51
GRASP	899	1 28 86 27 29 92 78 5 69 20 43 76 49 95 13 48 11 10 25 17 32 52 66 12 42 16 61 26 84 14 83 37 77 60 38 88 96 85 70 94 44 89 21 87 91 34 7 22 90 62 58 46 35 54 68 98 8 53 72 71 23 65 18 74 6 15 75 73 3 100 33 45 97 19 79 67 82 24 41 59 57 40 31 64 80 63 36 47 99 4 93 50 2 39 81 9 55 56 30 51
Simulated Annealing	968	1 24 41 59 57 40 31 64 80 63 36 47 99 4 67 79 82 19 45 97 50 2 93 20 69 5 78 92 68 98 8 53 72 6 74 18 65 23 71 10 25 17 32 52 66 12 42 16 61 26 84 14 83 37 77 60 38 88 96 85 70 94 44 89 21 87 91 34 7 22 90 62 58 46 35 54 43 76 49 95 13 48 11 27 29 86 28 30 56 55 9 81 39 33 100 3 73 75 15 51

Tabla 11: Soluciones para el conjunto de datos tsp_100_1

4.12 tsp_100_2

El conjunto de datos está formado por las coordenadas de 100 nodos (por lo que es necesario calcular las distancias previamente). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* y de manera aproximada mediante heurísticas *Greedy*, *2-opt*, *GRASP* y *Simulated Annealing*. En la tabla 12 se muestran los resultados de forma numérica mientras que en la figura 6 se muestra la representación gráfica.

Método	Distancia	Camino
Exacto	-	-
Greedy	935	1 22 45 82 11 62 92 4 35 44 48 94 34 42 68 56 32 85 61 25 99 38 66 73 19 43 74 40 7 64 83 41 60 15 90 36 30 17 10 58 29 72 18 33 70 88 91 100 69 95 2 49 46 12 80 93 50 3 71 14 65 52 96 89 97 79 28 63 98 78 77 86 9 55 53 51 26 6 59 57 8 5 13 81 84 24 39 54 67 27 75 47 37 21 16 23 76 20 31 87
2-opt	946	1 28 96 52 89 97 71 44 48 94 68 42 37 47 75 27 67 54 39 84 24 11 62 92 35 4 14 65 22 45 82 5 8 57 59 6 55 26 51 53 56 34 81 13 21 9 86 77 78 98 70 33 18 88 91 74 19 43 66 73 79 80 93 50 3 32 85 61 25 99 38 12 2 95 49 46 69 100 41 83 64 7 40 60 36 90 15 30 17 10 58 29 72 63 76 23 16 31 20 87
GRASP	863	1 87 31 20 16 23 76 63 88 91 70 33 18 72 29 58 10 17 30 15 90 36 60 40 7 64 83 74 41 100 69 46 49 95 2 12 38 99 25 61 85 32 3 50 93 80 79 73 66 43 19 71 65 14 97 89 52 96 28 98 78 77 86 9 5 21 26 51 53 55 59 6 57 8 13 81 84 24 39 54 67 47 75 27 37 56 68 42 34 94 48 44 35 4 92 62 11 82 45 22
Simulated Annealing	866	1 22 45 82 11 62 92 4 35 44 48 94 34 42 68 56 37 27 75 47 67 54 39 24 84 81 13 8 57 6 59 55 53 51 26 21 5 9 86 77 78 98 33 70 63 58 29 72 18 88 91 100 69 46 49 95 2 12 38 99 25 61 85 32 3 50 93 80 79 73 66 43 19 74 41 83 64 7 40 60 36 90 15 30 17 10 71 65 14 97 89 52 96 28 76 23 16 20 31 87

Tabla 12: Soluciones para el conjunto de datos tsp_100_2

4.13 n40w20.001

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 41 nodos junto con sus correspondientes ventanas de tiempo. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* añadiendo las correspondientes restricciones $\beta(\beta)$ referidas a las ventanas de tiempo. Los resultados se muestran en la tabla 13.

Método	Distancia	Camino
Exacto	500	1 8 14 17 38 7 16 13 40 3 36 26 5 24 33 4 39 9 2 19 34 15 6 37 11 32 23 22 27 20 10 30 12 28 35 29 25 21 18 41 31

Tabla 13: Soluciones para el conjunto de datos n40w20.001

4.14 n40w20.004

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 41 nodos junto con sus correspondientes ventanas de tiempo. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller* añadiendo las correspondientes restricciones $\beta(\beta)$ referidas a las ventanas de tiempo. Los resultados se muestran en la tabla 14.

Método	Distancia	Camino
Exacto	382	1 14 20 27 34 4 8 16 29 10 31 19 38 5 30 32 7 25 33 37 39 15 9 11 24 6 12 40 22 35 17 36 21 3 28 26 13 2 23 18 41

Tabla 14: Soluciones para el conjunto de datos n40w20.004

4.15 n60w20.005

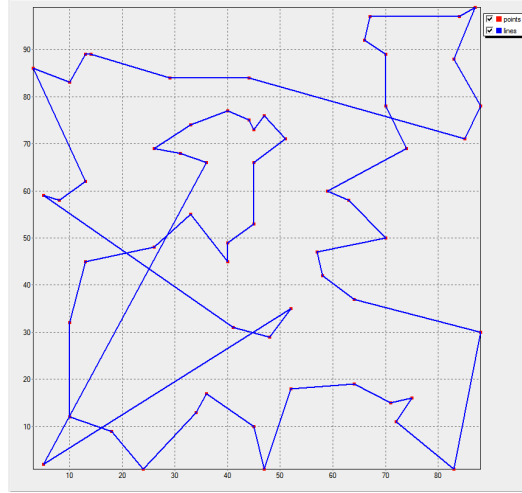
El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias de 61 nodos junto con sus correspondientes ventanas de tiempo. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación de *Tucker-Miller*

añadiendo las correspondientes restricciones $\beta(\beta)$ referidas a las ventanas de tiempo. Los resultados se muestran en la tabla 15.

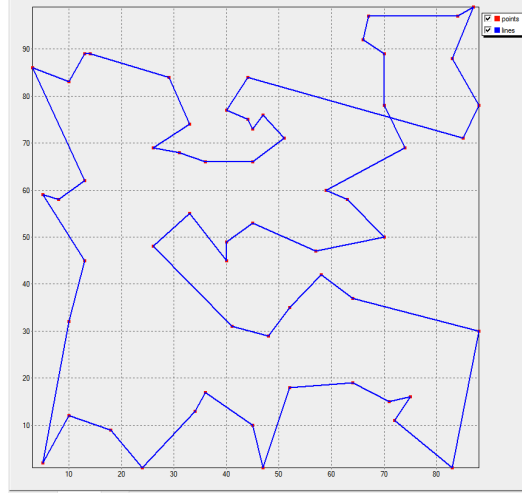
Método	Distancia	Camino
Exacto	603	1 9 12 14 36 19 27 43 52 13 51 34 8 30 35 4 45 48 11 21 56 17 29 38 46 20 59 3 50 26 22 33 49 47 54 23 2 53 57 18 7 58 40 28 37 55 32 44 24 39 41 60 31 15 10 6 25 61 16 42 5

Tabla 15: Soluciones para el conjunto de datos n60w20.005

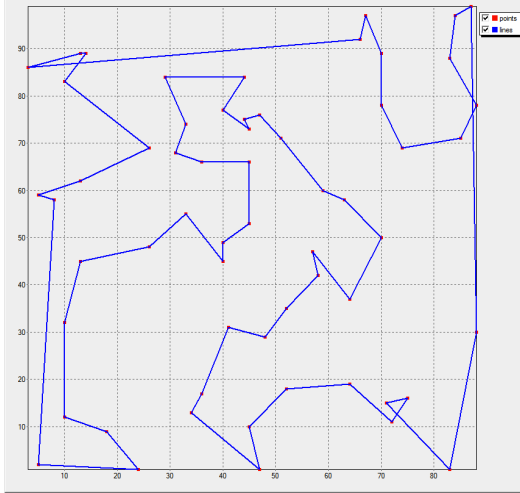
(a) Solución Exacta para tsp_60_1



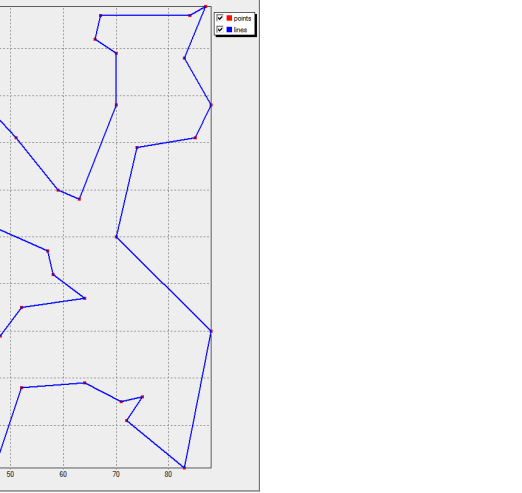
(b) Solución Greedy para tsp_60_1



(c) Solución 2-opt para tsp_60_1



(d) Solución GRASP para tsp_60_1



(e) Solución Simulated Anneling para tsp_60_1

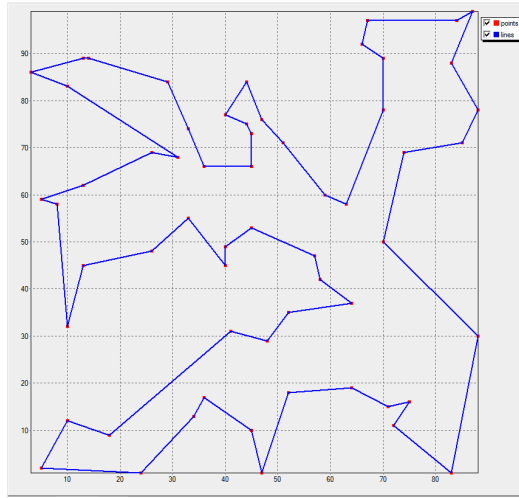
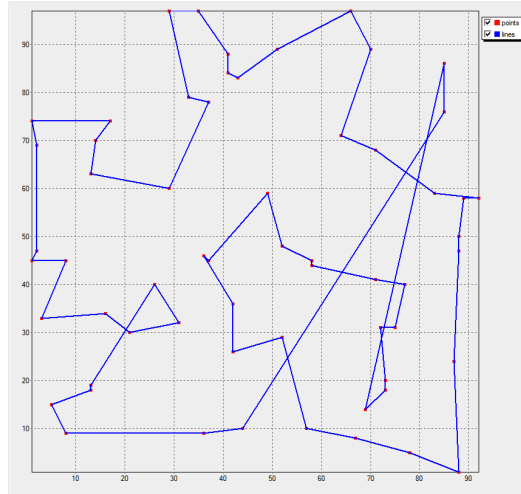
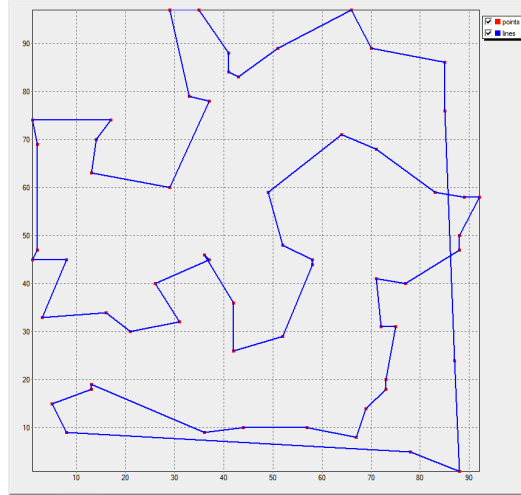


Figura 2: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos tsp_60_1

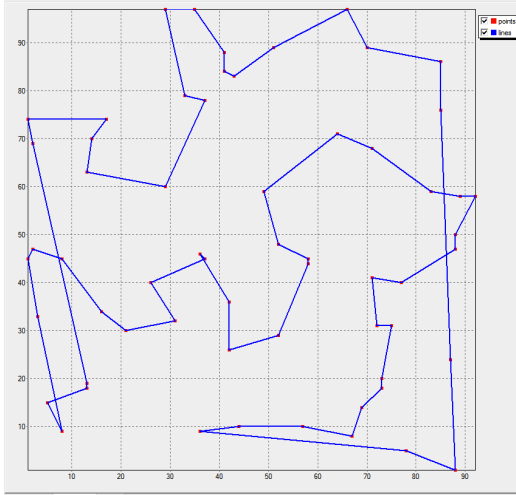
(a) Solución Exacta para tsp_60_2



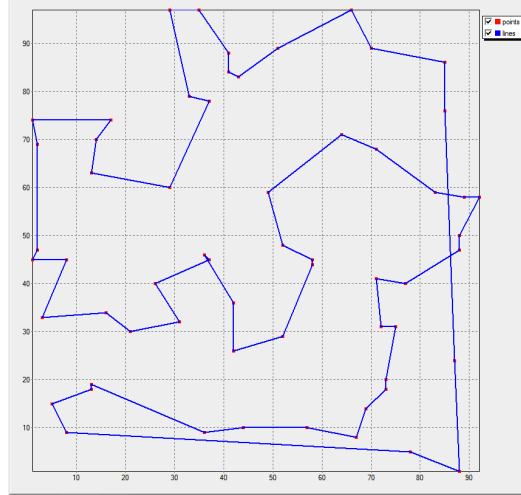
(b) Solución Greedy para tsp_60_2



(c) Solución 2-opt para tsp_60_2



(d) Solución GRASP para tsp_60_2



(e) Solución Simulated Anneling para tsp_60_2

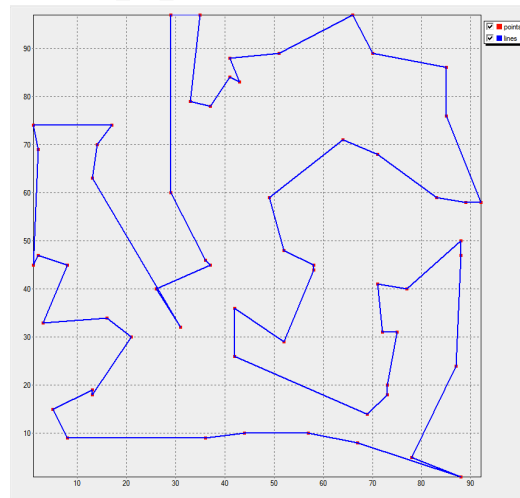
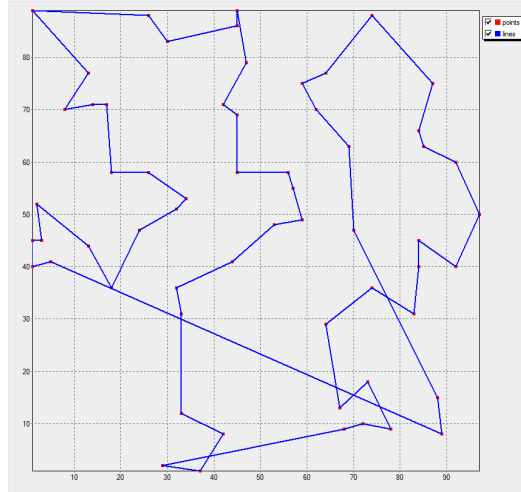
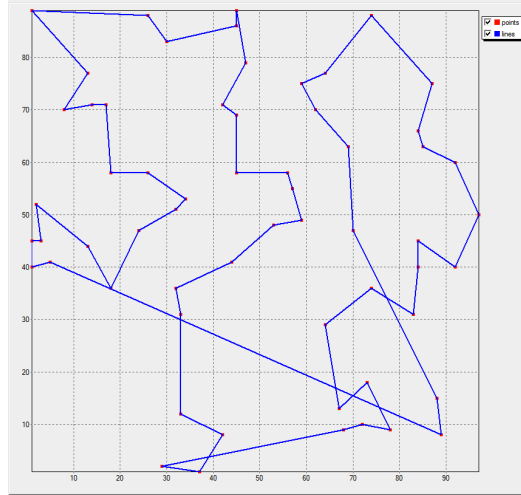


Figura 3: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos tsp_60_2

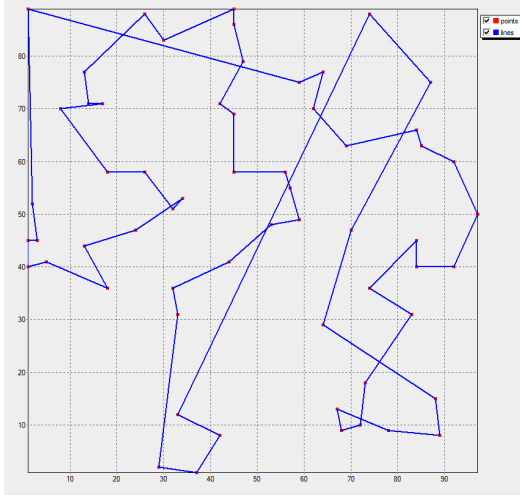
(a) Solución Exacta para tsp_60_3



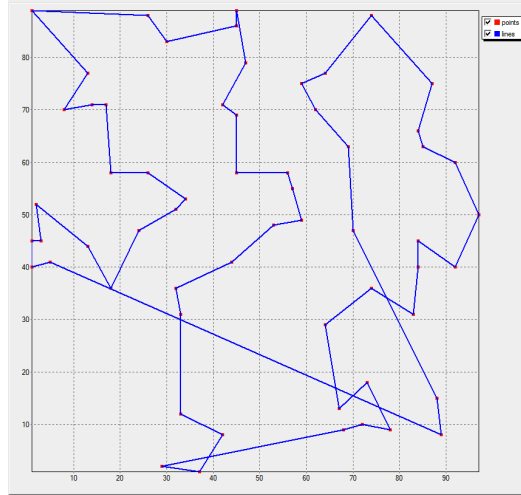
(b) Solución Greedy para tsp_60_3



(c) Solución 2-opt para tsp_60_3



(d) Solución GRASP para tsp_60_3



(e) Solución Simulated Anneling para tsp_60_3

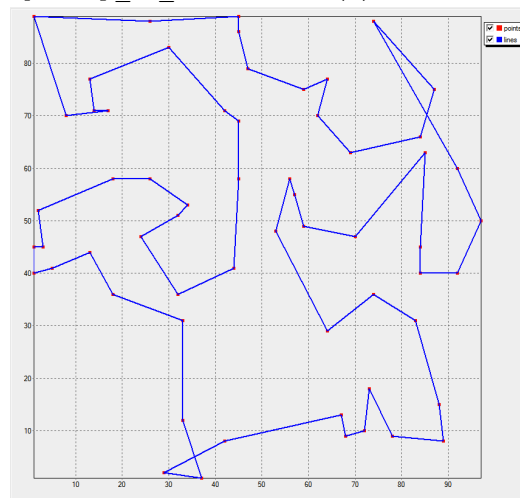
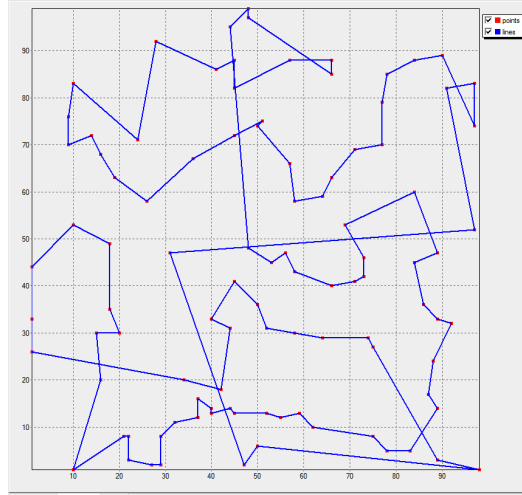
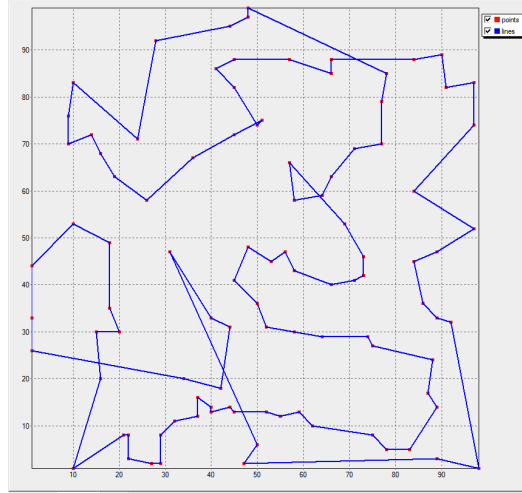


Figura 4: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos tsp_60_3

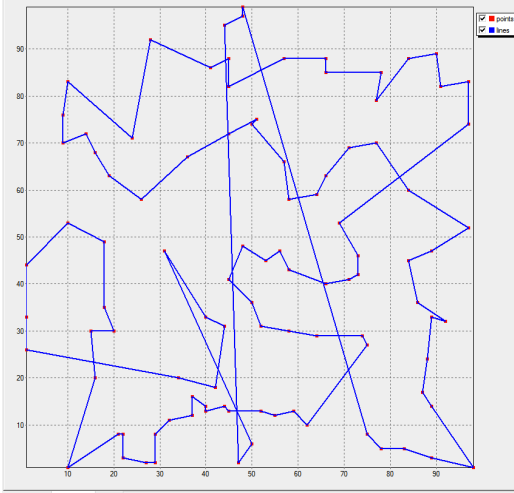
(a) Solución Exacta para tsp_100_1



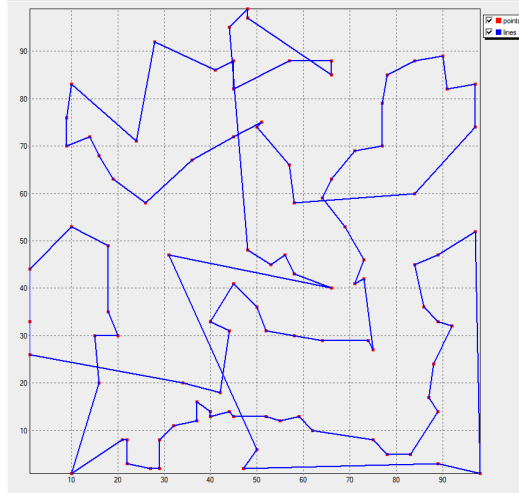
(b) Solución Greedy para tsp_100_1



(c) Solución 2-opt para tsp_100_1



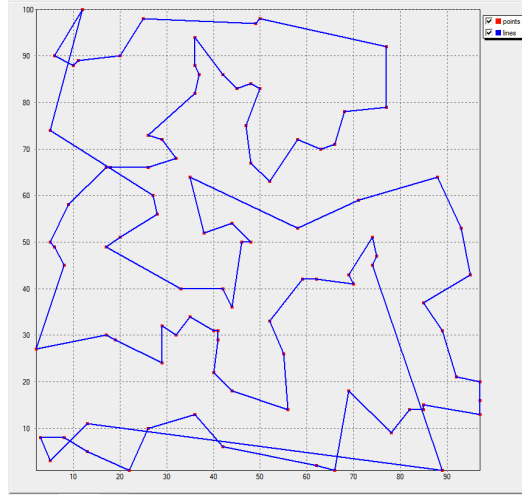
(d) Solución GRASP para tsp_100_1



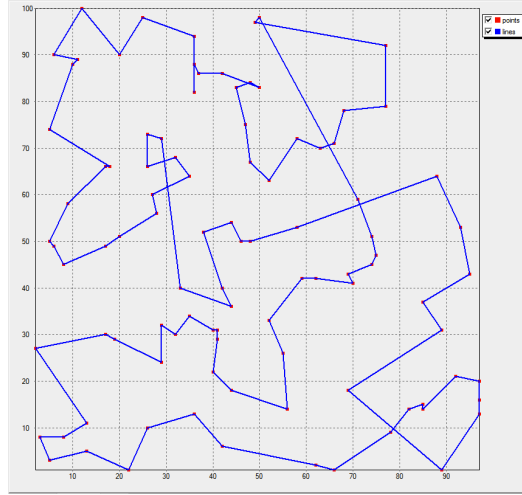
(e) Solución Simulated Anneling para tsp_100_1

Figura 5: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos tsp_100_1

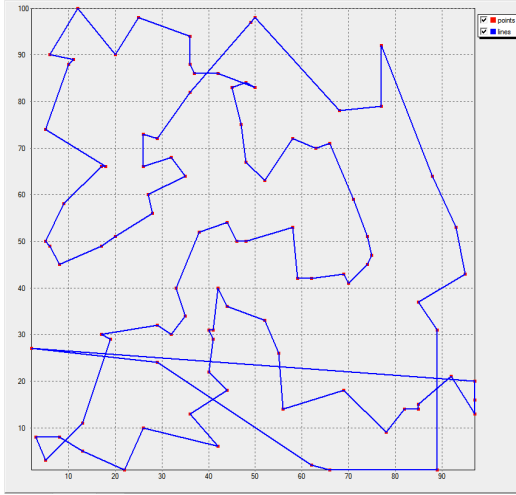
(a) Solución Exacta para tsp_100_2



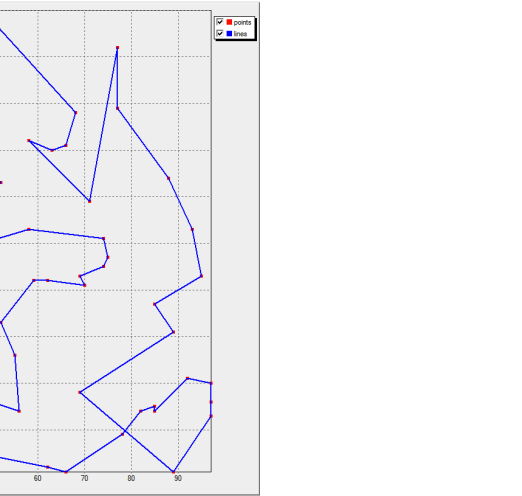
(b) Solución Greedy para tsp_100_2



(c) Solución 2-opt para tsp_100_2



(d) Solución GRASP para tsp_100_2



(e) Solución Simulated Anneling para tsp_100_2

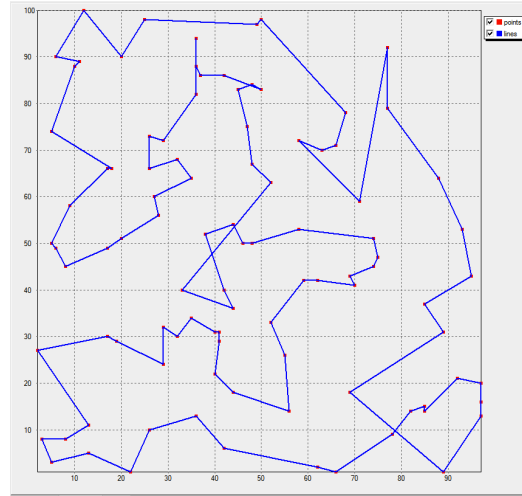


Figura 6: Representación gráfica de las distintas soluciones para el conjunto de datos tsp_100_2

REFERENCIAS

- [1] AGUADO, J. S. Modelos de Investigación Operativa, 2016/17.
- [2] GARCÍA PRADO, S. Mosel Examples. <https://github.com/garciparedes/mosel-examples>.