16. 时序逻辑电路

习题课

xgsun@fudan.edu.cn

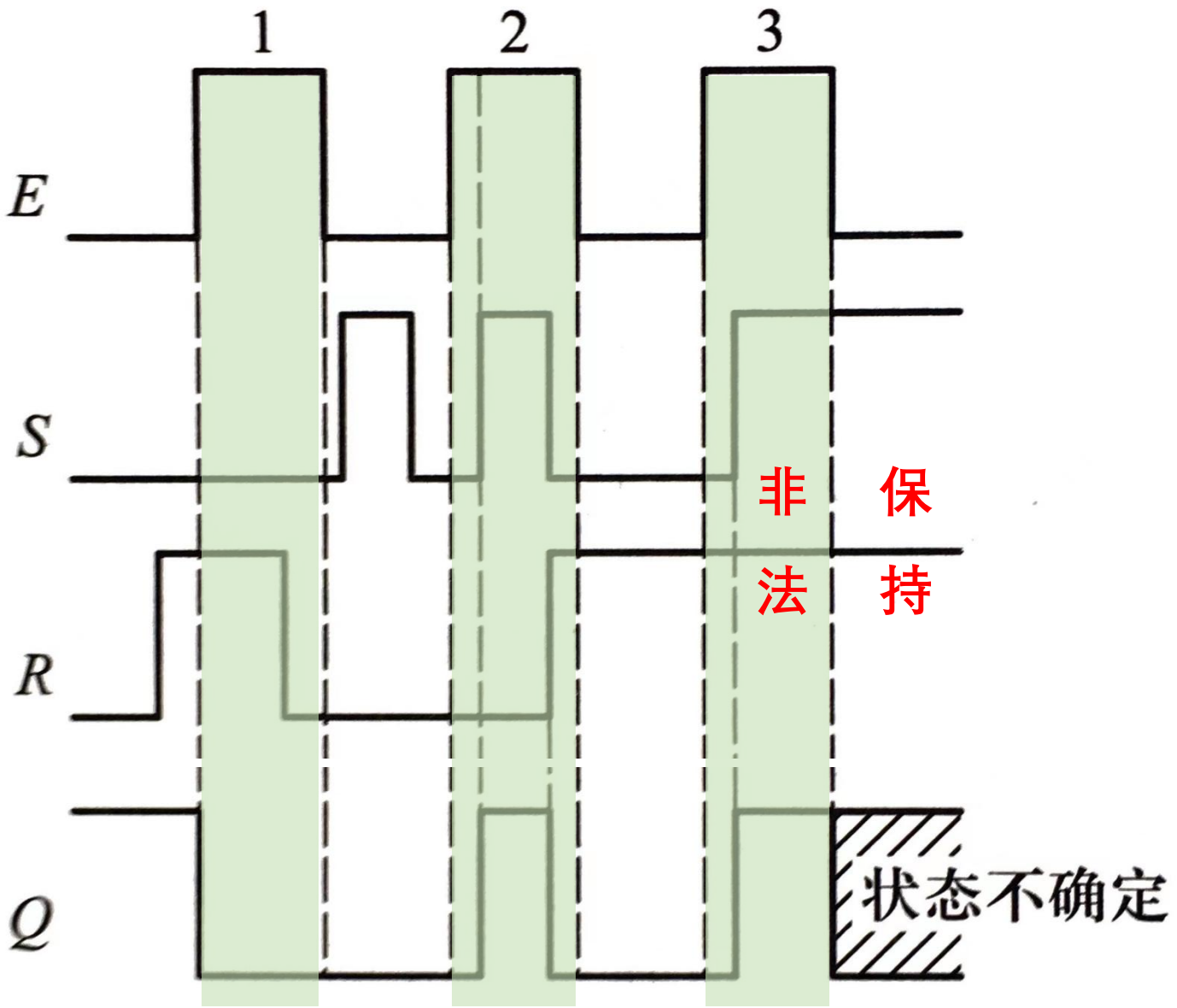
孙晓光

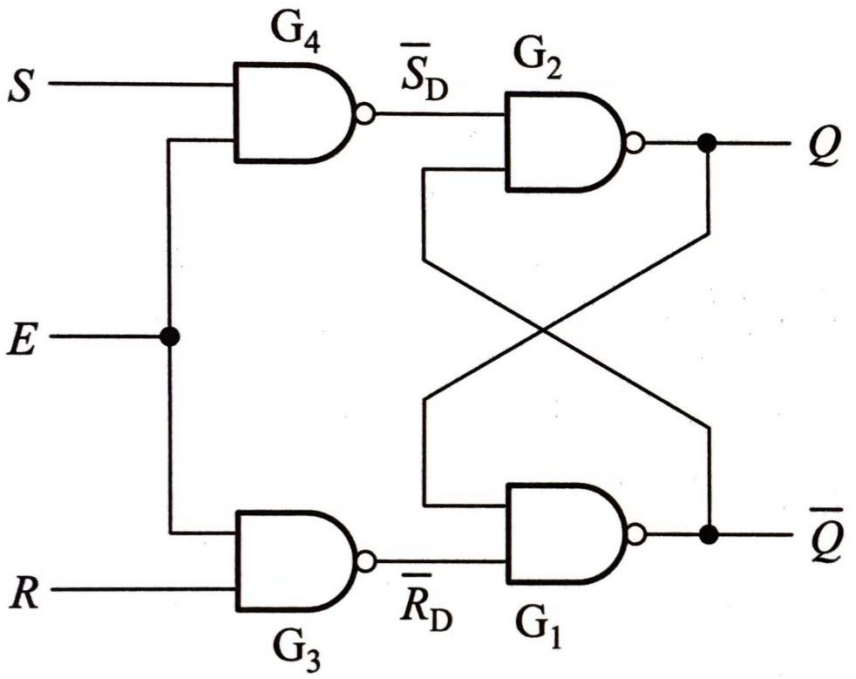
2022-12-29

1

锁存器、触发器

【例1】画出门控SR锁存器输出端Q的波形图

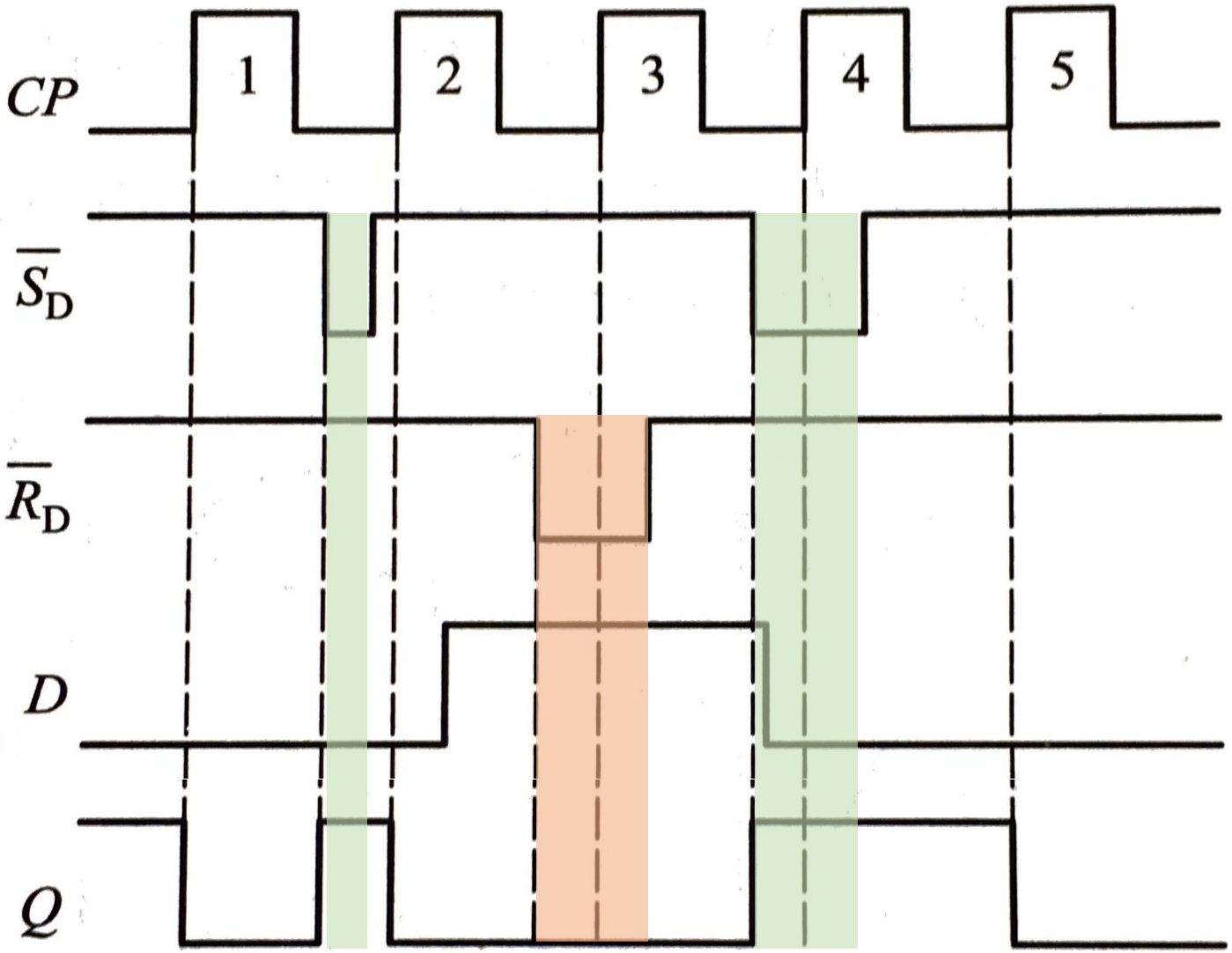


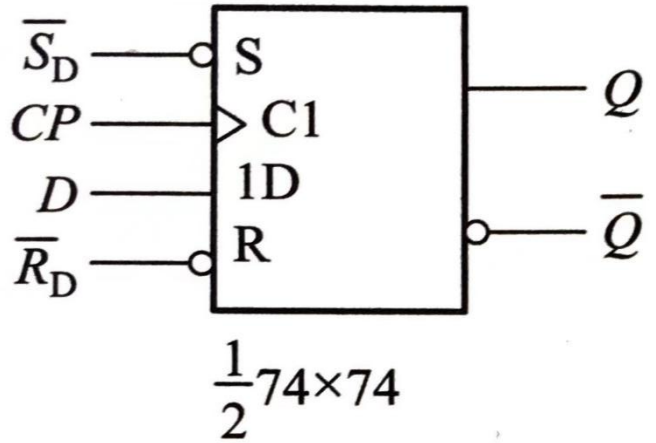


初态：$Q = 1$

解：

【例2】画出D触发器输出端Q波形图





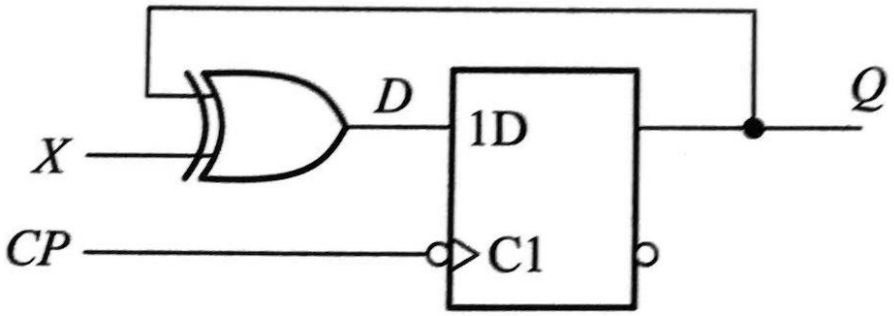
$\bar{S}_D$：异步置1

$\bar{R}_D$：异步置0

初态：$Q = 1$

解：

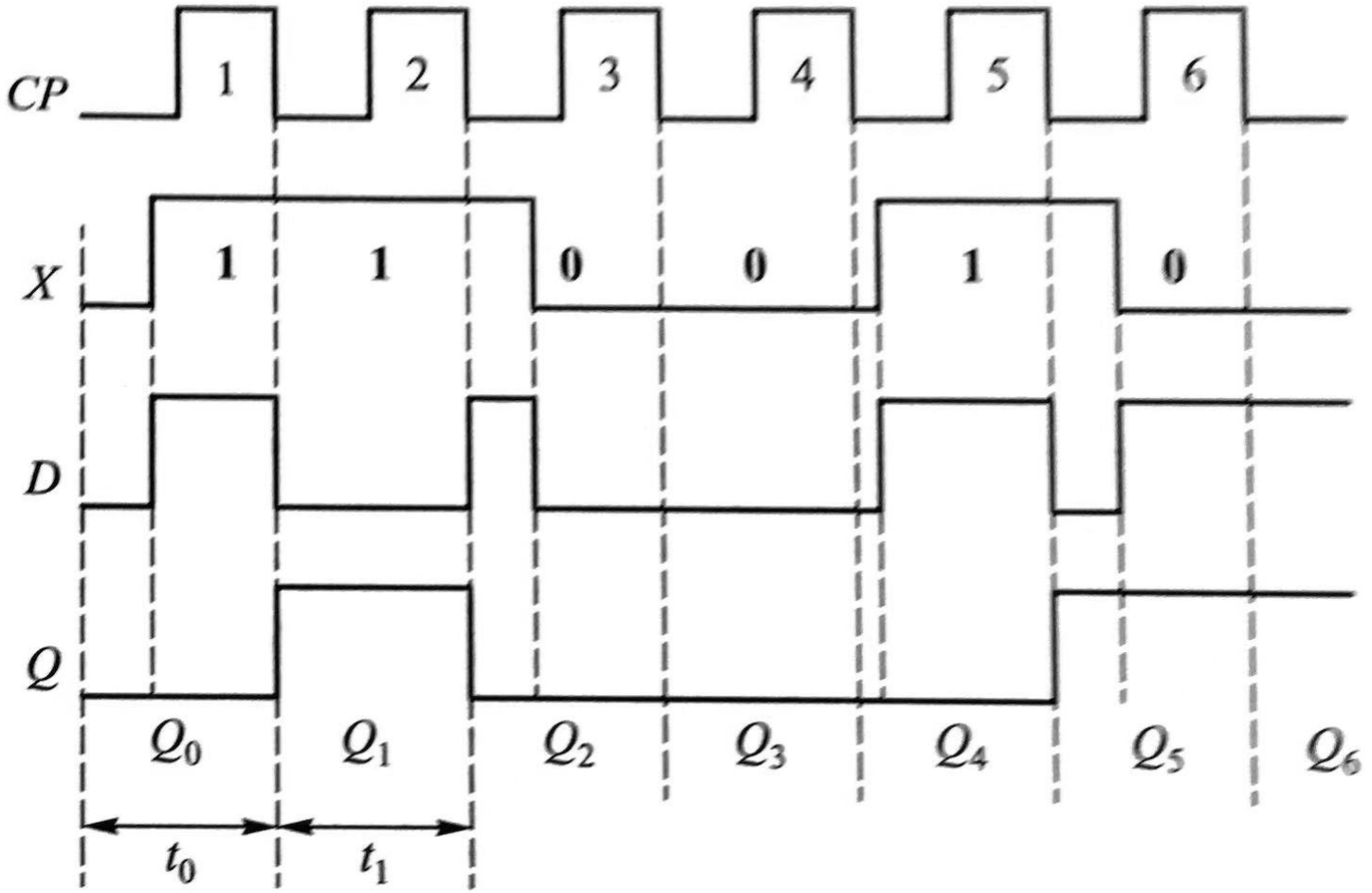
【例3】画出D触发器输入D、输出端Q波形图



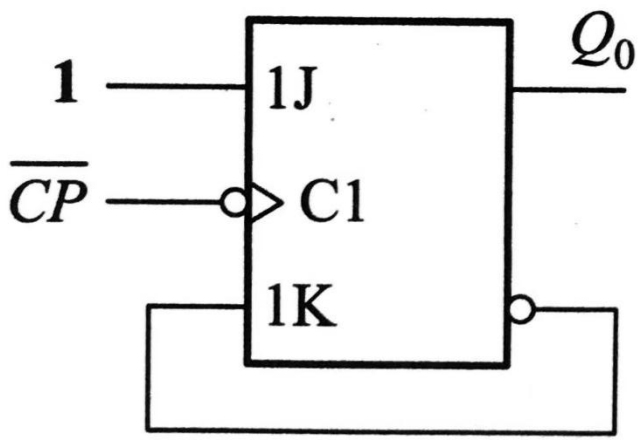
初态：$Q_0 = 0$

解：

$$Q^{n+1} = D$$

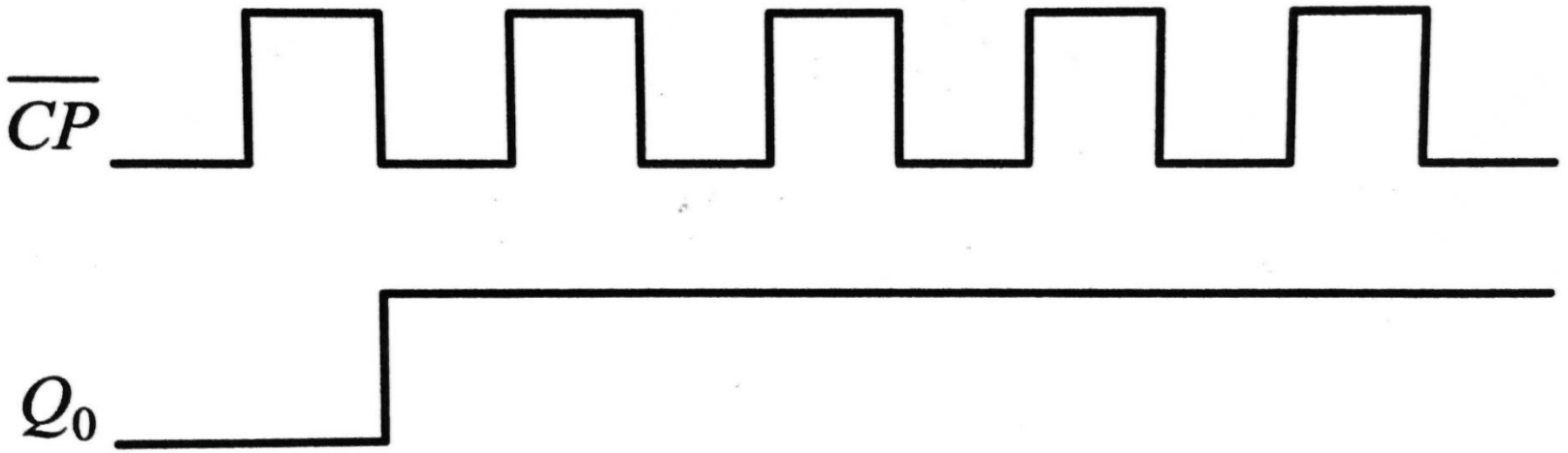


【例4】画出JK触发器输出端Q波形图



初态：$Q_0 = 0$

解：

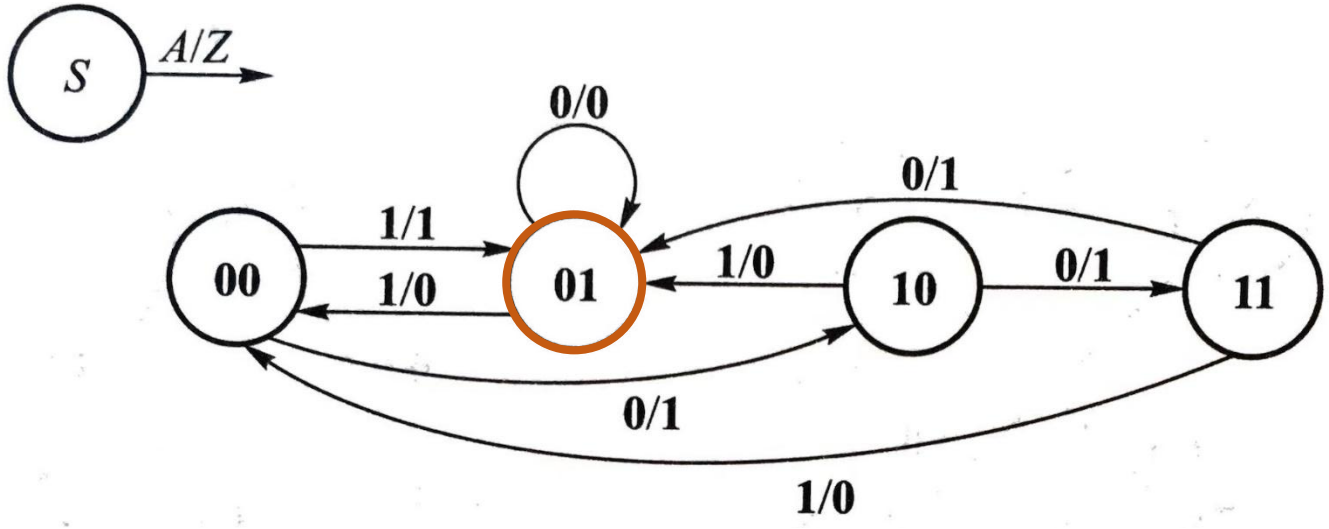


2

同步时序电路

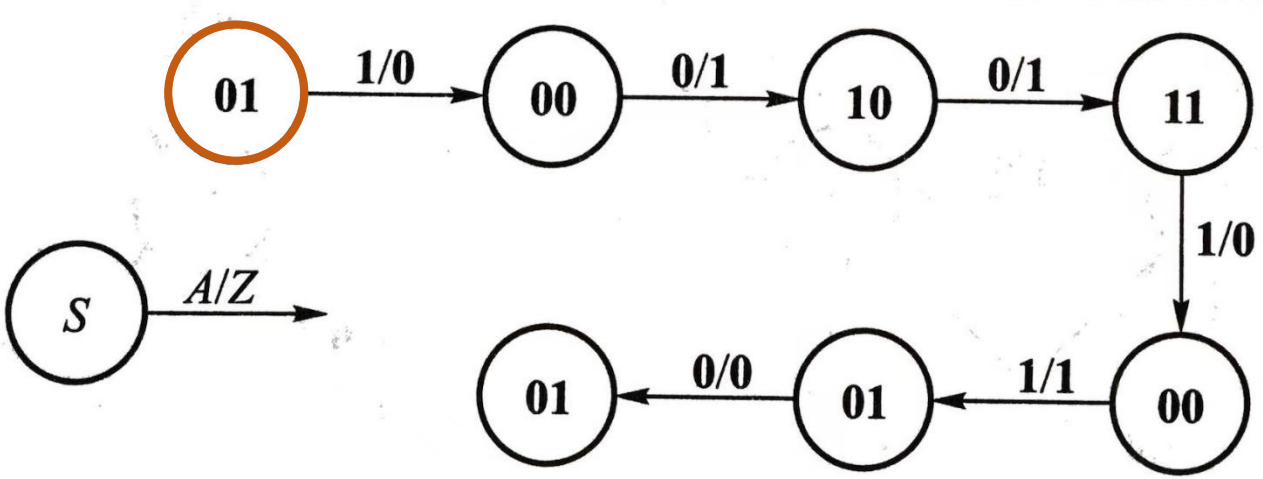
分析、设计

【例5】当A=100110从左至右输入，求输出Z序列？



初态：01

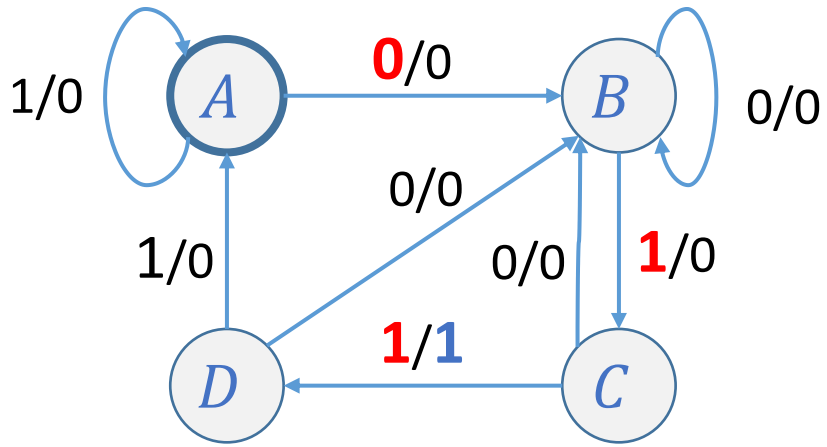
解：　电路状态改变入下图，对应的输出序列 $Z = \mathbf{011010}$



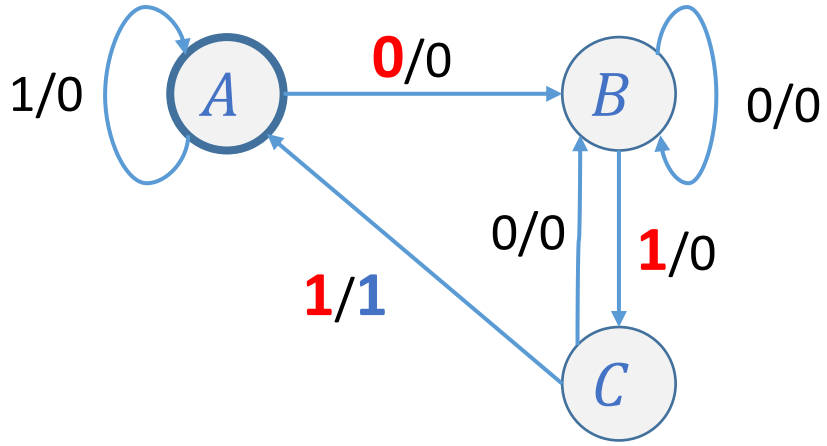
【例6】求011序列检测器的Mealy型状态图

序列检测器：一个串行输入端x，一个输出端Z，当检测到011时Z=1，否则Z=0.

解：



现态	次态/Z	
	$x=0$	$x=1$
A	$B/0$	$A/0$
B	$B/0$	$C/0$
C	$B/0$	$D/\mathbf{1}$
D	$B/0$	$A/0$



现态	次态/Z	
	$x=0$	$x=1$
A	$B/0$	$A/0$
B	$B/0$	$C/0$
C	$B/0$	$\boldsymbol{A/1}$

【例7】分析：同步时序电路

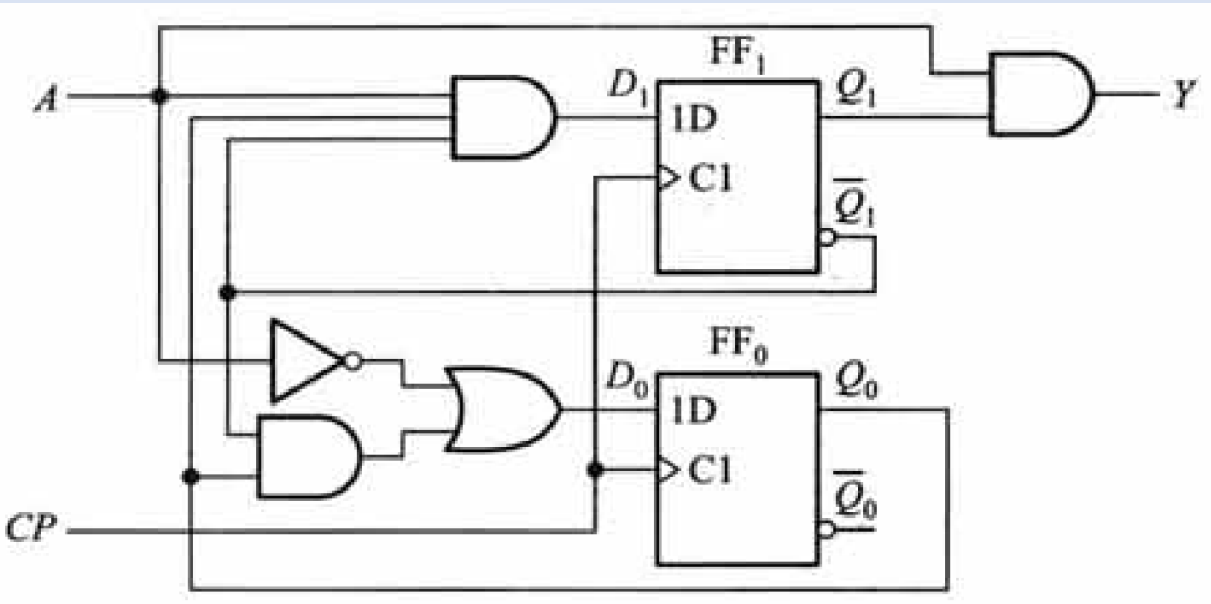
解： **输入**：A；**输出**：Y　　Mealy型

2个D触发器

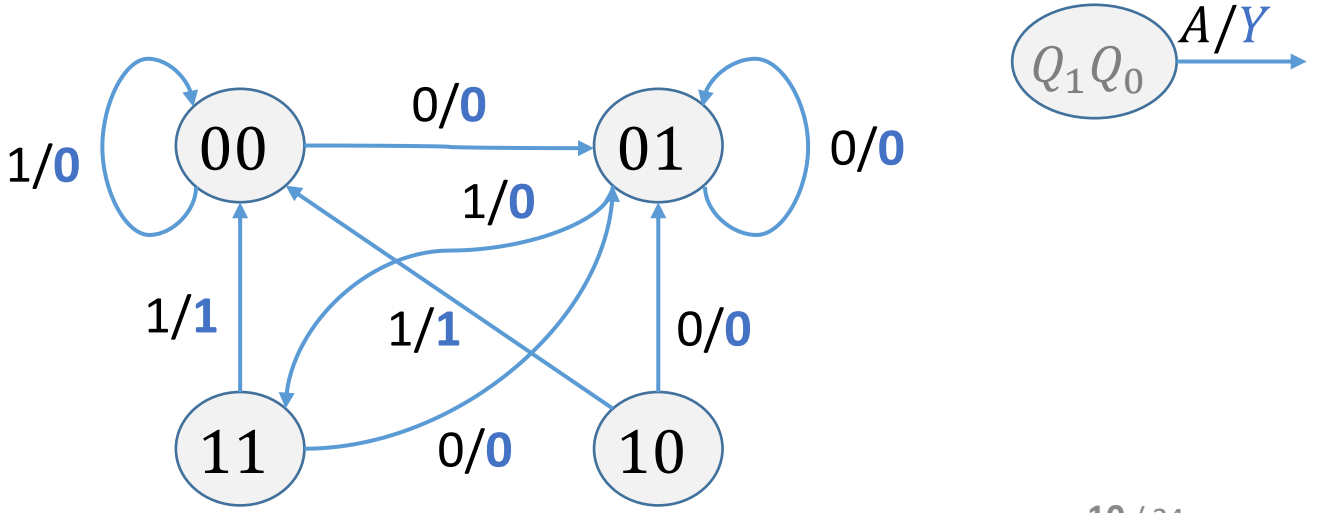
$$\boldsymbol{Q_1^*} = D_1 = A\bar{Q}_1 Q_0$$

$$\boldsymbol{Q_0^*} = D_0 = \bar{A} + \bar{Q}_1 Q_0$$

$$Y = AQ_1$$



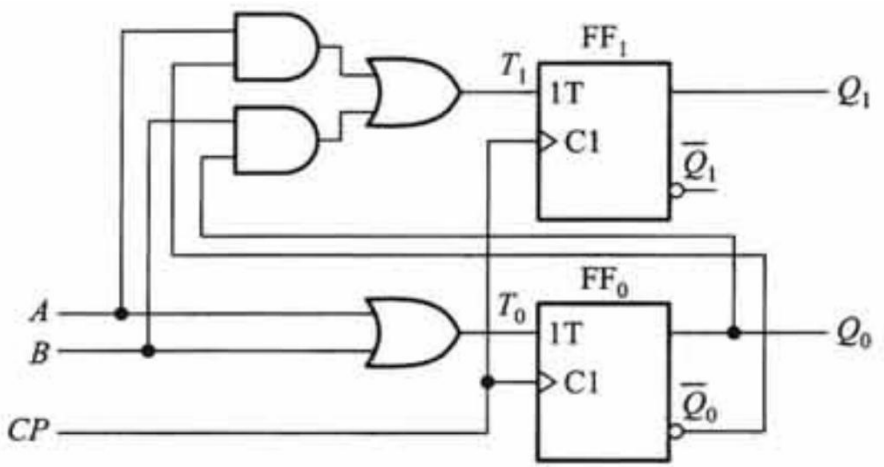
Q_1Q_0	$\boldsymbol{Q_1^*Q_0^*}$ /$\boldsymbol{Y}$	
	$A=0$	$A=1$
00	**01/0**	**00/0**
01	**01/0**	**11/0**
10	**01/0**	**00/1**
11	**01/0**	**00/1**



【例8】用T触发器设计同步2位二进制计数器

输入AB	功能
0 0	保持
0 1	递增计数
1 0	递减计数
1 1	求反

解：**输入**：AB；**输出**：触发器状态Q_1, Q_0



Q_1Q_0 / AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1			1

$$T_1 = A\bar{Q}_0 + BQ_0$$

Q_1Q_0 / AB	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$T_0 = A + B$$

AB	Q_1Q_0	$Q_1^*Q_0^*$	T_1T_0
0 0	0 0	0 0	0 0
0 0	0 1	0 1	0 0
0 0	1 0	1 0	0 0
0 0	1 1	1 1	0 0
0 1	0 0	0 1	0 1
0 1	0 1	1 0	1 1
0 1	1 0	1 1	0 1
0 1	1 1	0 0	1 1
1 0	0 0	1 1	1 1
1 0	0 1	0 0	0 1
1 0	1 0	0 1	1 1
1 0	1 1	1 0	0 1
1 1	0 0	1 1	1 1
1 1	0 1	1 0	1 1
1 1	1 0	0 1	1 1
1 1	1 1	0 0	1 1

【例9】设计：投币自动饮料售货机

假设：只出售一种饮料，1.5元/瓶。只允许投入1元、5角硬币。

当投入1.5元后，送出一瓶饮料；

当投入2.0元后，送出一瓶饮料，退还5角硬币找零。

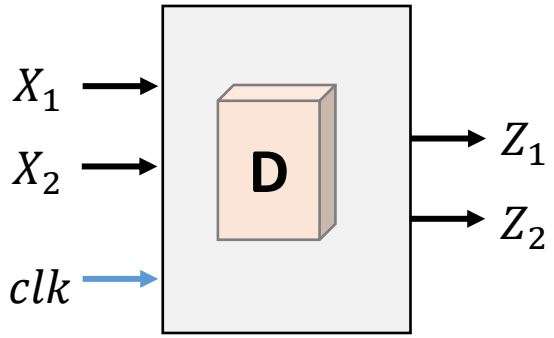
解：用Mealy同步状态机

① **输入**：投币0元、5角、1元对应$X_1X_2=00$、$X_1X_2=01$、$X_1X_2=10$

② **输出**：饮料、5角找零。

$Z_1=1$：输出饮料，$Z_2=1$：输出5角硬币

所有输出：$Z_1Z_2=00$、$Z_1Z_2=10$、$Z_1Z_2=11$



③ **系统状态**：记忆已经投入的硬币总额。

∵ 最小单位是5角，Mealy的输出由当前状态+当前输入共同作用，

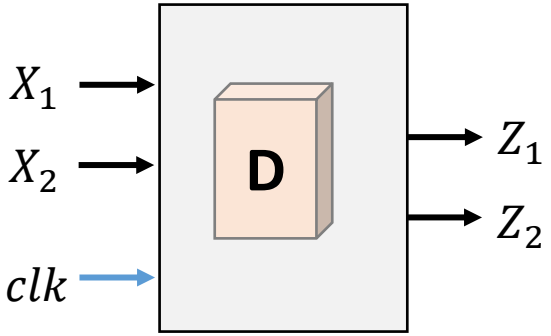
∴ 需要记忆的金额最多为1元，即 0元、5角、1元，三种状态 $S_0S_1S_2$

【例9】设计：投币自动饮料售货机 -2

投币0元：$X_1X_2 = 00$

投币5角：$X_1X_2 = 01$

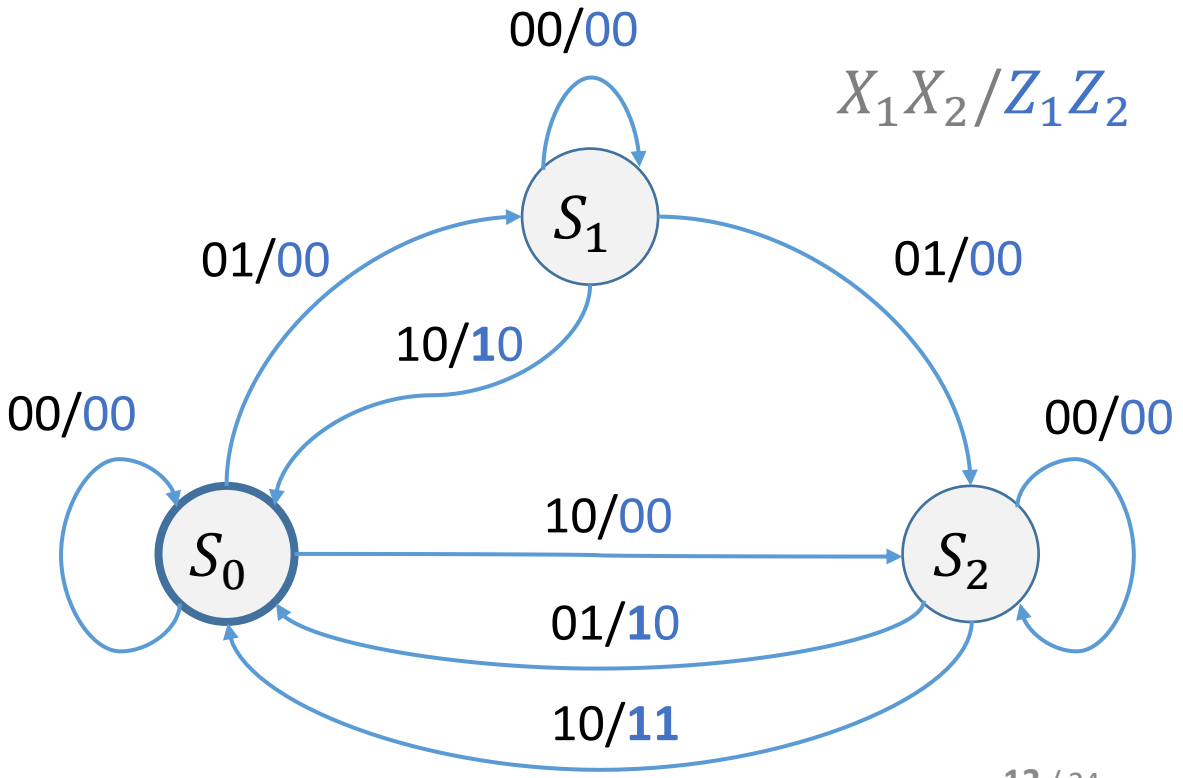
投币1元：$X_1X_2 = 10$



$Z_1 = 1$：输出饮料

$Z_2 = 1$：输出5角硬币

	现态	次态/Z_1Z_2		
		$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 10$
0元	S_0	S_0/00	S_1/00	S_2/00
5角	S_1	S_1/00	S_2/00	S_0/10
1元	S_2	S_2/00	S_0/10	S_0/11



【例9】设计：投币自动饮料售货机 -3

现态	次态 $/Z_1Z_2$		
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=10$
S_0	$S_0/00$	$S_1/00$	$S_2/00$
S_1	$S_1/00$	$S_2/00$	$S_0/\mathbf{10}$
S_2	$S_2/00$	$S_0/\mathbf{10}$	$S_0/\mathbf{11}$

Q_1Q_2	$Q_1^*Q_2^*/Z_1Z_2$			
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=11$	$X_1X_2=10$
00	00/00	01/00	dd/dd	11/00
01	01/00	11/00	dd/dd	00/**10**
11	11/00	00/**10**	dd/dd	00/**11**
10	dd/dd	dd/dd	dd/dd	dd/dd

D触发器

D_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	1
01		1	d	
11	1		d	
10	d	d	d	d

$$D_1 = Q_1\bar{X}_1\bar{X}_2 + \bar{Q}_1Q_2X_2 + \bar{Q}_2X_1$$

D_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00		1	d	1
01	1	1	d	
11	1		d	
10	d	d	d	d

$$D_2 = Q_2\bar{X}_1\bar{X}_2 + \bar{Q}_1X_2 + \bar{Q}_2X_1$$

Z_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			d	1
11		1	d	1
10	d	d	d	d

$$Z_1 = Q_1X_2 + Q_2X_1$$

Z_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			d	
11			d	1
10	d	d	d	d

$$Z_2 = Q_1X_1$$

【例9】设计：投币自动饮料售货机 -4

Q_1Q_2	$Q_1^*Q_2^*/Z_1Z_2$			
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=11$	$X_1X_2=10$
00	00/00	01/00	**11**/dd	11/00
01	01/00	11/00	**11**/**1**d	00/**10**
11	11/00	00/**10**	dd/**11**	00/**11**
10	**1**d/dd	dd/**1**d	**11**/**11**	**11**/d**1**

D_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	
11	1		d	
10	1	d	1	1

$$D_1 = Q_1\bar{X}_1\bar{X}_2 + \bar{Q}_1Q_2X_2 + \bar{Q}_2X_1$$

D_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00		1	1	1
01	1	1	1	
11	1		d	
10	d	d	1	1

$$D_2 = Q_2\bar{X}_1\bar{X}_2 + \bar{Q}_1X_2 + \bar{Q}_2X_1$$

Z_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			1	1
11		1	1	1
10	d	1	1	d

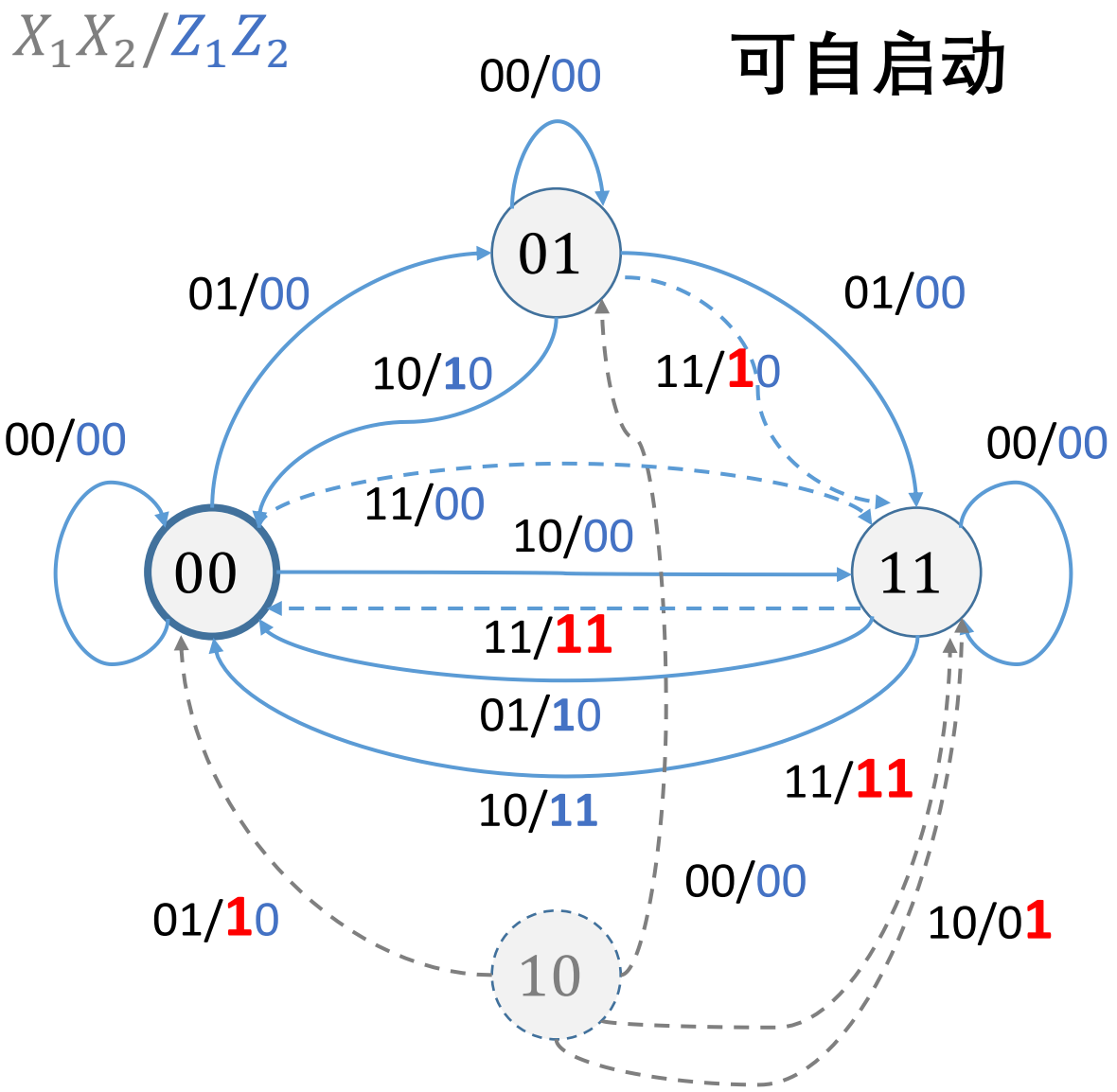
$$Z_1 = Q_1X_2 + Q_2X_1$$

Z_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			d	
11			1	1
10	d	d	1	1

$$Z_2 = Q_1X_1$$

【例9】设计：投币自动饮料售货机 -5



Q_1Q_2	$Q_1^*Q_2^*/Z_1Z_2$			
	$X_1X_2=00$	$X_1X_2=01$	$X_1X_2=11$	$X_1X_2=10$
00	00/00	01/00	**11/00**	11/00
01	01/00	11/00	**11/10**	00/**10**
11	11/00	00/**10**	**00/11**	00/**11**
10	**10/00**	**00/10**	**11/11**	**11/01**

Z_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			d	1
11		1	d	1
10	d	d	d	d

Z_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00			d	
01			d	
11			d	1
10	d	d	d	d

$$Z_1 = Q_1Q_2\bar{X}_1X_2 + Q_2X_1\bar{X}_2$$

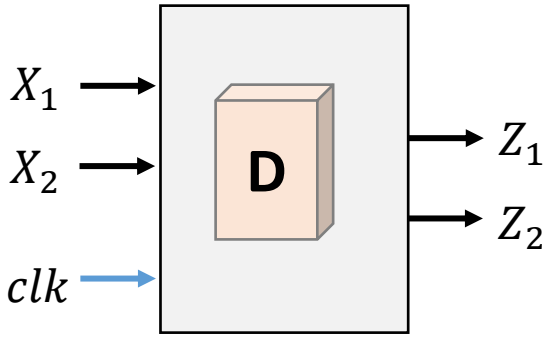
$$Z_2 = Q_1Q_2X_1\bar{X}_2$$

【例9】设计：投币自动饮料售货机 -6

投币0元：$X_1X_2 = 00$

投币5角：$X_1X_2 = 01$

投币1元：$X_1X_2 = 10$

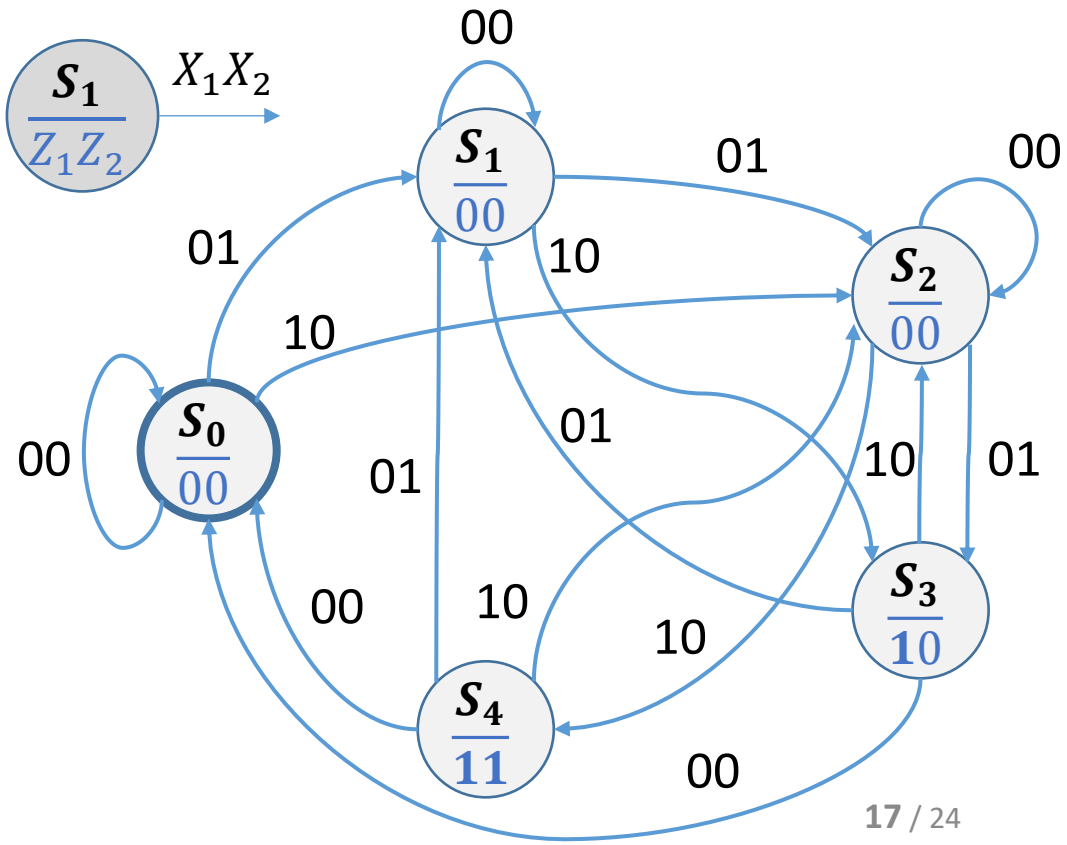


$Z_1 = 1$：输出饮料

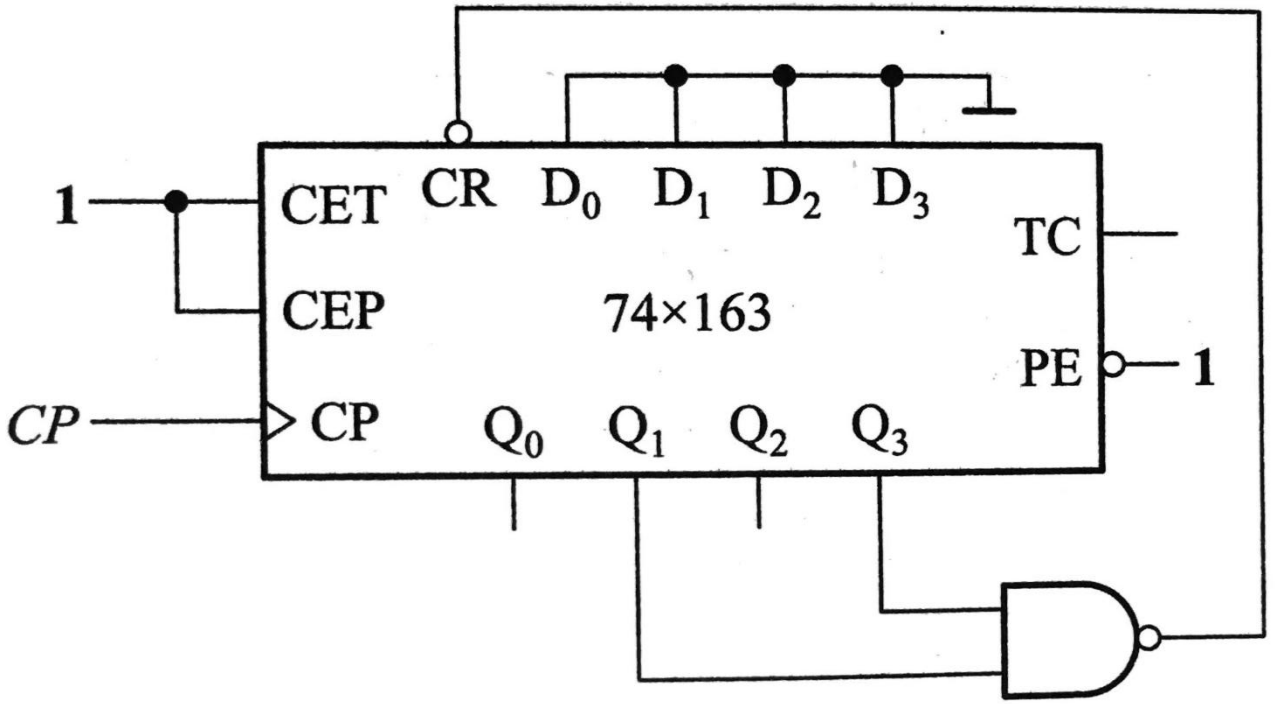
$Z_2 = 1$：输出5角硬币

解：用**Moore**型：输出仅与状态有关!

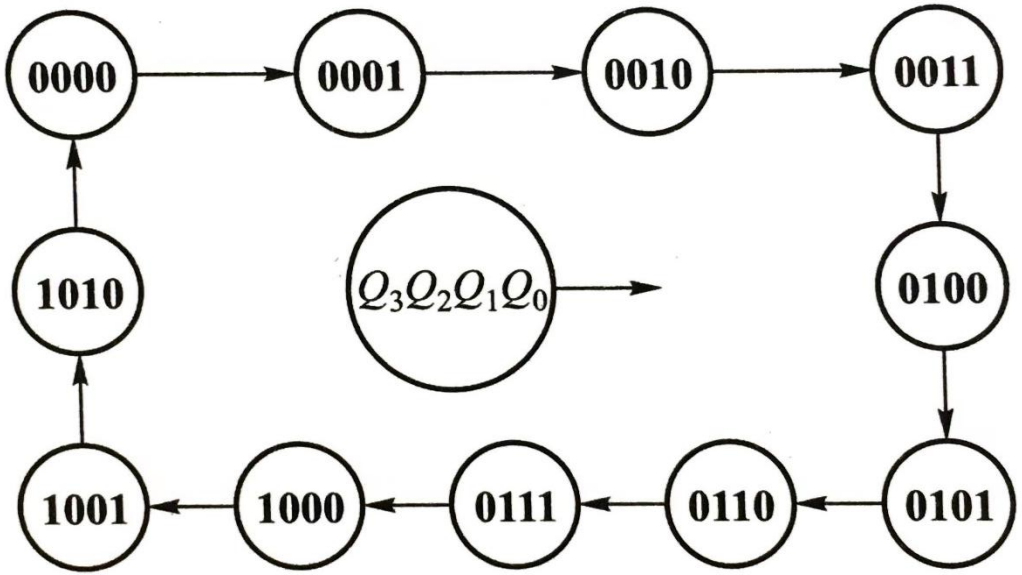
	现态	次态 $X_1X_2=00$	次态 $X_1X_2=01$	次态 $X_1X_2=10$	输出 Z_1Z_2
0元	S_0	S_0	S_1	S_2	00
5角	S_1	S_1	S_2	S_3	00
1元	S_2	S_2	S_3	S_4	00
1.5元	S_3	$\boldsymbol{S_0}$	S_1	S_2	10
2元	S_4	$\boldsymbol{S_0}$	S_1	S_2	11



【例10】画出状态转换图，并确定它的模



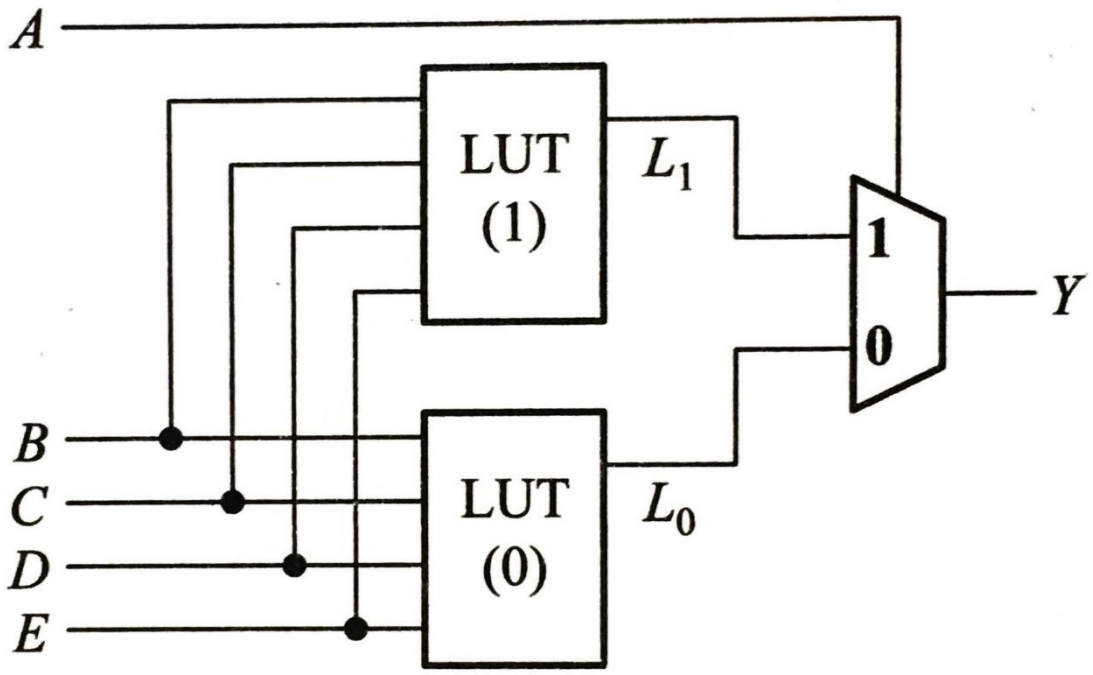
解： 163为同步清0，模11递增计数器



3

存储器

【例11】写出FPGA输出Y的逻辑函数



B C D E	L_1L_0
0 0 0 0	**0 0**
0 0 0 1	**0 0**
0 0 1 0	**0 0**
0 0 1 1	**0 0**
0 1 0 0	**0 1**
0 1 0 1	**1 1**
0 1 1 0	**0 1**
0 1 1 1	**1 1**
1 0 0 0	**1 1**
1 0 0 1	**0 1**
1 0 1 0	**1 1**
1 0 1 1	**0 1**
1 1 0 0	**1 1**
1 1 0 1	**1 1**
1 1 1 0	**1 1**
1 1 1 1	**1 1**

解：

$$L_1 = B\bar{E} + CE$$

$$L_0 = B + C$$

$$Y = \boldsymbol{A}L_1 + \bar{\boldsymbol{A}}L_0 = A(B\bar{E} + CE) + \bar{A}(B + C)$$

【作业1】有多少**存储元**，至少要几根地址线、数据线？

- $64K \times 1$

  解：存储元=64K*1=64K个

  地址线：16根　　$2^{16} = 64K$

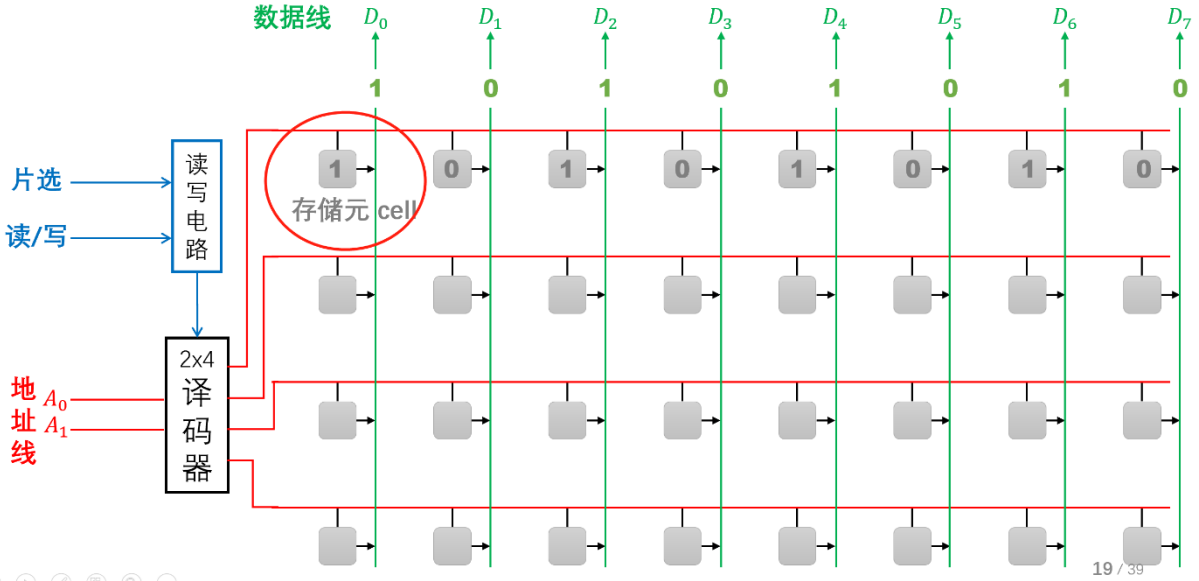
  数据线：1根

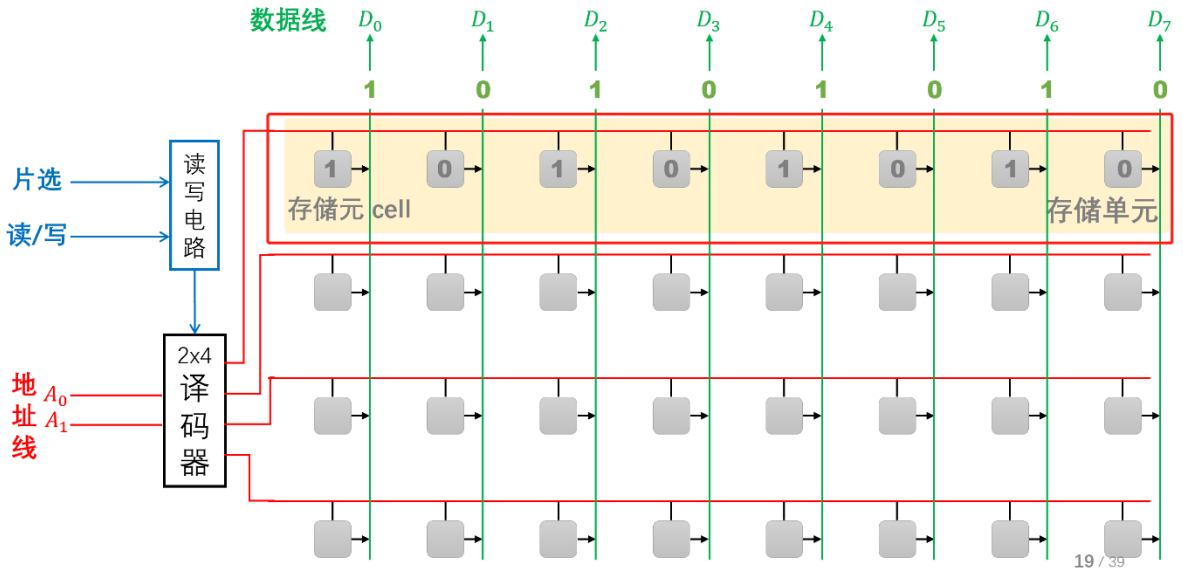
- $256K \times 4$

  解：存储元=256K*4=1M个

  地址线：18根　　$2^{18} = 256K$

  数据线：4根



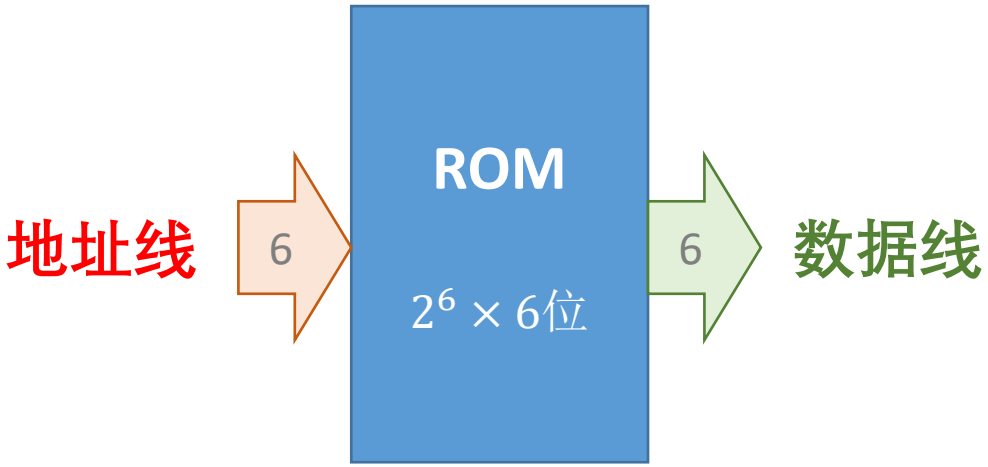


【作业2】用ROM实现两个3位二进制数乘法

解：两个3位二进制数相乘，共有6位输入，即地址线需要6根；

两个3位二进制数相乘最大值=49 $(11\_0001)_2$，共有6位输出，即数据线要6根。

所以，ROM的容量：$2^6 \times 6$位。



【作业3】DRAM 刷新

一个有 4096 位的 DRAM，如果存储矩阵为 64×64 结构形式，且每个存储单元刷新时间为 100ns，则存储单元全部刷新一遍最快需要多长时间？如果刷新每行的最长间隔时间为 15.6 μs，则该 DRAM 的刷新周期最长为多少？刷新操作所用时间占刷新周期的百分比是多少？

解：一次刷新一行，刷新全部(**刷新时间**)需要：

$$64\ rows\ \times 100\ ns = 6{,}400\ ns = 6.4\ \mu s$$

全部64行刷新(**刷新周期**)需要：

$$64\ rows\ \times 15.6\mu s = 998.4\ \mu s \approx 1\ ms$$

刷新时间占**刷新周期**的百分比：

$$\frac{6.4\ \mu s}{1\ ms} = 0.64\%$$

【作业4】SRAM 8K×8位 → 16K×16位