

Probabilidad

Distribución Ordenada *

García Prado, Sergio
sergio@garciparedes.me

31 de octubre de 2017

1. Introducción

La distribución ordenada es aquella que surge a partir de un conjunto de *variables aleatorias independientes e igualmente distribuidas* (v.a.i.i.d. a partir de ahora) sobre las cuales se impone la restricción de orden ascendente entre ellas. De manera matemática, se dice que $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$ es un conjunto de v.a.i.i.d. Entonces, la distribución ordenada que surge a partir de estas se denota como $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(i)}, \dots, X_{(n)}$, es decir, se añaden paréntesis a los subíndices. Por tanto, la restricción que tiene esta distribución generada respecto de la anterior es el siguiente: $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(i)} < \dots < X_{(n)}$.

Cabe destacar que estas variables llevan siguen todas ellas la misma distribución (de ahí el *igualmente distribuidas*). Esto se puede denotar como $X_i \sim F$ donde F puede ser cualquier distribución. Por tanto, todas las variables poseen la misma función de densidad y de distribución, es decir, $f(x) = f_{X_i}(x) = f_{X_j}(x)$ y $F(x) = F_{X_i}(x) = F_{X_j}(x) \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$. La propiedad de *independencia* implica por tanto, que la función de distribución conjunta cumpla la siguiente propiedad: $f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) * \dots * f(x_n)$. Dichas cualidades serán de utilidad posteriormente.

[TODO]

El resto del trabajo se desarrolla de la siguiente manera: en la sección ?? se demuestra la función de densidad conjunta para el vector $(X_{(1)}, X_{(n)})$, que después se particulariza para el caso $X_i \sim \text{Exp}(1)$. En la sección 3 se estudia la distribución del rango $R = X_{(n)} - X_{(1)}$ y se particulariza para el caso exponencial de parámetro $\lambda = 1$ al igual que en la sección anterior. Por último, en la sección 4 se obtienen las distribuciones del rango y la mediana para el caso de que $X_i \sim U\{1, 2, 3\} \forall i \in \{1, \dots, 4\}$ utilizando propiedades de combinatoria.

2. Función de densidad conjunta de la distribución ordenada $(X_{(1)}, X_{(n)})$ para variables continuas

[TODO]

2.1. Particularización para $X_i \sim \text{Exp}(1)$

[TODO]

3. Función de densidad del rango de la distribución ordenada $R = X_{(n)} - X_{(1)}$ para variables continuas

[TODO]

*URL: <https://github.com/garciparedes/probability-ordered-distribution>

3.1. Particularización para $X_i \sim \text{Exp}(1)$

[TODO]

4. Distribuciones del rango y la mediana para la distribución ordenada generada por $X_i \sim U\{1, 2, 3\} \ \forall i \in \{1, \dots, 4\}$

[TODO]

Referencias

[1] RODRÍGUEZ DEL TÍO, M. P. Probabilidad, 2017/18.