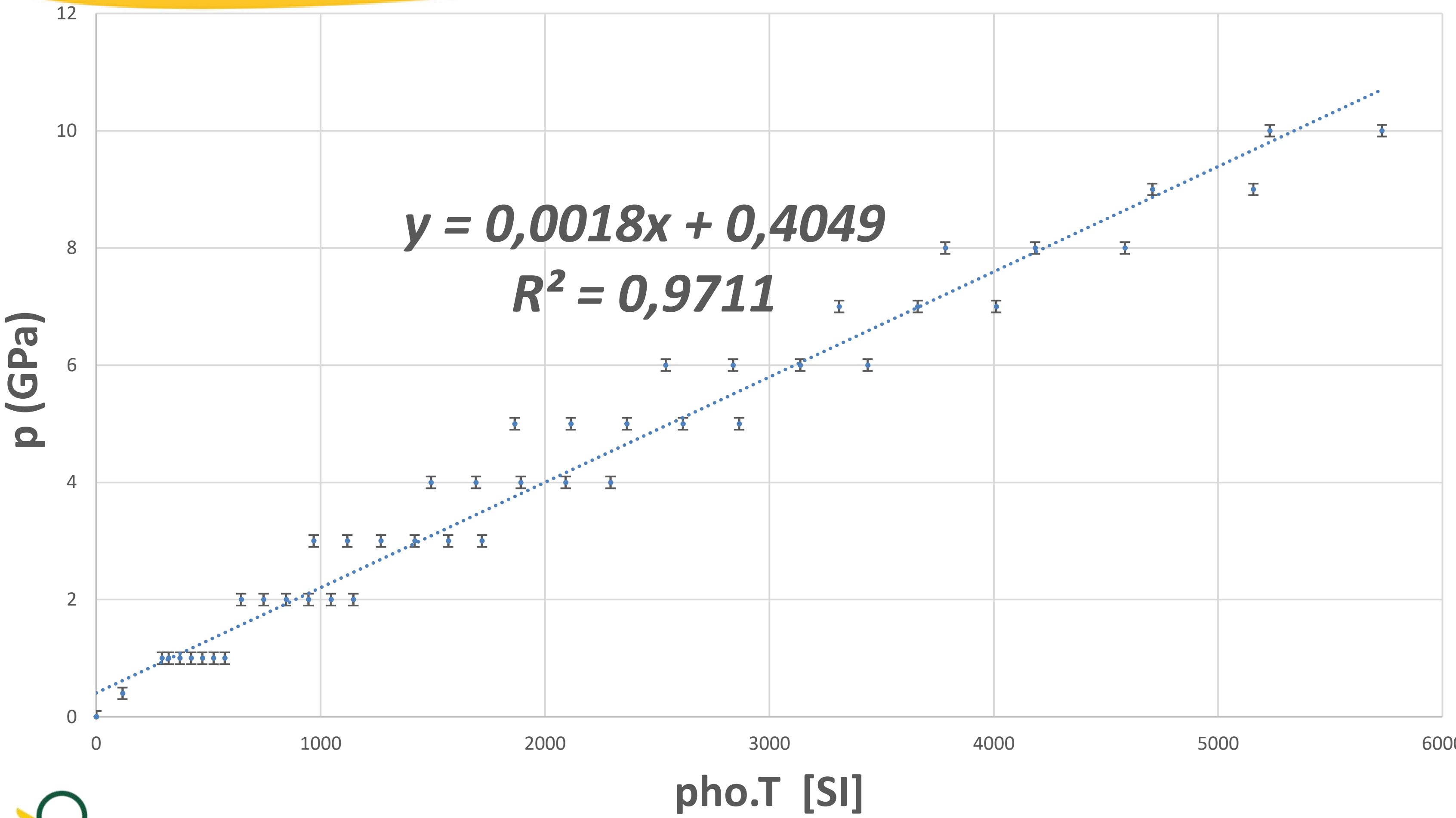
Recomputando...

- ✓ **Buscamos realizar algumas integrações da EDO com T_0~cosh(k.z) e parâmetros de um fluído condutor de interesse: o Gálio líquido.**

Análise de alguns dados para o gálio líquido



UFABC

Recomputando...

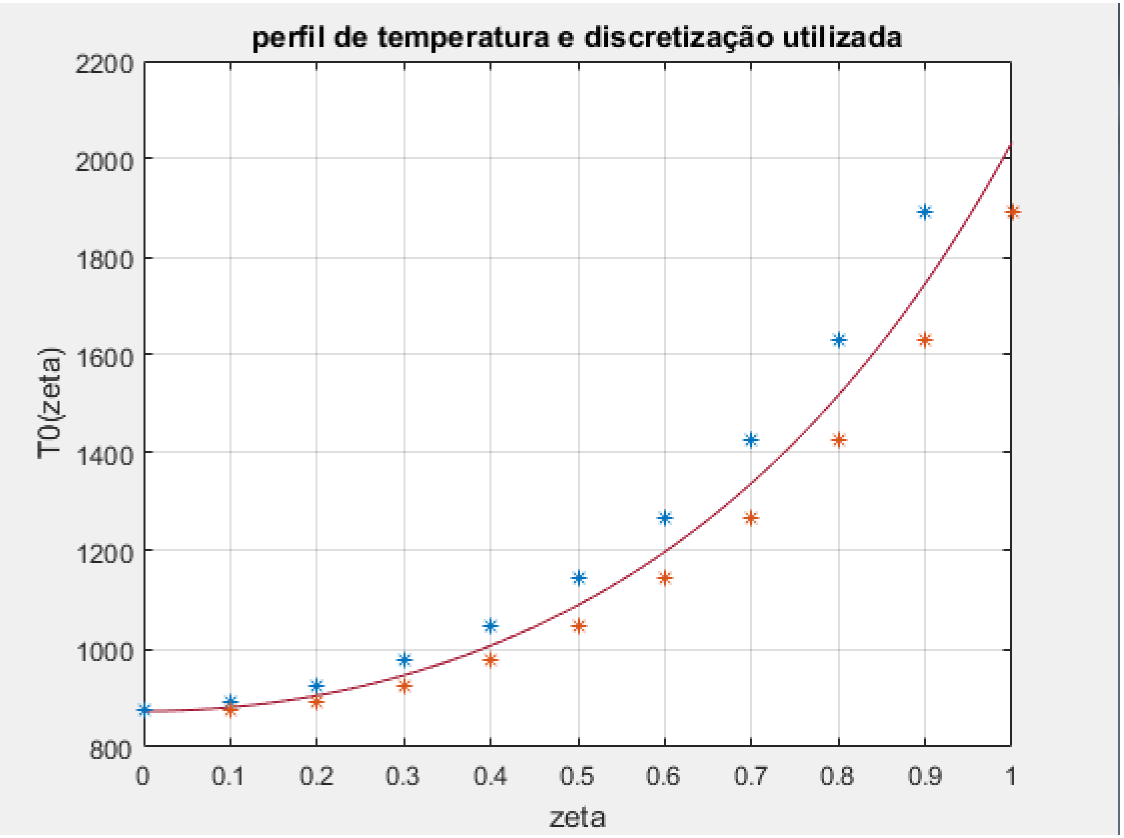
✓**Infelizmente, os cálculos implementados anteriormente para os perfis de temperatura sigmóides não funcionaram para computar a pressão com o tubo sujeito a um perfil hiperbólico.**

✓**Não havendo muitos outros recursos cabíveis no tempo em que dispúnhamos, tentamos desenvolver um algoritmo para solução deste problema.**

✓ **Nos inspiramos na abordagem discreta e no método da colocação.**

UFABC

Primeiro passo: discretizar o perfil de temperatura ~cosh(k.z)



✓ **Gostaríamos de generalizar a abordagem discreta feita para um patamar de temperatura a *N* patamares.**

✓ **A questão era:**

- **Definir coeficientes médios A, B e C em cada patamar;**
- **Resolver $A.k^2 + B.k + C = 0$ em cada patamar;**
- **Definir matriz *M* do sistema linear nas amplitudes, com continuidade e condições de contorno.**

UFABC

✓ **Na matriz esperávamos ter blocos 1 x 2 com as condições de contorno e 2 x 4 com as de continuidade.**

$$\begin{pmatrix} \boxed{1 \times 2} & & & & & \\ & \boxed{2 \times 4} & & & \mathbf{0} & \\ & & \boxed{2 \times 4} & & & \\ & \mathbf{0} & & \ddots & & \\ & & & & \boxed{2 \times 4} & \\ & & & & & \boxed{1 \times 2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_a^+ \\ p_a^- \\ p_b^+ \\ p_b^- \\ \vdots \\ p_r^+ \\ p_r^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{a0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \delta_{r0} \end{pmatrix}$$

UFABC

Composição da matriz M – conds contorno

primeiro $\boxed{1 \times 2}$ = $\boxed{e^{k_a^+ .0} \quad e^{k_a^- .0}}$

último $\boxed{1 \times 2}$ = $\boxed{e^{k_r^+ \zeta_{max}} \quad e^{k_r^- \zeta_{max}}}$

UFABC

Composição da matriz M – conds contorno

primeira linha de ks

primeiro $\boxed{1 \times 2} = \boxed{e^{k_a^+ .0} \quad e^{k_a^- .0}}$

última linha de ks

último $\boxed{1 \times 2} = \boxed{e^{k_r^+ \zeta_{max}} \quad e^{k_r^- \zeta_{max}}}$

Composição da matriz M – conds contorno

primeiro $\boxed{1 \times 2}$ $=$ $\boxed{1 \quad\quad 1}$

último $\boxed{1 \times 2}$ $=$ $\boxed{e^{k_r^+ \zeta_{max}} \quad e^{k_r^- \zeta_{max}}}$

UFABC

Composição da matriz M – continuidade

Primeiro bloco $\boxed{2 \times 4}$ **:**

$$e^{k_a^+\zeta_{ab}} + e^{k_a^-\zeta_{ab}} = e^{k_b^+\zeta_{ab}} + e^{k_b^-\zeta_{ab}}$$

$$k_a^+ e^{k_a^+\zeta_{ab}} + k_a^- e^{k_a^-\zeta_{ab}} = k_b^+ e^{k_b^+\zeta_{ab}} + k_b^- e^{k_b^-\zeta_{ab}}$$

UFABC

Composição da matriz M – continuidade

Primeiro bloco $\boxed{2 \times 4}$:

$$e^{k_a^+ \zeta_{ab}} + e^{k_a^- \zeta_{ab}} = e^{k_b^+ \zeta_{ab}} + e^{k_b^- \zeta_{ab}}$$

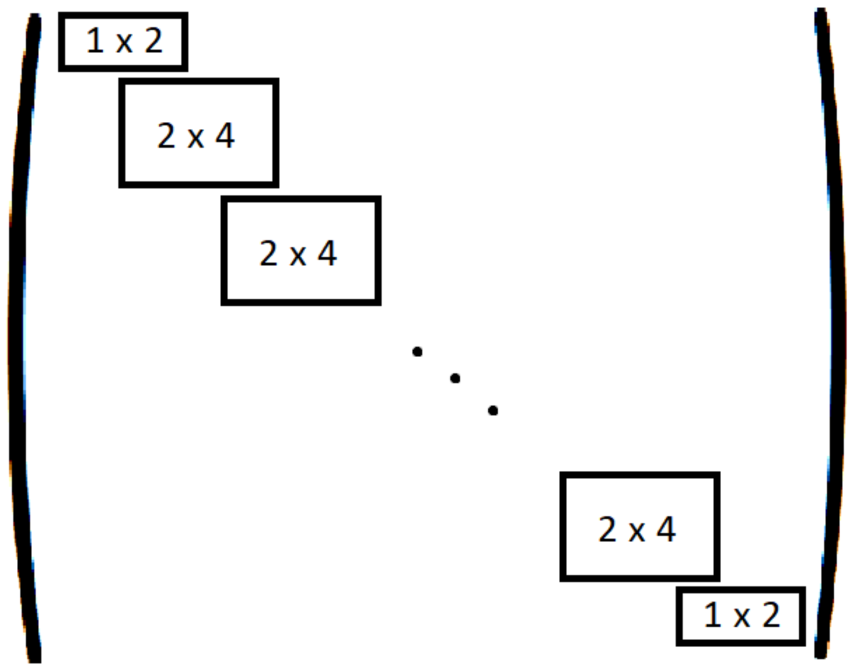
$$k_a^+ e^{k_a^+ \zeta_{ab}} + k_a^- e^{k_a^- \zeta_{ab}} = k_b^+ e^{k_b^+ \zeta_{ab}} + k_b^- e^{k_b^- \zeta_{ab}}$$

$$\boxed{\begin{matrix} e^{k_a^+ \zeta_{ab}} & e^{k_a^- \zeta_{ab}} & -e^{k_b^+ \zeta_{ab}} & -e^{k_b^- \zeta_{ab}} \\ k_a^+ . e^{k_a^+ \zeta_{ab}} & k_a^- . e^{k_a^- \zeta_{ab}} & -k_b^+ . e^{k_b^+ \zeta_{ab}} & -k_b^- . e^{k_b^- \zeta_{ab}} \end{matrix}}$$

UFABC

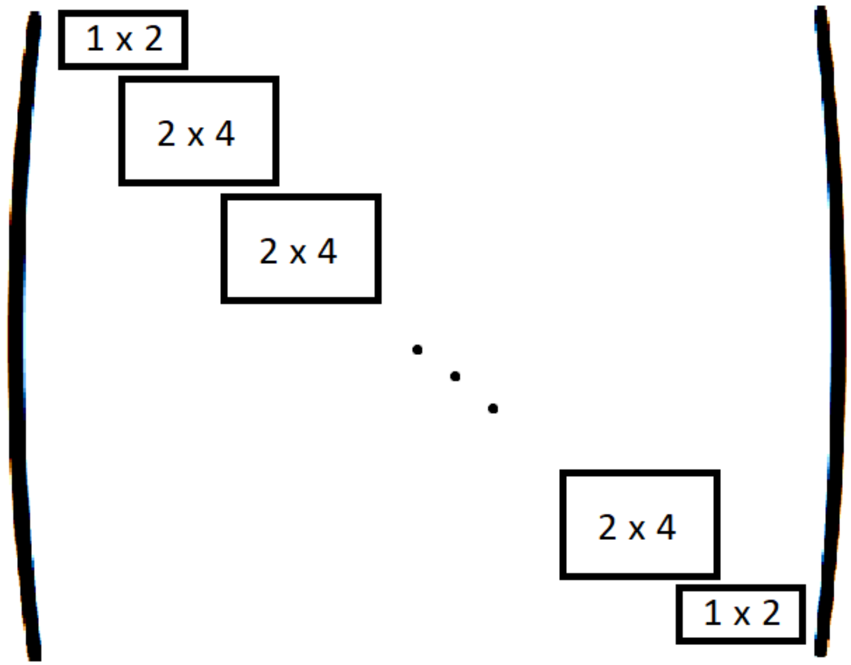
Composição da matriz M

Previmos que *M* deve ter *N blocos*
(mesmo nro de patamares)



j = (2*bloco-1):(2*bloco+1)
i = (2*bloco):(2*bloco+1)

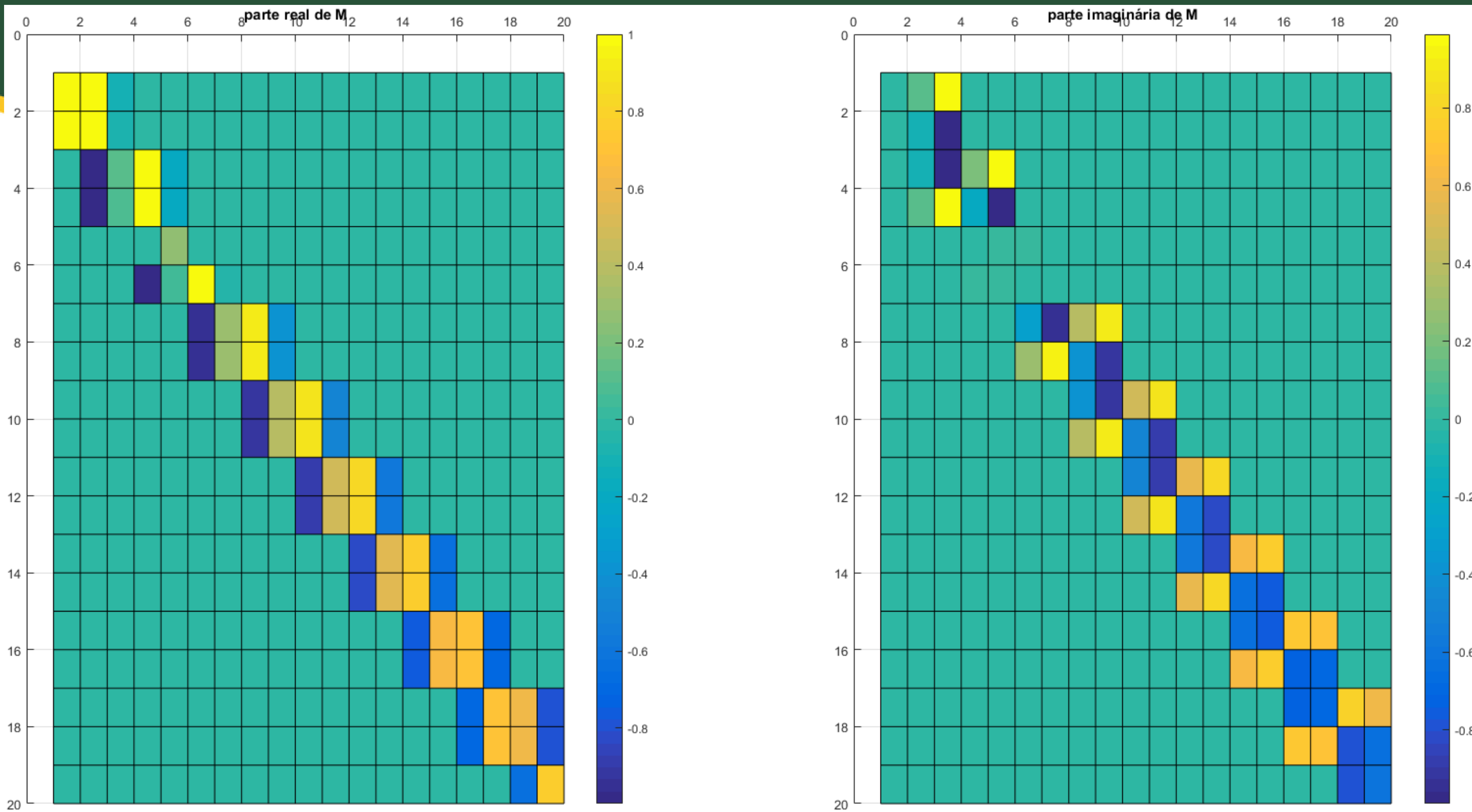
Composição da matriz M



montagem das linhas e colunas em função de um índice do bloco (correndo 1:N)

j = (2*bloco-1):(2*bloco+1)

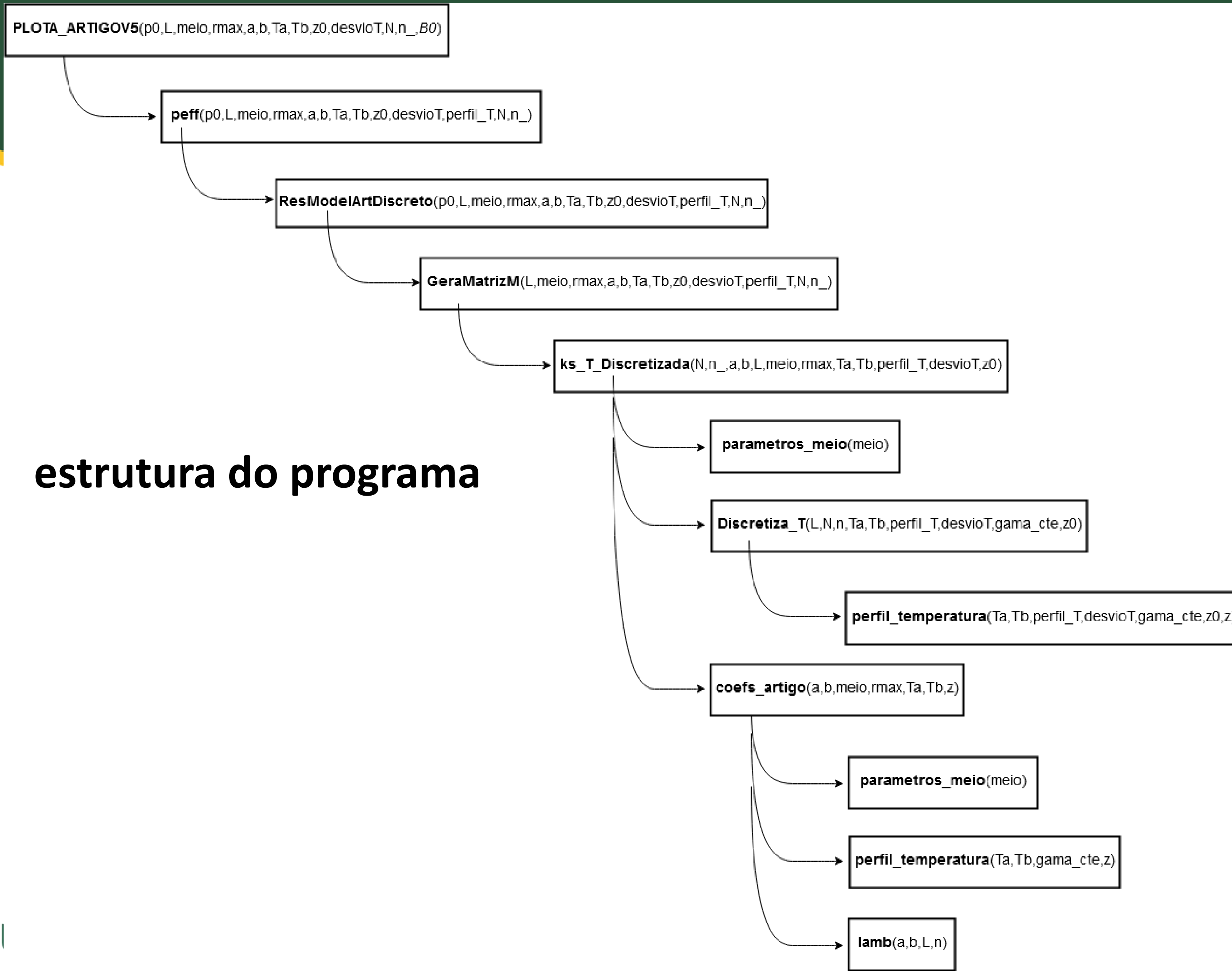
i = (2*bloco):(2*bloco+1)



Visualização de uma M (parte real e imaginária) com para N = 10 e parâmetros típicos das simulações anteriores.

UFABC

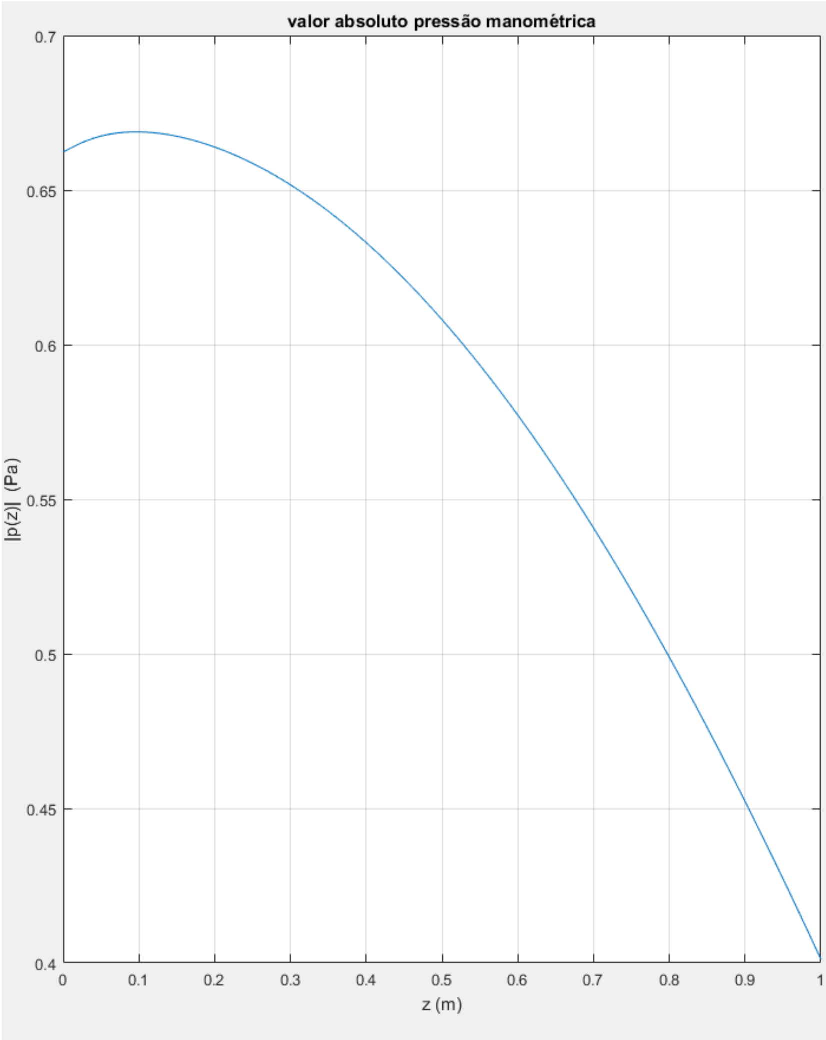
estrutura do programa

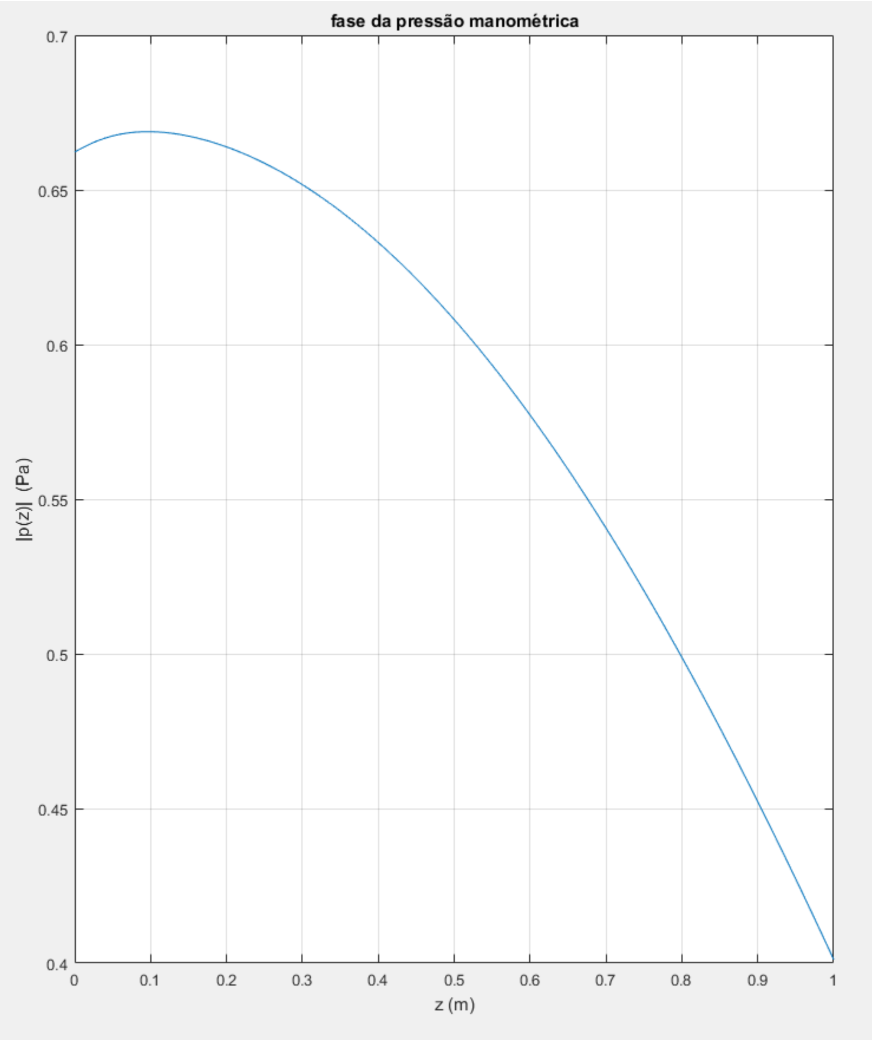


- **PLOTA_ARTIGOV5**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,N,n_,*B0*)
  plota perfil de pressão (gráfico 5.2.3)
  - **peff**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)
    monta p(z) a partir das amplitudes e dos ks
    - **ResModelArtDiscreto**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)
      acha amplitudes u resolvendo M.u = b
      - **GeraMatrizM**(L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)
        monta matriz com continuidade e de conds contorno
        - **ks_T_Discretizada**(N,n_,a,b,L,meio,rmax,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,z0)
          acha os k das exp(k.z) resolvendo A.k^2 - B.k + C = 0 , usando média de n_ coefs por patamar
          Text
          - **parametros_meio**(meio)
            fornece R , patm , gama_cte , M , K_ni , beta_ni , Pr (meio = 'ar' ou 'Ga')
          - **Discretiza_T**(L,N,n,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0)
            quebra o domínio [0,L] em N intervalos e devolve valores médios da temperatura em cada um
            - **perfil_temperatura**(Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0,z)
              *perfil T(z) = Tmax*cosh(K.z) , com K=K(gama) e Tmax = max(Ta,Tb)*
          - **coefs_artigo**(a,b,meio,rmax,Ta,Tb,z)
            coeficientes computados com funções de Bessel,
            - **parametros_meio**(meio)
            - **perfil_temperatura**(Ta,Tb,gama_cte,z)
            - **lamb**(a,b,L,n)
              *comprimento de onda dadas cond contorno e harmônico, compõe função omega(z) = k*vsom(z)*

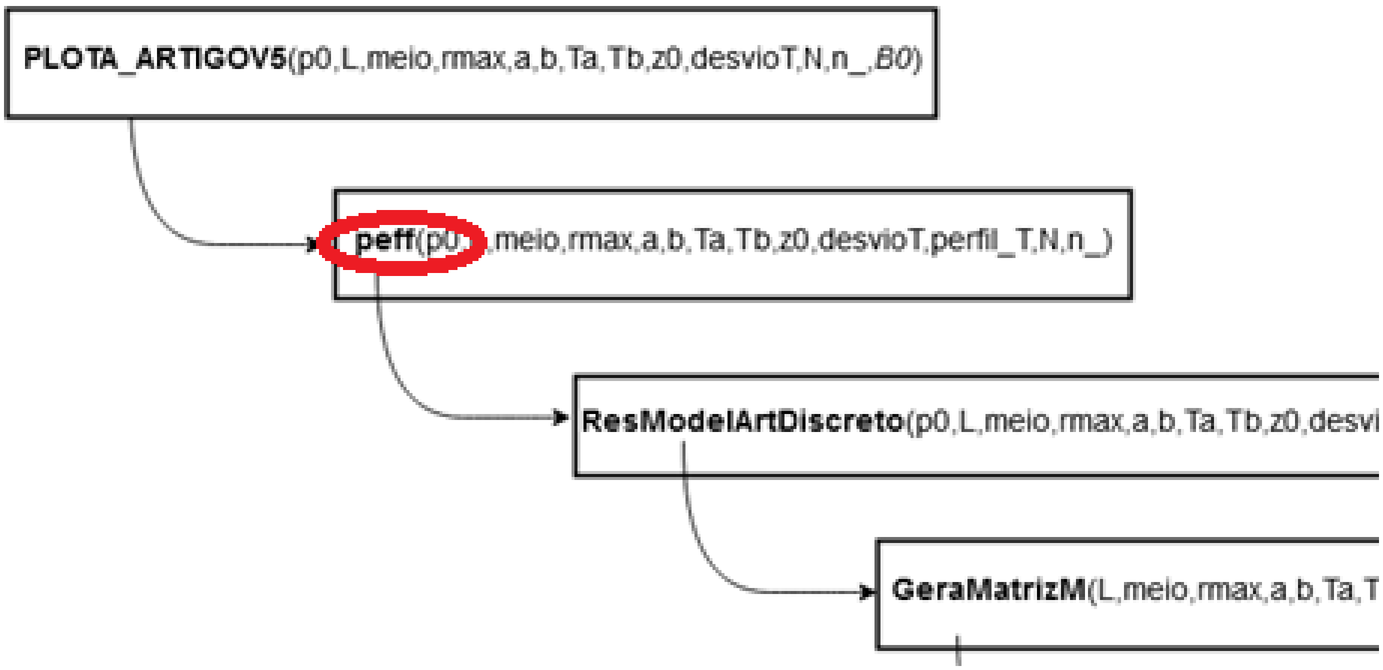
- **PLOTA_ARTIGOV5**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,N,n_,*B0*) — 23 linhas
  plota perfil de pressão (gráfico 5.2.3)
  - **peff**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_) — 16 linhas
    monta p(z) a partir das amplitudes e dos ks
    - **ResModelArtDiscreto**(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_) — 41 linhas
      acha amplitudes u resolvendo M.u = b
      - **GeraMatrizM**(L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_) — 50 linhas
        monta matriz com continuidade e de conds contorno
        - **ks_T_Discretizada**(N,n_,a,b,L,meio,rmax,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,z0) — 54 linhas
          acha os k das exp(k.z) resolvendo A.k^2 - B.k + C = 0 , usando média de n_ coefs por patamar
          Text
          - **parametros_meio**(meio) — 47 linhas
            fornece R , patm , gama_cte , M , K_ni , beta_ni , Pr (meio = 'ar' ou 'Ga')
          - **Discretiza_T**(L,N,n,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0) — 49 linhas
            quebra o domínio [0,L] em N intervalos e devolve valores médios da temperatura em cada um
            - **perfil_temperatura**(Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0,z) — 26 linhas
              *perfil T(z) = Tmax*cosh(K.z) , com K=K(gama) e Tmax = max(Ta,Tb)*
          - **coefs_artigo**(a,b,meio,rmax,Ta,Tb,z) — 92 linhas
            coeficientes computados com funções de Bessel,
            - **parametros_meio**(meio)
            - **perfil_temperatura**(Ta,Tb,gama_cte,z)
            - **lamb**(a,b,L,n) — 25 linhas
              *comprimento de onda dadas cond contorno e harmônico, compõe função omega(z) = k*vsom(z)*

TOTAL DE 423 LINHAS

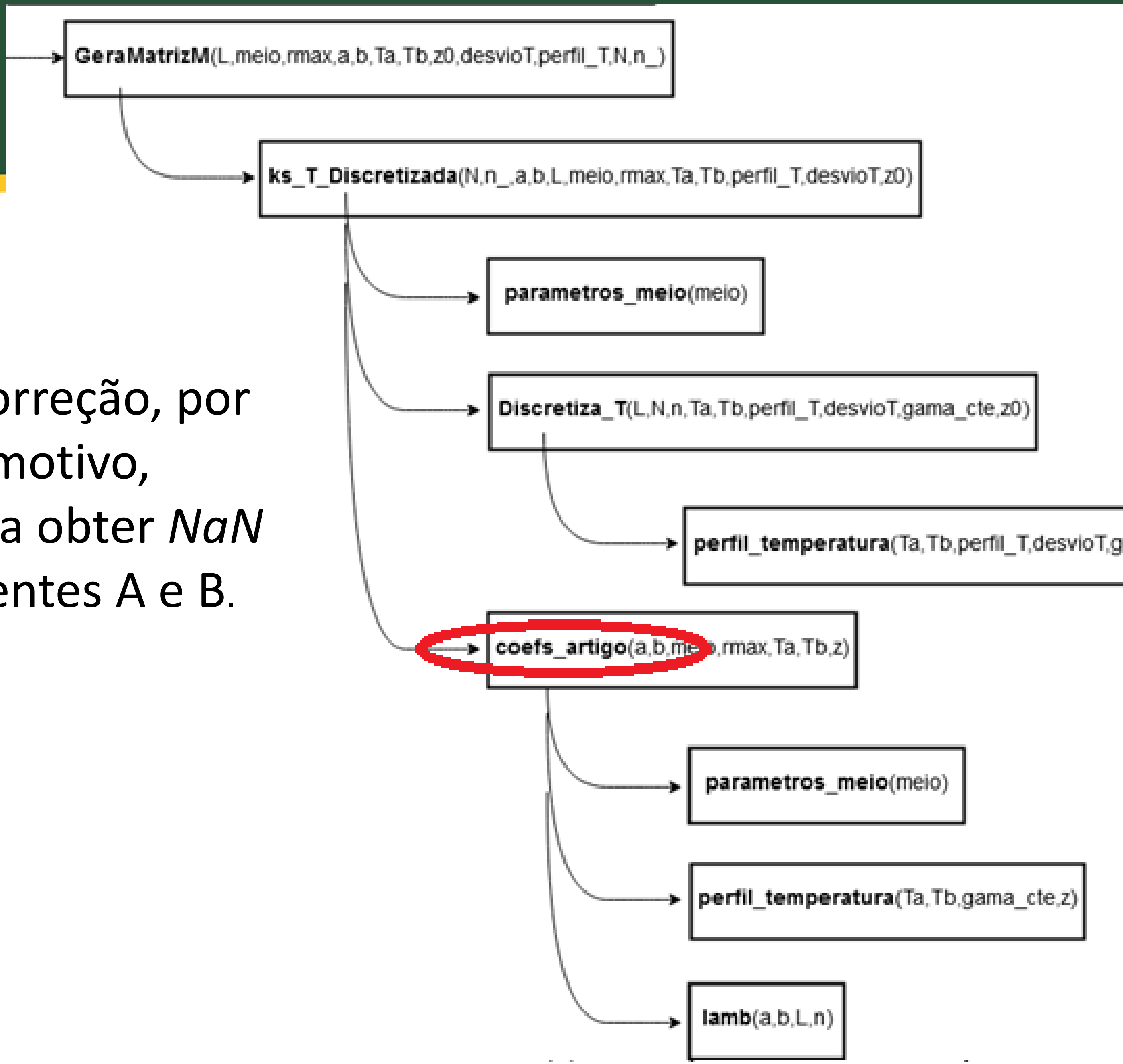

valor absoluto pressão manométrica
0.7
0.65
0.6
0.55
0.5
0.45
0.4
|p(z)| (Pa)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
z (m)


fase da pressão manométrica
0.7
0.65
0.6
0.55
0.5
0.45
0.4
|p(z)| (Pa)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
z (m)

Observando a escala deste resultado, reestruturamos a função peff que fornece as ordenadas para o plot.

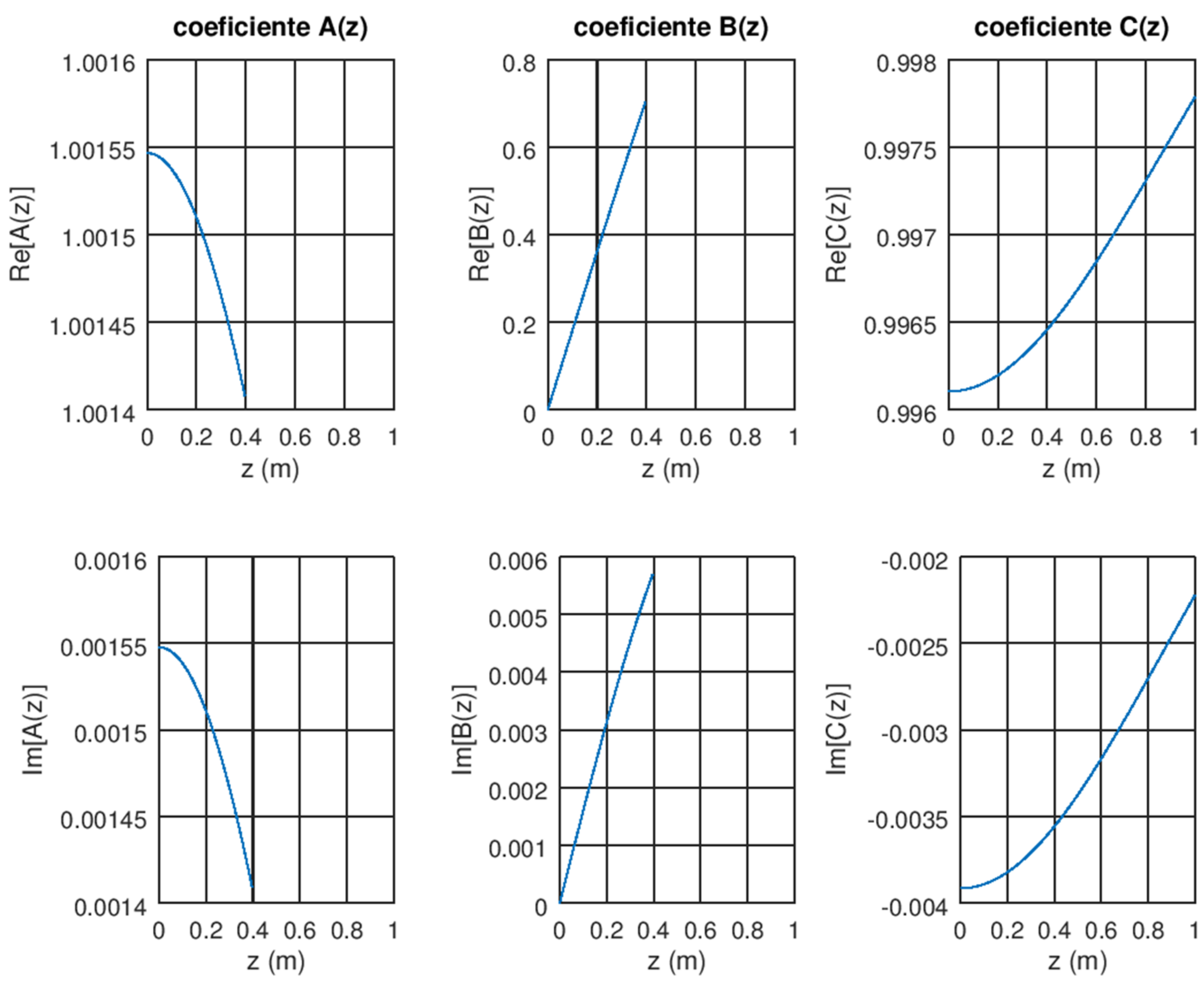


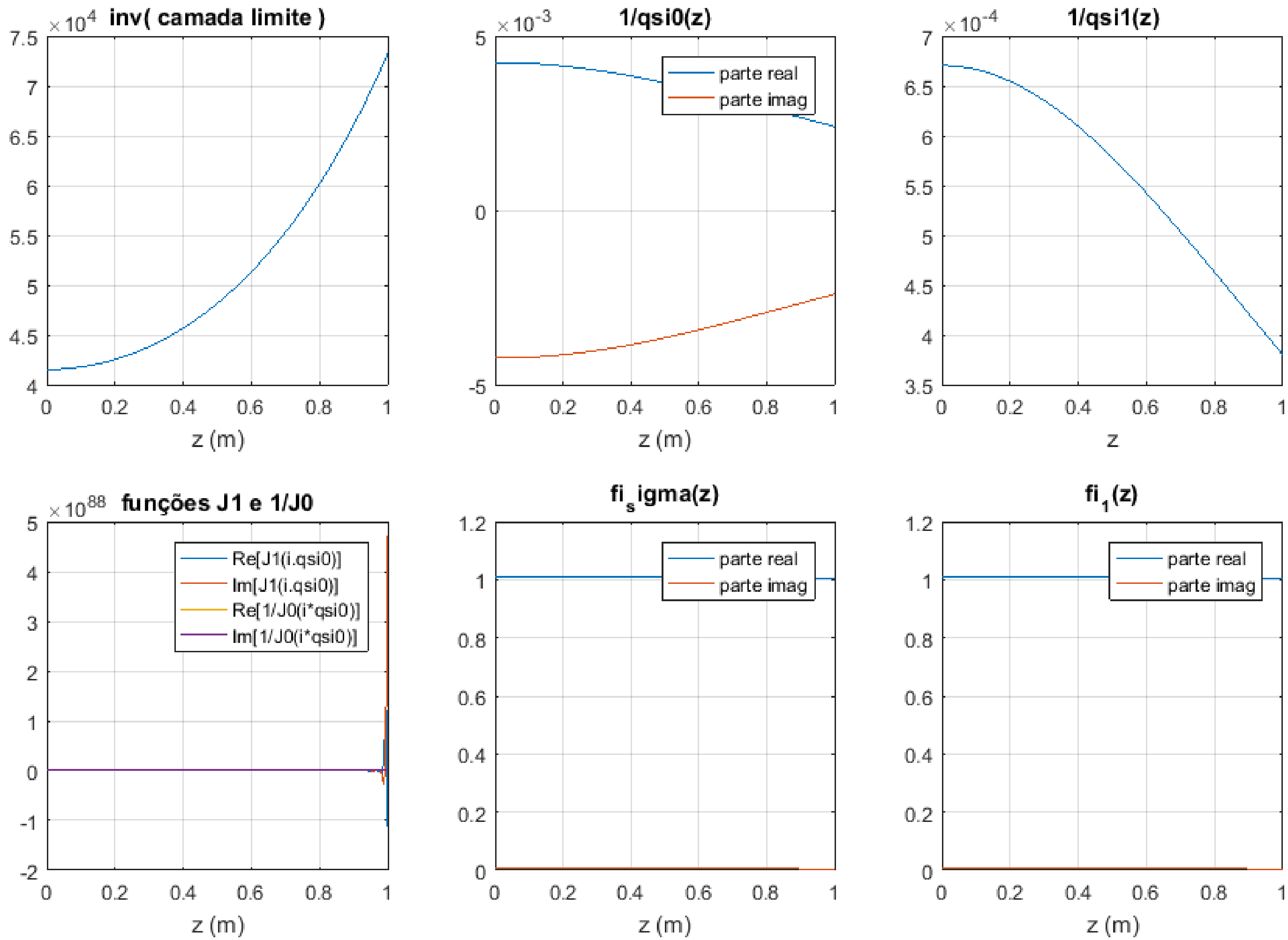
Após esta correção, por algum motivo, começamos a obter *NaN* nos coeficientes A e B.



UFABC

Desde então temos feito o possível para rastrear o problema...





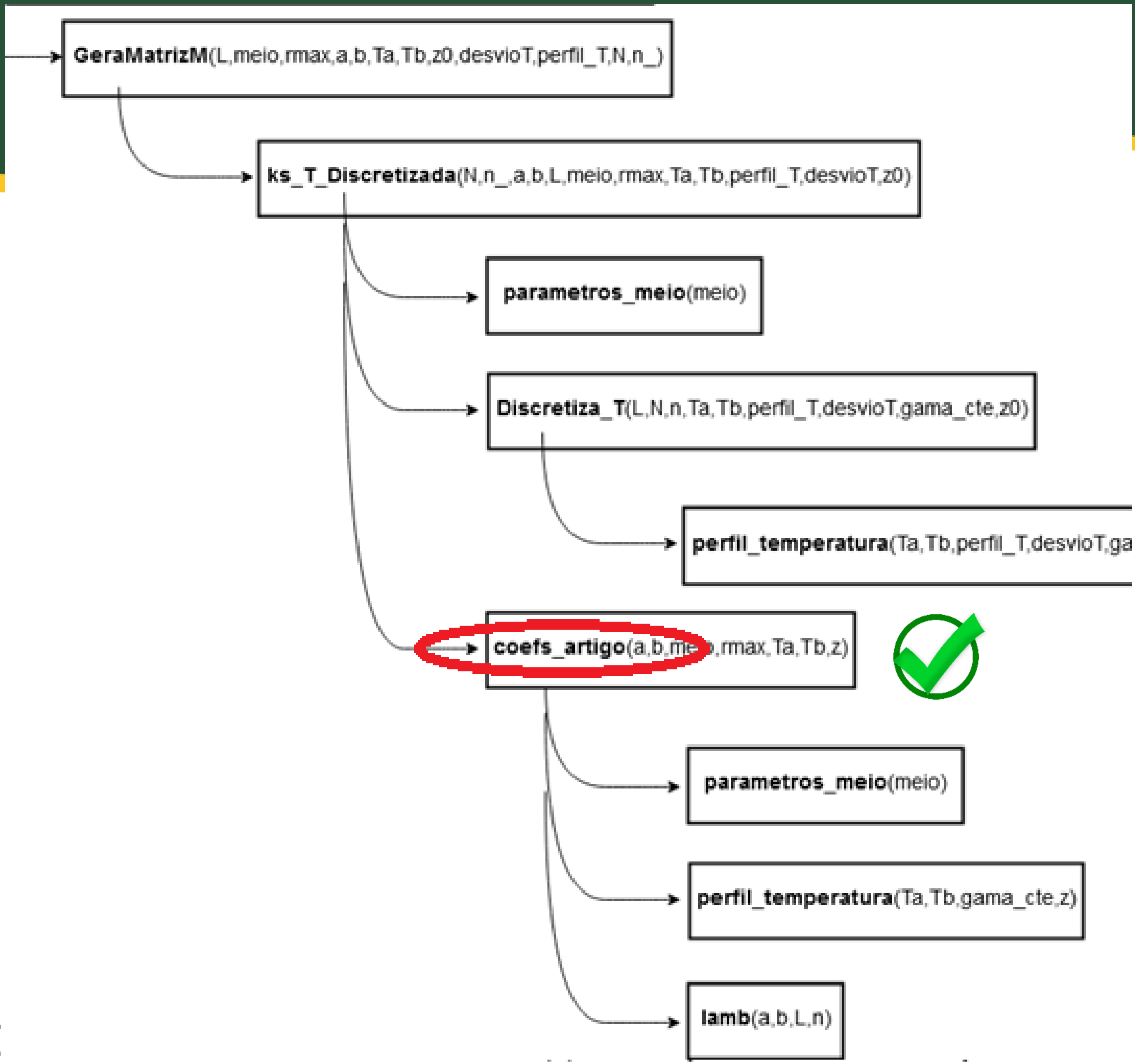

```
A = @(z) (   fi_1(z)  );

B = @(z) ( gradfi_1(z) + inv(1-Pr)*( fi_sigma(z) - Pr*fi_1(z) ).*theta(z) );

C = @(z) (  gama_cte - (gama_cte - 1)*fi_sigma(z)  );
```

UFABC

Tentando mais uma vez...

Após uma atualização de sistema operacional, notamos que o Octave passou a computar os coeficientes adequadamente.

UFABC


GeraMatrizM(L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)
ks_T_Discretizada(N,n_,a,b,L,meio,rmax,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,z0)
parametros_meio(meio)
Discretiza_T(L,N,n,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0)
perfil_temperatura(Ta,Tb,perfil_T,desvioT,ga
coefs_artigo(a,b,meio,rmax,Ta,Tb,z)
parametros_meio(meio)
perfil_temperatura(Ta,Tb,gama_cte,z)
lamb(a,b,L,n)

UFABC

Tentando mais uma vez...

Apesar disso, a função que monta a matriz com os ks ainda dava *NaN*..

UFABC


GeraMatrizM(L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)
ks_T_Discretizada(N,n_,a,b,L,meio,rmax,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,z0)
parametros_meio(meio)
Discretiza_T(L,N,n,Ta,Tb,perfil_T,desvioT,gama_cte,z0)
perfil_temperatura(Ta,Tb,perfil_T,desvioT,ga
coefs_artigo(a,b,meio,rmax,Ta,Tb,z)
parametros_meio(meio)
perfil_temperatura(Ta,Tb,gama_cte,z)
lamb(a,b,L,n)

UFABC

Tentando mais uma vez...

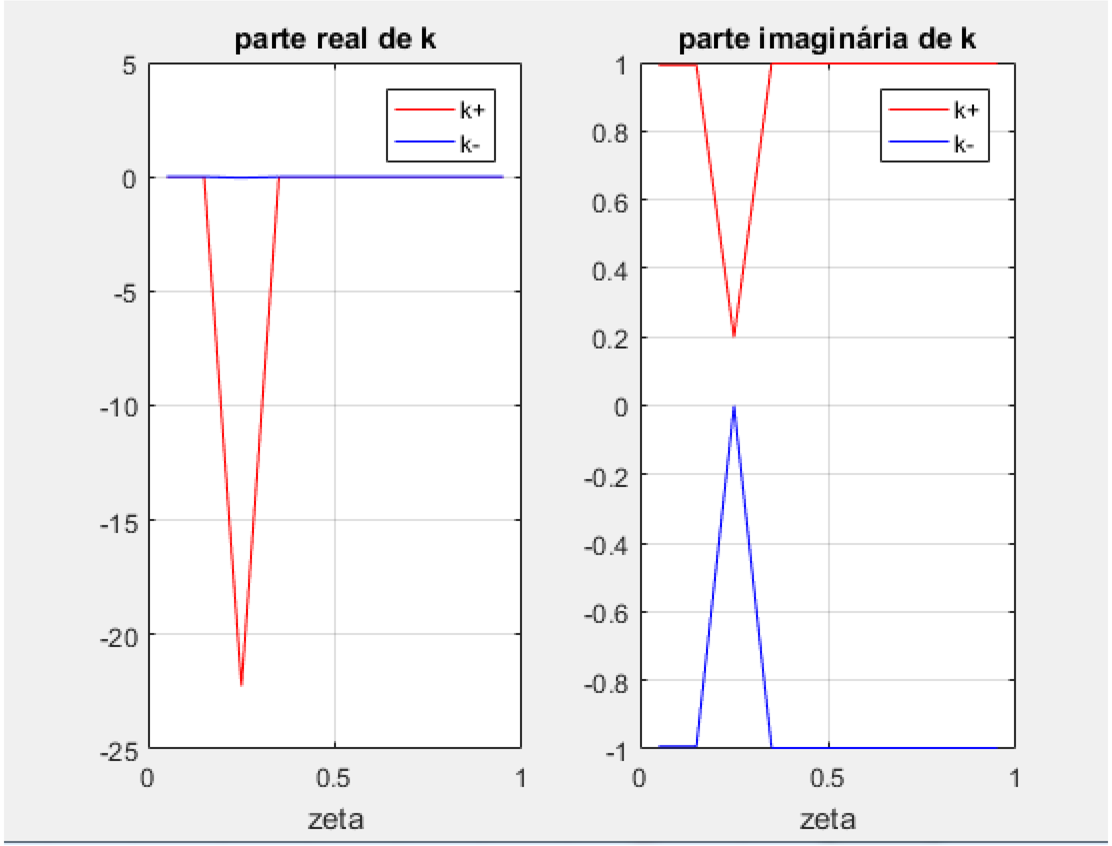
Revisando o código pacientemente, notamos

ks

que o loop de montagem dos ks não estava funcionando

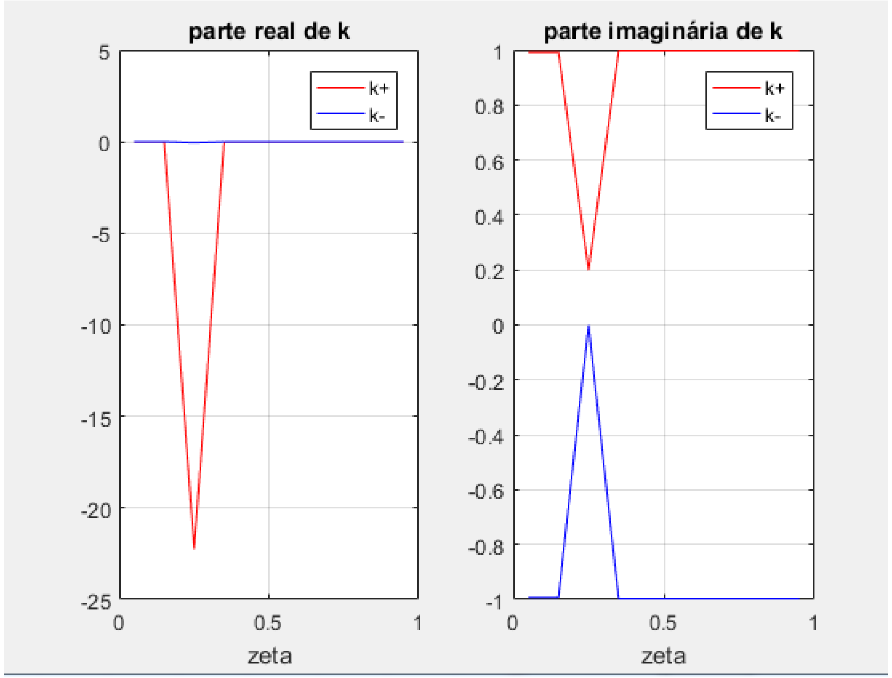
Tentando mais uma vez...

Talvez por isso os gráficos dos ks tenham saído estranhos



UFABC

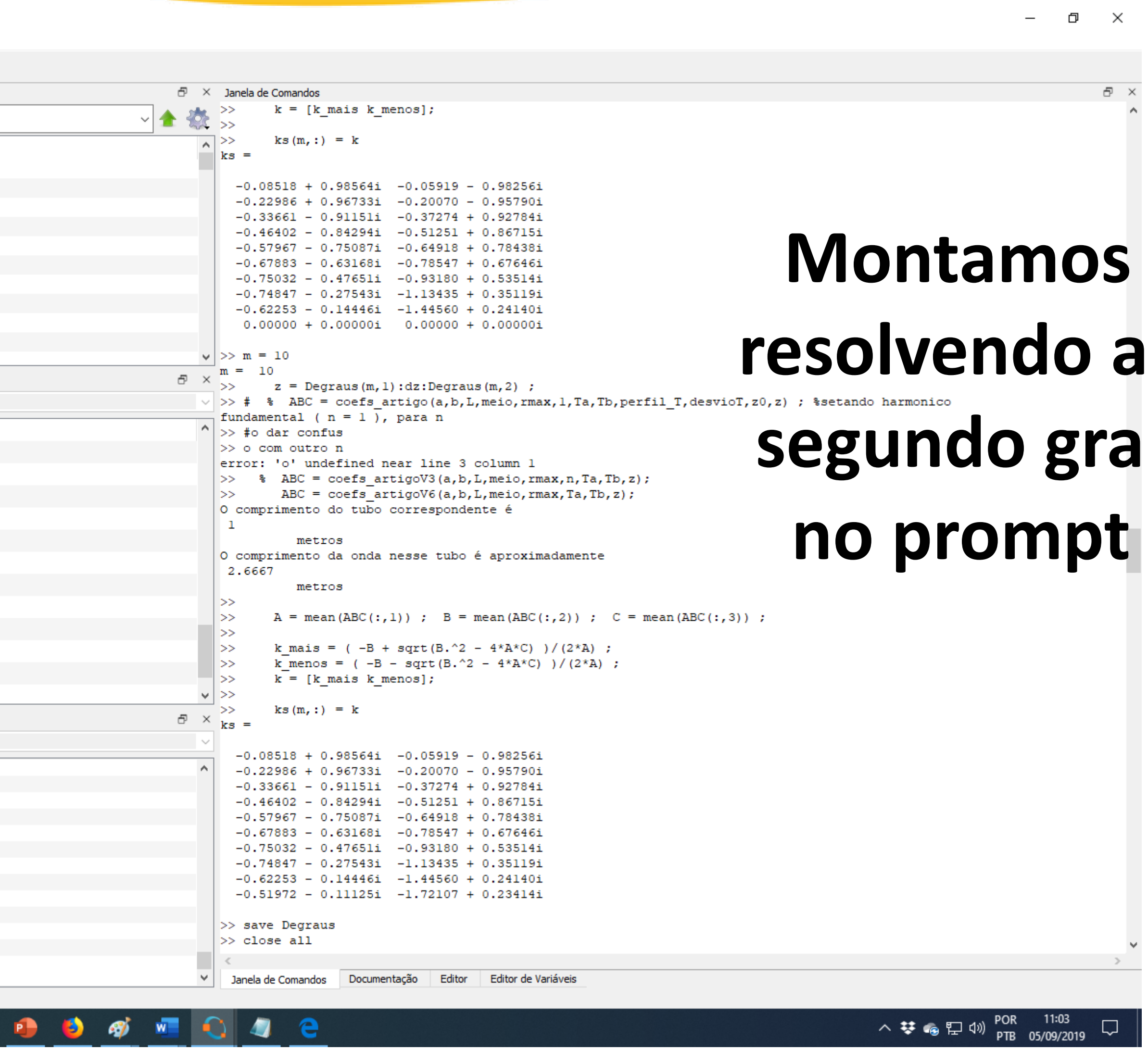
Tentando mais uma vez...



Como se fossem de um perfil de temperatura anterior.

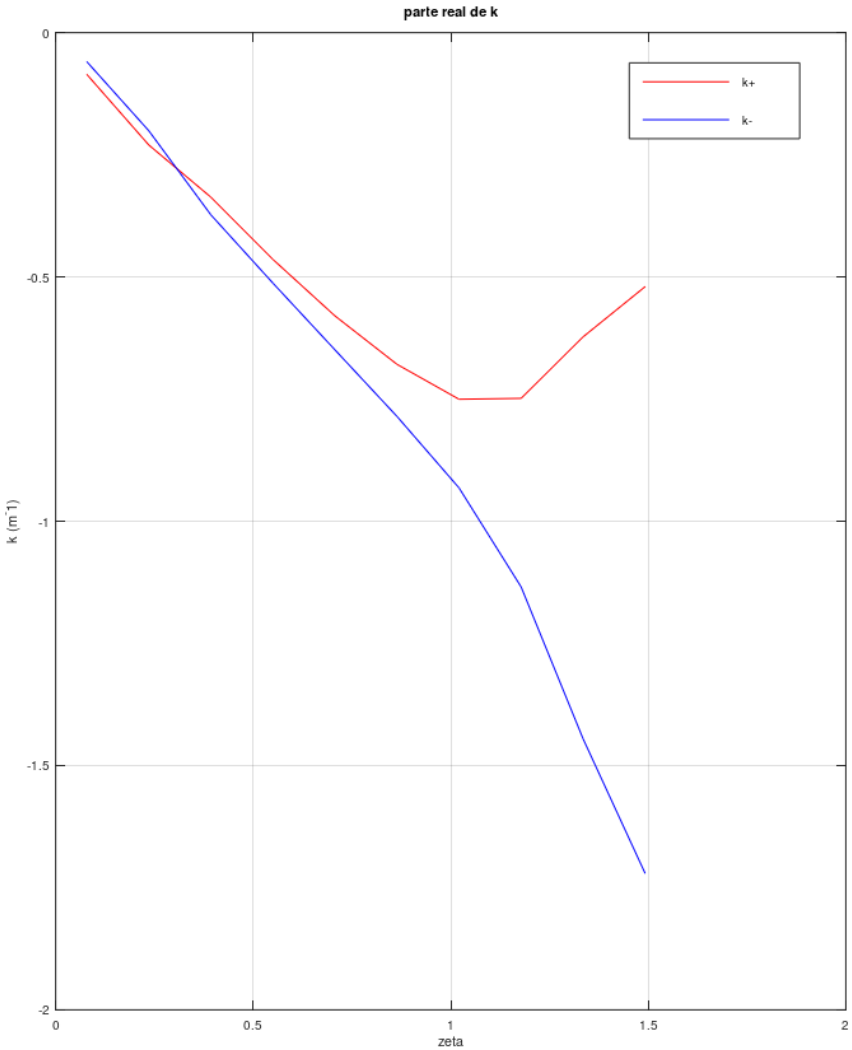
UFABC

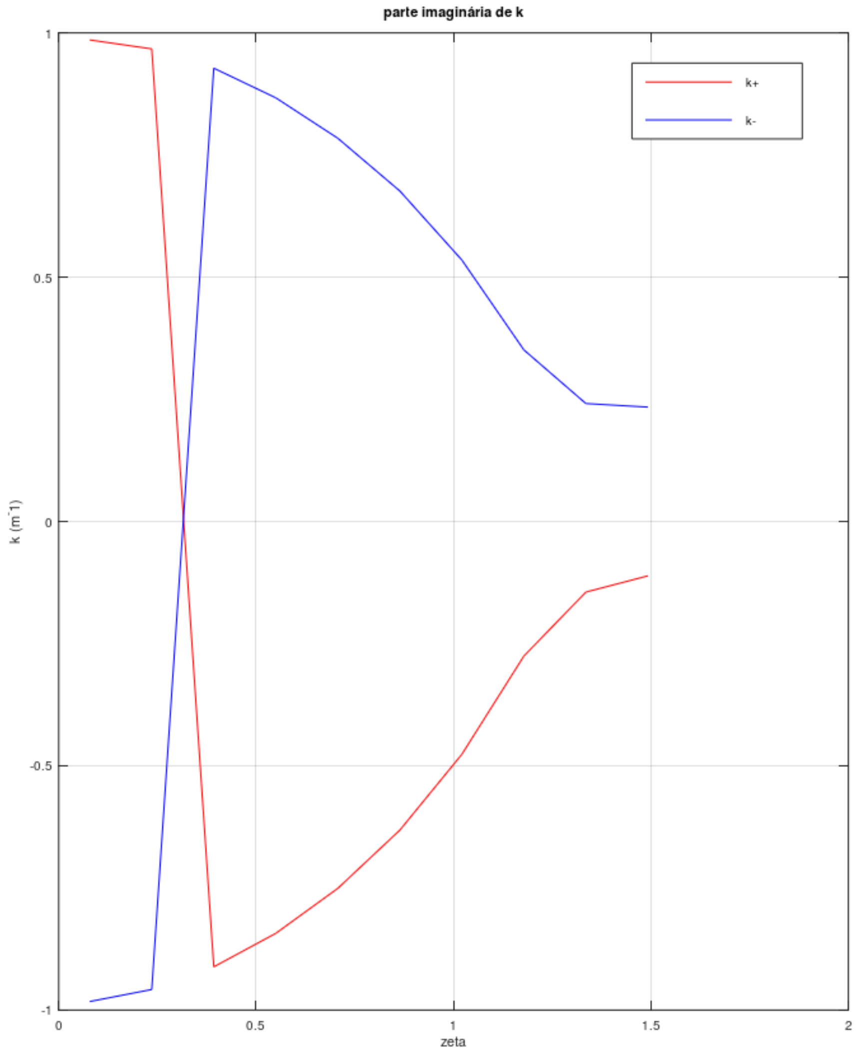
Tentando mais uma vez...



Montamos a lista dos ks resolvendo as equações de segundo grau uma a uma, no prompt de comando

Tentando mais uma vez...

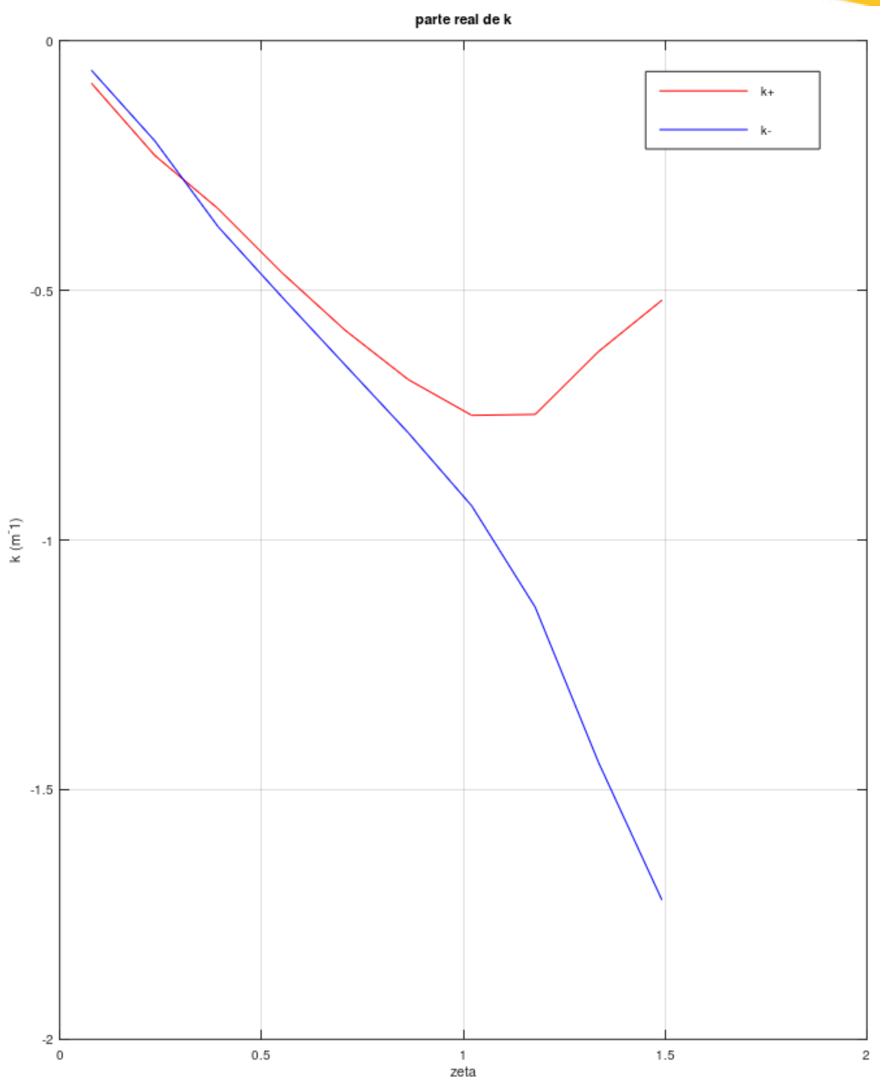




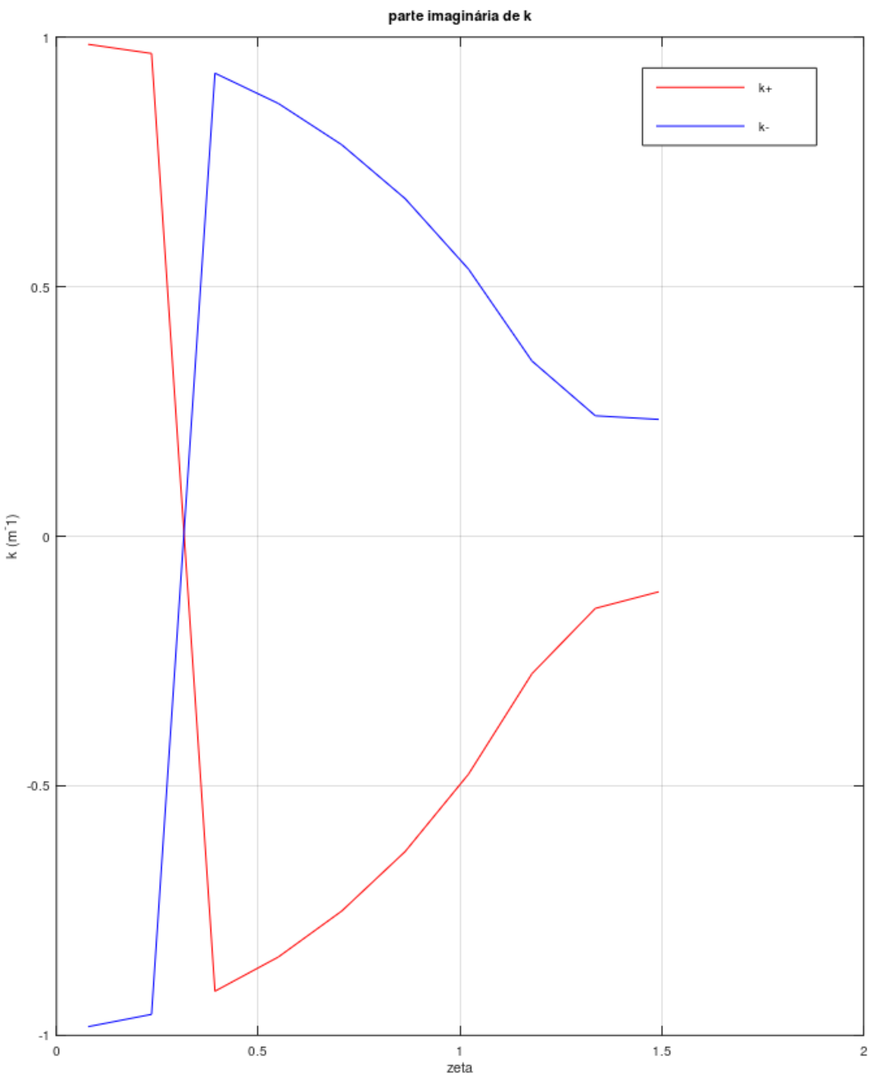
Tentando mais uma vez...

Vemos neste resultado:

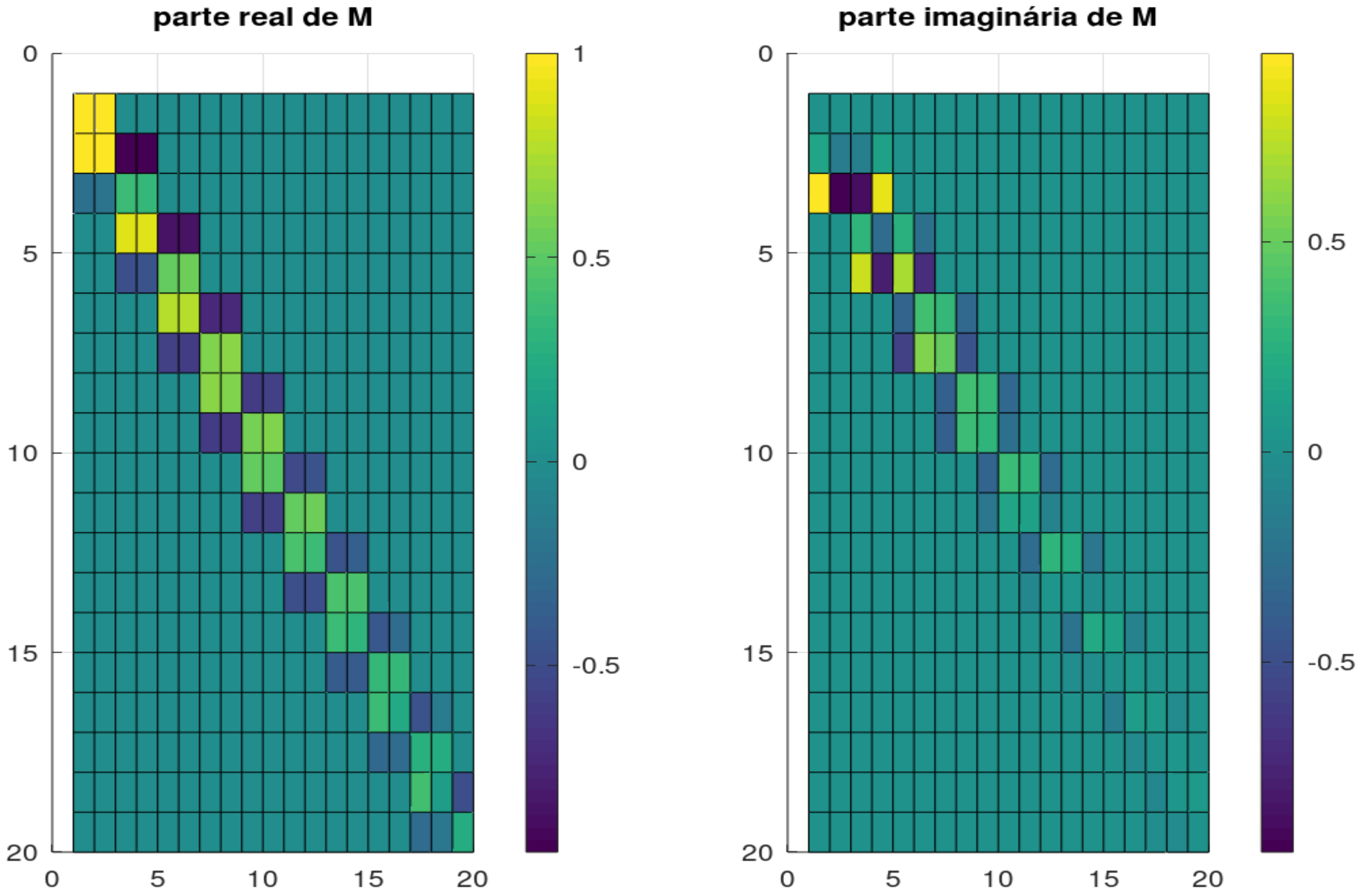
- A parte real é sempre negativa, como era de se esperar para um fenômeno com dispersão



Tentando mais uma vez...



- **A parte imaginária tem certa simetria, como era de se esperar para soluções com forma de função hiperbólica.**



Conseguimos gerar outra matriz M

Tentando mais uma vez...

Geramos as amplitudes

PLOTA_ARTIGOV5(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,N,n_,*B0*)

peff(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)

ResModelArtDiscreto(p0,L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)

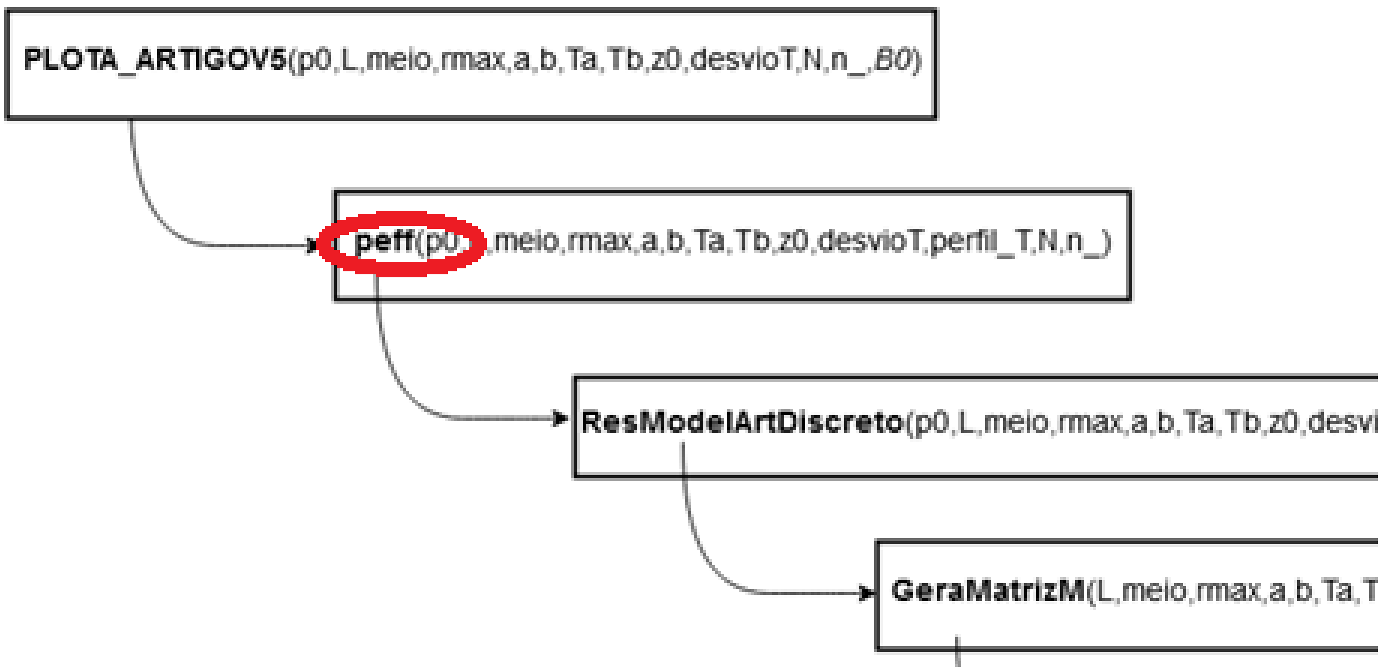
GeraMatrizM(L,meio,rmax,a,b,Ta,Tb,z0,desvioT,perfil_T,N,n_)

UFABC

```
amplitudes =

   0.012110 + 0.000929i
   0.012890 - 0.000929i
   0.012033 - 0.000774i
   0.012989 + 0.000776i
   0.013179 + 0.002341i
   0.011967 - 0.002332i
   0.013544 + 0.003739i
   0.011959 - 0.003720i
   0.014205 + 0.004918i
   0.012064 - 0.004897i
   0.015341 + 0.005749i
   0.012330 - 0.005771i
   0.017268 + 0.005851i
   0.012725 - 0.006036i
   0.020024 + 0.003180i
   0.013587 - 0.003807i
   0.017327 - 0.000958i
   0.021719 - 0.000708i
   0.014710 - 0.001239i
   0.032369 - 0.002683i
```

UFABC

Mas parece que ainda havia problema para compor a pressão

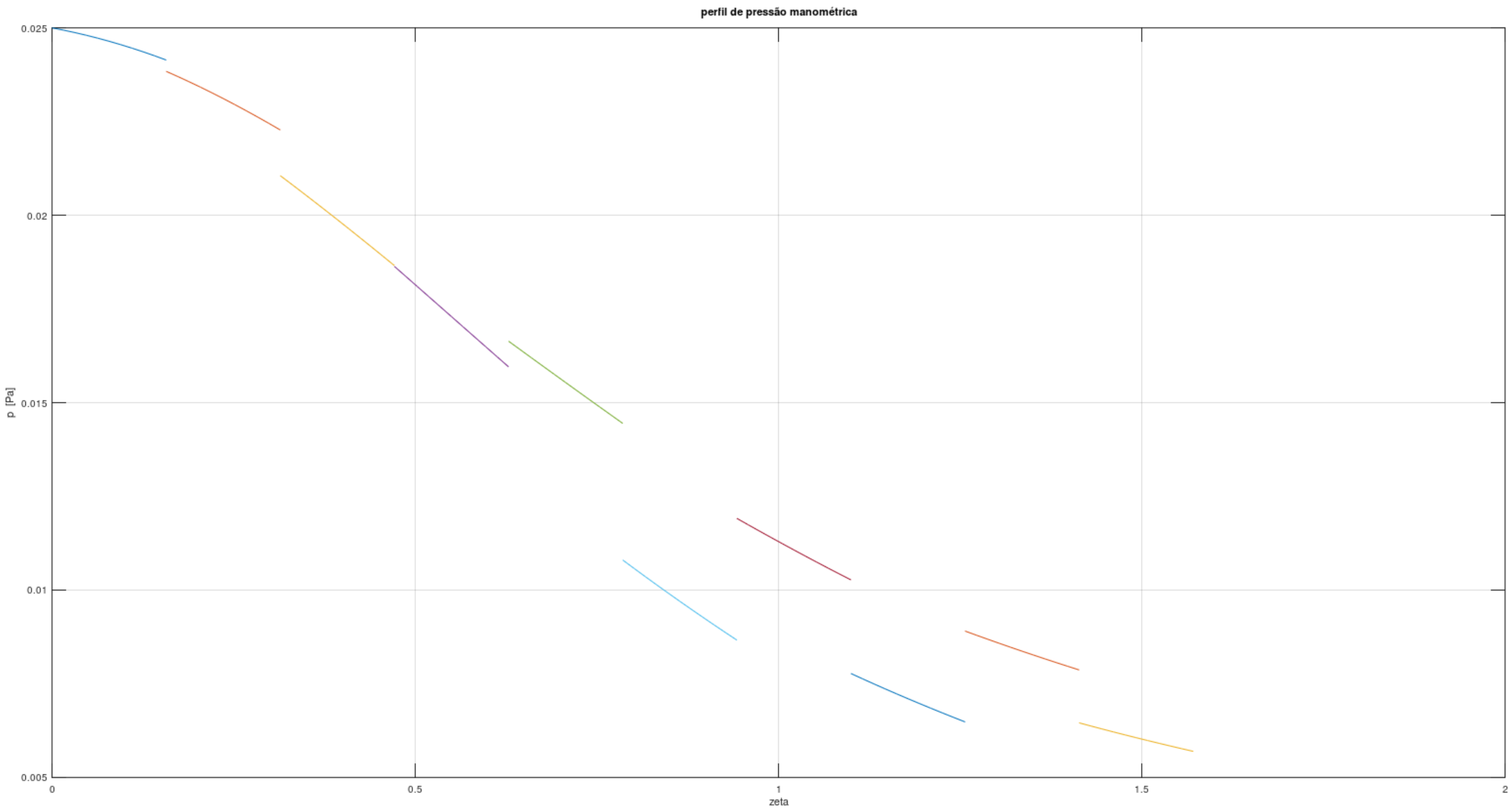


Tentando mais uma vez...

Refizemos o script para plotar p(z) por partes

```
for k = 1:N
  p = @(z) ( amplitudes(k).*exp( ks(k,1).*z ) + amplitudes(k+1).*exp( ks(k,2).*z )  );
  plot(zet,p(zet)); hold on;
  zet = zet + Dzet ;
  saida = horzcat(saida,p(zet));
end
```

UFABC


perfil de pressão manométrica
p [Pa]
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0.5
1
1.5
2
zeta