Localización de Servicios

García Prado, Sergio

12 de marzo de 2017

Resumen

Problemas de Localización de servicios ***https://github.com/garciparedes/mosel-examples/tree/master/service-location-examples*** *[2]*

I. Set Covering Problem: Distancias

El problema de *set convering* o *cubrimiento de conjuntos* consiste en la asignación de un conjunto de recursos n recursos x_j cuyo uso tiene un coste de c_j para cumplir m necesidades. Las necesidades que cubre cada recurso se representan a través de a_{ij}. La modelización matemática de este problema se muestra en la ecuación (1).

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{j=1}^{n} c_j \; x_j \\ \text{sujeto a} \quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1, \qquad i = 1, ..., m \\ & \quad x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, ..., n \end{aligned} \tag{1}$$

Equation 1: *Formulación del Problema de Cubrimiento Total.*

I. A) Distancia de cubrimiento inferior a 50km

En este caso se ha propuesto resolver el problema de cubrimiento máximo para la asignación de los lugares donde situar los puntos de servicio de entre 30 ciudades (por tanto $m = n = 30$) para poder abastecer a todos ellos en una distancia inferior a 50 km. Puesto que todos los recursos presentan el mismo coste, en este caso $\forall j \; c_j = 1$.

La solución a este problema se muestra en la equación (2), la cual requiere de **18** recursos

$$x_j = \begin{cases} 1 & j \in S = \{2, 4, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 21, 22, 27, 28, 29, 30\} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{2}$$

I. B) Distancia de cubrimiento desde 1 a 250km

En este caso, se ha resuelto el mismo problema que en el apartado anterior, pero esta vez de manera iterativa conforme a las distancias necesarias mínimas de cubrimiento en el intervalo $dc \in [1, 250]$. Dichos resultados se muestran en la figura 1. Los resultados completos de todas las iteracciones pueden obtenerse ejecutando el correspondiente fichero mosel[2] y examinando el fichero CSV resultante.

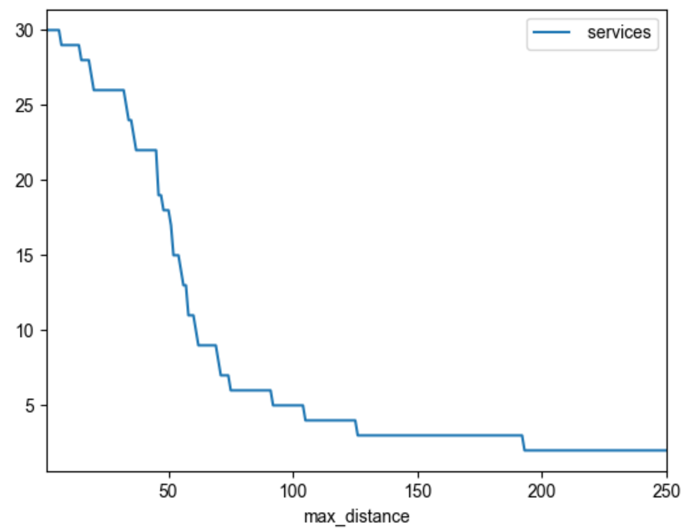

Figura 1: *Relación entre la distancia mínima de para que una ciudad se considere cubierta y el número de recursos necesarios para dicha tarea.*

II. Set Covering Problem: Datos dispersos

En este caso, el problema posee las mismas características que el descrito en la sección I, cuya modelización matemática se muestra en la ecuación (1). Sin embargo, la novedad que tiene este respecto del anterior es que en este caso los datos son suministrados en forma una matriz dispersa, lo que reduce el tamaño del fichero de datos por lo que se prescinde de las entradas cuyo valor es 0.

II. A) Localización de centros de Ambulancias

En este caso se pide resolver el problema de cubrir $m = 20$ distritos a partir de $n = 10$ centros de ambulancias. Para conocer en qué distritos son cubiertos por qué puntos de servicio se suministra además la matriz dispersa a codificada tal y como se infica en la (3). Tal y como ocurre en el apartado anterior, los costes también son constantes por lo que $\forall j \ c_j = 1$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{El distrito i es cubierto por el centro de ambulancias j} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{3}$$

Los puntos de asignación óptimos para este problema se muestran en la equación (4), es decir, para cubrir las necesidades de todos los distritos se han de colocar 6 centros de ambulancias.

$$x_j = \begin{cases} 1 & j \in S = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{4}$$

II. B) Planificación de Viajes en Empresa de aviación American Airlines

Este problema se basa en la planificación acerca de la tripulación de una empresa de aviación, de tal manera que se aproveche lo más posible la jornada labolar de sus trabajadores. En este caso, se trata de planificar la tripulación que formará parte de $m = 12$ vuelos, que se compone de un total de $n = 15$ trabajadores. En este caso la codificación de la matriz a sigue la misma distribución qu el ejercicio A, por lo que la descripción de la ecuación (3) sigue siendo válida. La principal novedad con respecto a los casos anteriores es que el vector de costes c_j en este caso ya no toma el valor unidad, sino que se refiere al sueldo de cada uno de los trabajadores, es decir, $c_j =$ Sueldo del trabajador j.

La asignación óptima se muestra en la ecuación (5) y presenta un coste total de $9100 = 2900 + 2600 + 3600$.

$$x_j = \begin{cases} 1 & j \in S = \{1, 9, 12\} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{5}$$

III. Set Covering Problem: Sayre-Priors

El ejercicio de *Sayre-Priors* presenta el mismo planteamiento que el anterior del apartado B, por tanto la descripción que se ha realizado en el anterior caso es válida para este. Los únicos cambios son los datos de entrada, que en este caso tienen la siguiente dimensionalidad: Se debe encontrar el resultado óptimo para $m = 10$ vuelos y una tripulación de $n = 37$ trabajadores.

La asignación óptima se muestra en la equación (6) y genera un coste de $2 + 2 + 3 + 3 = 10$ mil dolares.

$$x_j = \begin{cases} 1 & j \in S = \{12, 24, 29, 32\} \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{6}$$

IV. Max Covering Problem

En esta sección se trata el *problema de cubrimiento máximo* o *max covering problem*. El problema consiste en lo siguiente: Sea m el número de puntos de demandas y n el de puntos de servicio. El objetivo se trata de maximizar el beneficio h_i obtenido de cubrir el í-esimo punto de demanda. Para modelizar dicho cubrimiento se utiliza la variable binaria z_i. Para representar los puntos de servicio utilizados se utiliza la variable de tipo binario x_j. La motivación del problema consiste en encontrar el conjunto de variables x_j con cardinalidad máxima denominada por p y prefijada previamente, que máximize la ganancia debida al cubrimiento de los puntos de servicio z_i.

$$\begin{array}{lll} \text{Maximizar} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} h_i z_i & \\ \text{sujeto a} & \displaystyle\sum_{j \in N_i} x_j \geq z_i, & i = 1, ..., m \\ & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_j \leq p, & \\ & x_j \in \{0, 1\}, & j = 1, ..., n \\ & z_i \in \{0, 1\}, & i = 1, ..., m \end{array} \tag{7}$$

Equation 7: *Formulación del Problema de Cubrimiento Máximo.*

En esta sección se proponen tres ejercicios para resolver este problema, los cuales han sido resueltos para distintos valores de p.

IV. A) Usuarios Alcanzados a partir de anuncios en p Revistas

IV. B) Zonas Cubiertas a partir de p de centros de Ambulancias

IV. C) Zonas Cubiertas a partir de p centros de Servicio Sanitario

V. P-Median Problem y P-Center Problem

Prueba.

$$
\begin{array}{lll}
\text{Minimizar} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i d_{ij} y_{ij} & \\
\text{sujeto a} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1, & i = 1, ..., m \\
 & y_{ij} \leq x_j, & i = 1, ..., m, j = 1, ..., n \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_j = p, & \\
 & x_j \in \{0, 1\}, & j = 1, ..., n \\
 & y_{ij} \in \{0, 1\}, & i = 1, ..., m, j = 1, ..., n
\end{array} \tag{8}
$$

Equation 8: *Formulación del Problema de la P-mediana.*

$$
\begin{array}{lll}
\text{Minimizar} & w & \\
\text{sujeto a} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1, & i = 1, ..., m \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} t_{ij} y_{ij} \leq w, & i = 1, ..., m \\
 & y_{ij} \leq x_j, & i = 1, ..., m, j = 1, ..., n \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_j = p, & \\
 & x_j \in \{0, 1\}, & j = 1, ..., n \\
 & y_{ij} \in \{0, 1\}, & i = 1, ..., m, j = 1, ..., n
\end{array} \tag{9}
$$

Equation 9: *Formulación del Problema del P-Centro.*

V. A) [Ejercicio 5.1]

V. B) [Ejercicio 5.2]

V. C) [Ejercicio 5.3]

Referencias

[1] Aguado, J. S. Modelos de Investigación Operativa, 2016/17.

[2] García Prado, S. Mosel Examples. `https://github.com/garciparedes/mosel-examples`.