Грищенко Юрій ІПС-32
Лабораторна робота №4

Постановка задачі: Задача регіонального пошуку. В загальному випадку: файл містить набір точок простору, а запитом є деяка стандартна геометрична фігура, яка довільно переміщується у цьому просторі. Регіональний пошук полягає у визначенні (задача звіту) або у підрахунку кількості (задача підрахунку) всіх точок всередині заданого регіону.

В цьому випадку: задані точки на 2D просторі, треба знайти всі точки всередині прямокутника, визначеного декартовим добутком $[x_1,x_2]$ x $[y_1,y_2]$

Опис алгоритму:
Метод 2D дерева - можна вважати узагальненням дихотомії

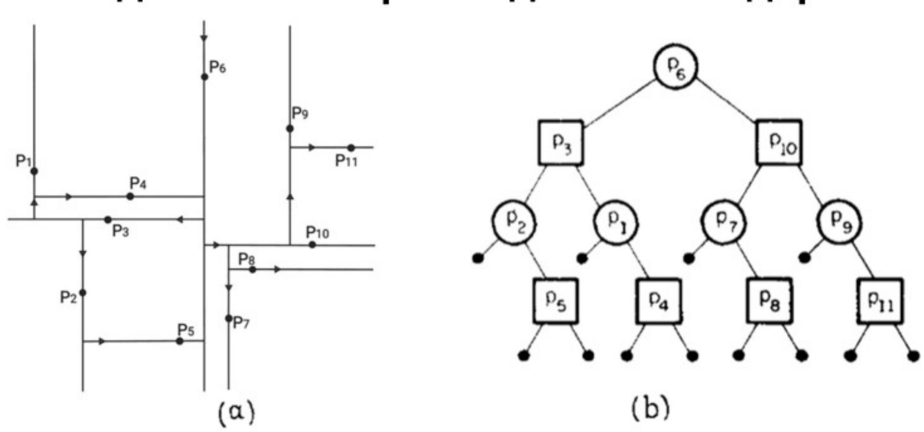
Припустимо, що вся площина є нескінченним прямокутником, який будемо “розрізати” на частини.
Почергово розбиватимемо множину точок по x-координаті та y-координаті.

- по x-координаті: проводиться вертикальна лінія так, щоб по обидва боки знаходилася (приблизно) однакова кількість точок множини;
- по y-координаті: проводиться горизональна лінія так, щоб зверху і знизу була (приблизно) однакова кількість точок

Водночас будуємо двійкове дерево T: з кожним вузлом v неявно звя’зуються прямокутник R(v) та підмножина точок, що лежать всередині R(v).

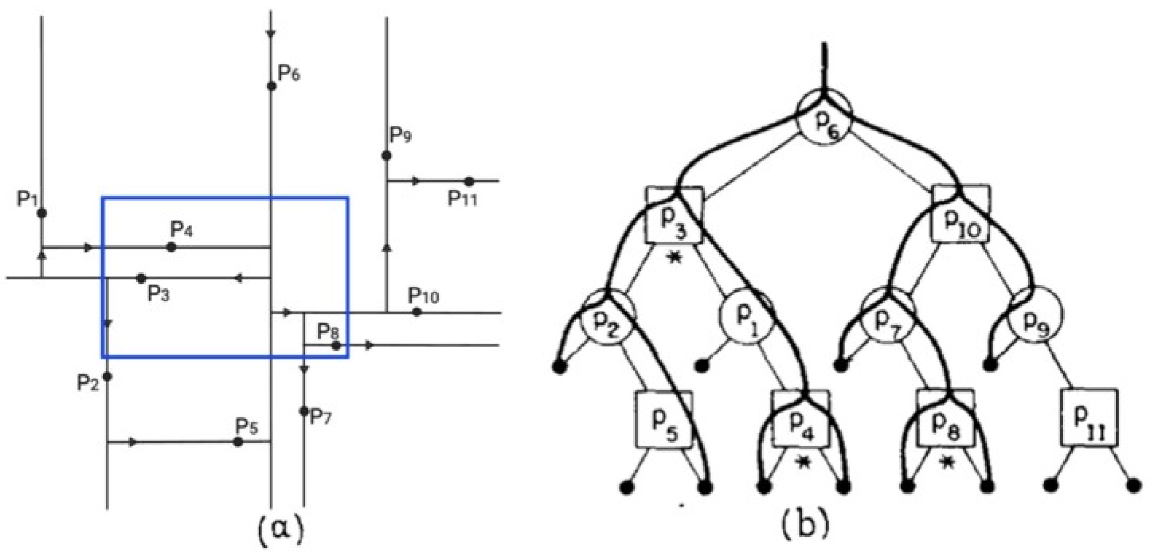
Процес розбиття завершиться, коли з'явиться прямокутник, який не містить всередині жодної точки, відповідний йому вузол є листком дерева T.

Метод багатовимірного двійкового дерева



Побудова 2d-дерева

Пошук в регіоні D починаємо з кореня дерева:
• Для кожної v пряма l(v) розбиває $R(v) = R_1(v) \bigcup R_2(v)$.
Перевіряється $D \bigcap R_1(v)$, $D \bigcap R_2(v)$.
1. $D \bigcap R_1(v) \neq \varnothing$ та $D \bigcap R_2(v) = \varnothing$ - лівий пошук (в R1(v)).
2. $D \bigcap R_1(v) = \varnothing$ та $D \bigcap R_2(v) \neq \varnothing$ - правий пошук (в R2(v)).
3. $D \bigcap R_1(v) \neq \varnothing$ та $D \bigcap R_2(v) \neq \varnothing$ - перевірка “$P(v) \in D$?”, потім лівий і правий пошуки



Ілюстрація метода пошуку за допомогою двовимірного двійкового дерева

Складність алгоритму:

Оцінимо складність.

- Пам'ять – Θ(N) (по вузлу на точку).
- Побудова дерева – Θ(N log N). Спосіб наступний.

  Розріз множини S проводиться в результаті обчислення медіани множини x-координат (y-координат) точок з S за час O(|S|), і шляхом формування розбиття S з такою ж оцінкою часу.
  (також можна попередньо відсортувати точки по x- та y-координатах і робити розбиття на цій основі за O(N))
  За час O(N) вихідна множина розбивається, в результаті чого отримуємо півплощини, в кожній із яких по N/2 точок.

Отримуємо рекурентне співвідношення для часу $T(N)$ роботи алгоритма побудови дерева: $T(N) \leq 2T(N/2) + O(N)$.

- Час пошуку - $O(\sqrt{n})$ (у вузлах дерева можна “даремно” витрачати час)

Метод дерева регіонів має кращу верхню межу для часу пошуку, за рахунок більшого використання пам’яті.