

Problema de Rutado de Vehículos Capacitado (CVRP)

García Prado, Sergio
sergio@garciparedes.me

19 de mayo de 2017

Resumen

[TODO]

1. INTRODUCCIÓN

[TODO]

1.1 Modelización Exacta

[TODO]

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \\ \text{sujeto a} \quad & \sum_{i=0}^n x_{ij} = 1, & \forall j \in \{1, \dots, n\} \\ & \sum_{j=0}^n x_{ij} = 1, & \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ & \sum_{j=0}^n y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} = -\text{dem}(i), & \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ & \sum_{j=0}^n y_{1j} - \sum_{j=0}^n y_{j1} = -\text{dem}(i) = \sum_{j=0}^n \text{dem}(j), \\ & y_{ij} \leq \text{capacity} * x_{ij}, & \forall i, j \in \{0, \dots, n\} \\ & y_{ij} \geq 0, & \forall i, j \in \{1, \dots, n\} \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, & \forall i, j \in \{1, \dots, n\} \end{aligned} \tag{1}$$

Ecuación 1: *Formulación estándar para el problema del viajante (TSP).*

1.2 Heurística de Clarke y Wright

[TODO]

```

FORALL i,j DO
  s(i,j) <- C(i,0) + C(0,j) - C(i,j)
END
FORALL i DO
  R <- R U {(0,i) , (i,0)}
END
WHILE (old_dist <= new_dist DO
  old_dist <- distance(R)
  FORALL i,j DO
    aux <- INFINITE
    IF i, j NOT IN same route AND
      distance(i,j) < aux THEN

      aux <- distance(i,j)
      saved_i <- i
      saved_j <- j
    END
  END
  R <- R - {(i,0), (0,j)}
  R <- R U {(i,j)}
  new_dist <- distance(R)
end-do

```

Figura 1: *Heurística de* Heurística de Clarke y Wright

2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos tras resolver el *problema de enrutamiento de vehículos capacitado* (CVPR) sobre distintos conjuntos de datos de entrada. Dichos resultados se han agrupado por problema en lugar de por estrategia de resolución, lo cual permite comparar de manera más simple cada una de ellas. En algunos casos estos conjuntos de datos se corresponden con coordenadas cartesianas, para lo cual es necesario calcular la distancias entre cada par de puntos. La ventaja de la representación mediante coordenadas es la posibilidad de representación gráfica de la solución. Sin embargo, en otros casos tan solo se suministran las distancias, por lo que la representación gráfica no es posible.

Estos problemas han sido resueltos a partir de las dos estrategias descritas en la sección anterior, es decir, mediante su modelo exacto (utilizando la herramienta de resolución de problemas de programación lineal *Xpress-Mosel*[FIC] restringiendo la ejecución a 100 segundos) y mediante la heurística de *Clarke-Right* implementada de forma manual en dicho lenguaje.

2.1 Residuos

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias entre 13 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (6000 unidades). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección 1.2. Los resultados se muestran en la tabla 1.

Método	Vehículos	Distancia	Camino
Exacto (100 secs)	2	497	(1;5) (1;7) (2;6) (3;1) (4;1) (5;4) (6;3) (7;2)
Clarke y Wright	2	497	(1;4) (1;7) (2;6) (3;1) (4;5) (5;1) (6;3) (7;2)

Tabla 1: *Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos Residuos*

2.2 Gasóleos

El conjunto de datos está formado por la matriz de distancias entre 7 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (39000 unidades). En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección 1.2. Los resultados se muestran en la tabla 2.

Método	Vehículos	Distancia	Caminos
Exacto (100 secs)	4	290	(1;2) (1;6) (1;10) (1;13) (2;3) (3;4) (4;5) (5;1) (6;1) (7;1) (8;1) (9;7) (10;9) (11;8) (12;11) (13;12)
Clarke y Wright	4	290	(1;2) (1;6) (1;7) (1;8) (2;3) (3;4) (4;5) (5;1) (6;1) (7;9) (8;11) (9;10) (10;1) (11;12) (12;13) (13;1)

Tabla 2: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos Gasóleos

2.3 E021-04m

El conjunto de datos está formado por las coordenadas referidas a 21 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (85 unidades) así como el número mínimo de ellos (4 vehículos) para resolver el problema. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección 1.2. Los resultados se muestran en la tabla 3. Puesto que en este caso los datos se refieren a un problema euclídeo (con coordenadas) la representación gráfica de las soluciones se muestran en la figura 2.

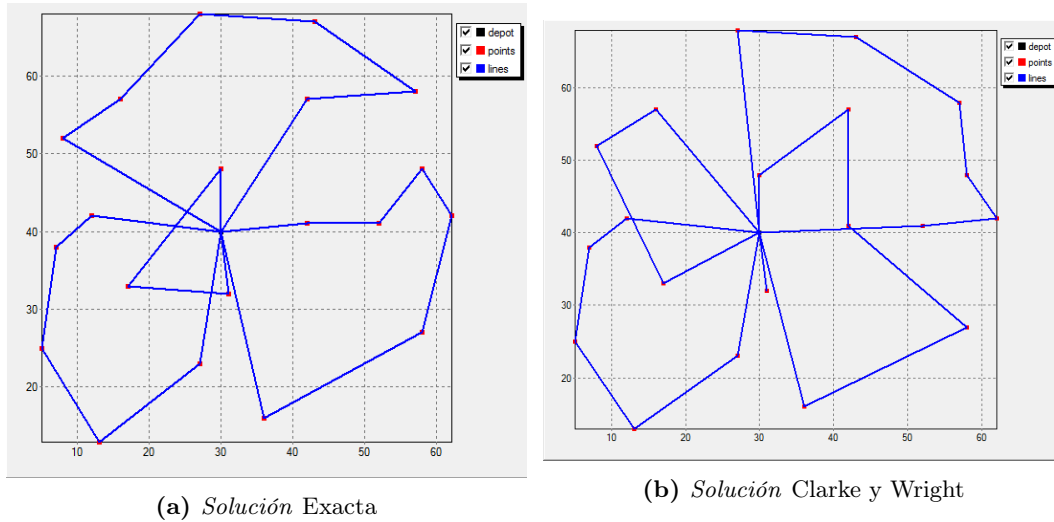


Figura 2: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E021-04m

2.4 E026-08m

El conjunto de datos está formado por las coordenadas referidas a 26 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (48 unidades) así como el número mínimo de ellos (8 vehículos) para resolver el problema. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada

Método	Vehículos	Distancia	Caminos
Exacto (100 secs)	5	358	(1;5) (1;6) (1;15) (1;18) (2;1) (3;1) (4;10) (5;16) (6;21) (7;2) (8;1) (9;3) (10;8) (11;13) (12;20) (13;1) (14;17) (15;14) (16;4) (17;19) (18;9) (19;11) (20;7) (21;12)
Clarke y Wright	5	388	(1;3) (1;5) (1;6) (1;7) (1;14) (2;13) (3;1) (4;10) (5;16) (6;21) (7;12) (8;1) (9;1) (10;8) (11;19) (12;20) (13;18) (14;15) (15;9) (16;4) (17;1) (18;1) (19;17) (20;11) (21;2)

Tabla 3: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E021-04m

a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección 1.2. Los resultados se muestran en la tabla 4. Puesto que en este caso los datos se refieren a un problema euclídeo (con coordenadas) la representación gráfica de las soluciones se muestran en la figura 3.

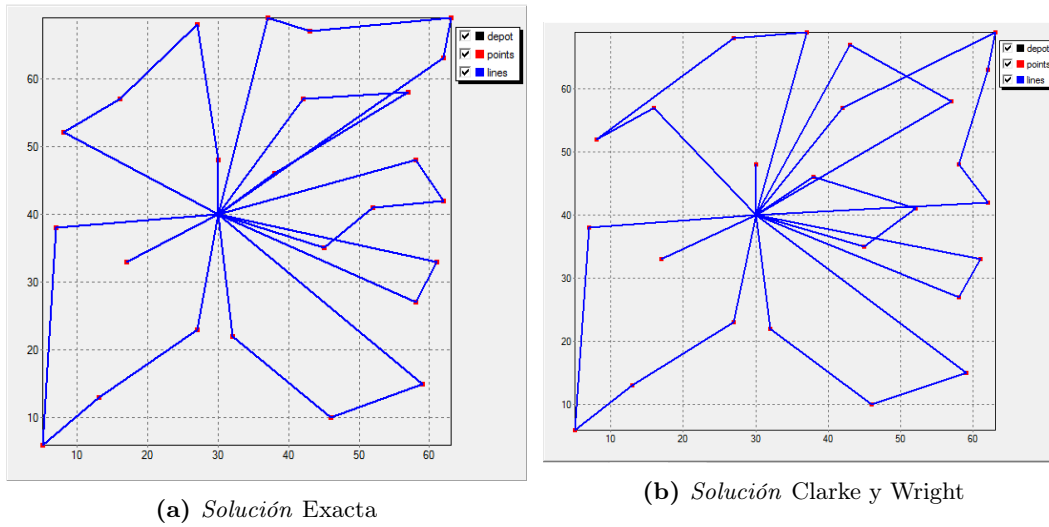


Figura 3: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E026-08m

2.5 E051-05e

El conjunto de datos está formado por las coordenadas referidas a 51 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (160 unidades) así como el número mínimo de ellos (5 vehículos) para resolver el problema. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección 1.2. Los resultados se muestran en la tabla 5. Puesto que en este caso los datos se refieren a un problema euclídeo (con coordenadas) la representación gráfica de las soluciones se muestran en la figura 4.

2.6 E076-10e

El conjunto de datos está formado por las coordenadas referidas a 76 nodos, refiriéndose el primero de ellos al nodo fuente u origen. Además se proporciona la demanda del resto de nodos junto con la capacidad máxima para cada vehículo (140 unidades) así como el número mínimo de ellos (10 vehículos) para resolver el problema. En este caso se ha resultado de manera exacta mediante la formulación descrita en la sección 1.1 y de manera aproximada a partir de la heurística de *Clarke-Wright* mediante la implementación que se muestra en la sección

Método	Vehículos	Distancia	Caminos
Exacto (100 secs)	8	606	(1;3) (1;4) (1;10) (1;15) (1;16) (1;17) (1;18) (1;25) (2;24) (3;5) (4;1) (5;26) (6;8) (7;2) (8;1) (9;12) (10;9) (11;1) (12;13) (13;1) (14;22) (15;7) (16;20) (17;14) (18;6) (19;23) (20;1) (21;1) (22;21) (23;1) (24;1) (25;19) (26;11)
Clarke y Wright	9	635	(1;3) (1;4) (1;6) (1;7) (1;9) (1;13) (1;16) (1;18) (1;23) (2;24) (3;5) (4;1) (5;26) (6;14) (7;15) (8;1) (9;10) (10;12) (11;1) (12;17) (13;1) (14;1) (15;21) (16;20) (17;1) (18;2) (19;25) (20;1) (21;22) (22;8) (23;19) (24;1) (25;1) (26;11)

Tabla 4: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E026-08m

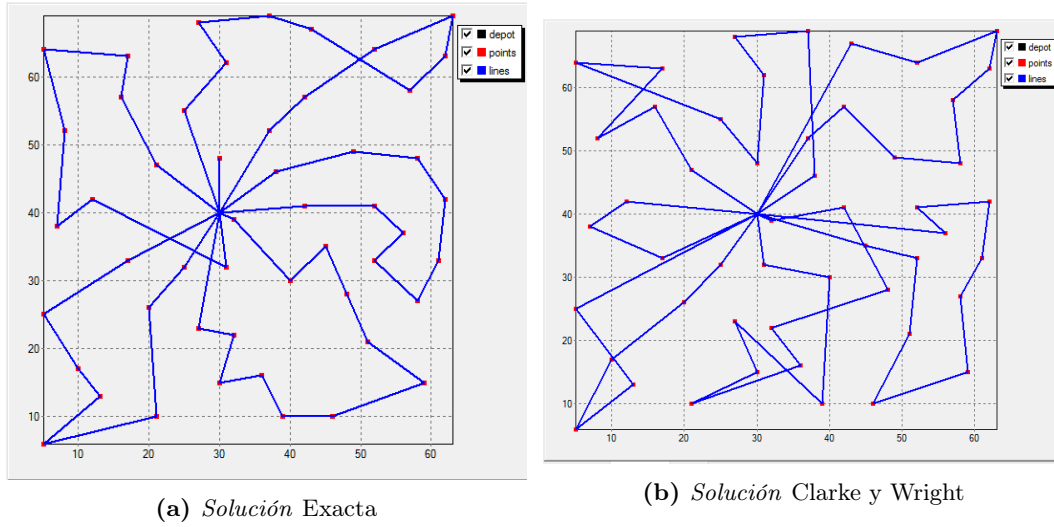


Figura 4: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E051-05e

1.2. Los resultados se muestran en la tabla 6. Puesto que en este caso los datos se refieren a un problema euclídeo (con coordenadas) la representación gráfica de las soluciones se muestran en la figura 5.

Método	Vehículos	Distancia	Caminos
Exacto (100 secs)	7	548	(1;12) (1;13) (1;18) (1;28) (1;48) (1;49) (2;1) (3;33) (4;23) (5;43) (6;47) (7;1) (8;24) (9;27) (10;31) (11;50) (12;17) (13;15) (14;19) (15;26) (16;46) (17;51) (18;38) (19;1) (20;42) (21;36) (22;30) (23;2) (24;7) (25;44) (26;25) (27;32) (28;1) (29;21) (30;3) (31;35) (32;29) (33;1) (34;40) (35;22) (36;37) (37;4) (38;45) (39;6) (40;11) (41;20) (42;14) (43;41) (44;8) (45;16) (46;34) (47;1) (48;5) (49;9) (50;39) (51;10)
Clarke y Wright	6	684	(1;2) (1;7) (1;14) (1;15) (1;39) (1;47) (2;23) (3;30) (4;29) (5;48) (6;13) (7;24) (8;44) (9;27) (10;11) (11;34) (12;50) (13;1) (14;20) (15;26) (16;43) (17;51) (18;46) (19;1) (20;41) (21;36) (22;17) (23;3) (24;25) (25;8) (26;19) (27;32) (28;9) (29;1) (30;21) (31;35) (32;33) (33;1) (34;40) (35;22) (36;37) (37;4) (38;16) (39;10) (40;31) (41;42) (42;5) (43;45) (44;49) (45;18) (46;6) (47;12) (48;1) (49;28) (50;38) (51;1)

Tabla 5: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E051-05e

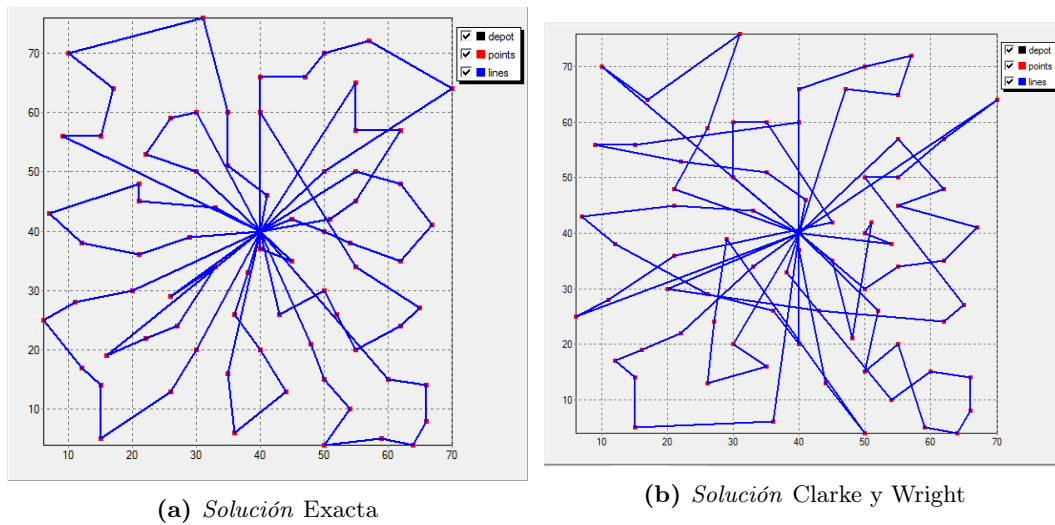


Figura 5: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E076-10e

Método	Vehículos	Distancia	Caminos
Exacto (100 secs)	13	972	(1;11) (1;18) (1;27) (1;31) (1;34) (1;36) (1;40) (1;47) (1;49) (1;63) (1;69) (1;76) (2;44) (3;75) (4;45) (5;1) (6;16) (7;74) (8;1) (9;15) (10;33) (11;39) (12;1) (13;73) (14;53) (15;54) (16;58) (17;52) (18;4) (19;1) (20;55) (21;38) (22;62) (23;65) (24;64) (25;50) (26;51) (27;13) (28;59) (29;1) (30;6) (31;46) (32;56) (33;41) (34;7) (35;68) (36;20) (37;70) (38;1) (39;66) (40;10) (41;1) (42;57) (43;42) (44;1) (45;25) (46;30) (47;9) (48;37) (49;48) (50;17) (51;19) (52;1) (53;35) (54;12) (55;14) (56;26) (57;24) (58;28) (59;1) (60;8) (61;71) (62;29) (63;23) (64;1) (65;43) (66;67) (67;60) (68;1) (69;3) (70;72) (71;21) (72;61) (73;32) (74;2) (75;22) (76;5)
Clarke y Wright	11	1196	(1;5) (1;7) (1;11) (1;18) (1;27) (1;30) (1;41) (1;45) (1;46) (1;64) (1;76) (2;44) (3;75) (4;25) (5;49) (6;72) (7;2) (8;36) (9;20) (10;32) (11;66) (12;39) (13;33) (14;55) (15;60) (16;58) (17;24) (18;4) (19;51) (20;54) (21;38) (22;70) (23;29) (24;57) (25;50) (26;56) (27;13) (28;14) (29;63) (30;48) (31;16) (32;26) (33;19) (34;3) (35;53) (36;15) (37;69) (38;37) (39;1) (40;73) (41;40) (42;43) (43;65) (44;42) (45;10) (46;28) (47;35) (48;6) (49;47) (50;34) (51;59) (52;74) (53;1) (54;1) (55;9) (56;1) (57;1) (58;8) (59;1) (60;1) (61;71) (62;1) (63;1) (64;31) (65;62) (66;67) (67;12) (68;17) (69;1) (70;52) (71;21) (72;61) (73;68) (74;23) (75;1) (76;22)

Tabla 6: Resultados para el problema de rutado de vehículos capacitado (CVRP) sobre el conjunto de datos E076-10e

REFERENCIAS

- [FIC] FICO Xpress. Xpress-Mosel. http://www.maths.ed.ac.uk/hall/Xpress/FICO_Docs/mosel/mosel_lang/dhtml/moselref.html/.
- [GP] Sergio García Prado. Mosel Examples. <https://github.com/garciparedes/mosel-examples>.
- [SA17] Jesús Sáez Aguado. Modelos de Investigación Operativa, 2016/17.