

# 2023年 复旦大学姬算妓科学与技术学院《数据结构》期末试题 (A卷)

整理: Gary Agasa

## 一、填空题

1. 规定数组下标起点为 0, 一个 10 阶方阵 A 是对称方阵, 按行优先方式仅保存其上三角到一维数组 B 中, 则 B[50] 在 A 中的数组下标为 。
2. 用数组  $q[m..n]$  表示的顺序存储队列, 用  $front$  表示队头指针, 用  $rear$  表示队尾指针, 在一个新元素要入队之前, 如果表达式  $(rear==n) \&& (front!=m-1)$  的值为 true, 就可以确定队列将发生假溢出, 这时队列中的元素个数为 。
3. 给定结点数为  $n$ , 高度为  $h = \log_2(n + 1) - 1$  的满二叉树, 如果从 0 开始按中序遍历顺序对结点编号, 则树根的左孩子编号用  $h$  表示为 。
4. 如果二叉树中结点  $n$  的左右孩子都非空, 则  $n$  的中序后继  $p$  的  孩子一定为空。
5. 规定根结点高度为 0, 如果插入新结点后, 一棵 AVL 树的高度为 2, 并且由于右子树为空导致不平衡, 需要进行左右双旋, 旋转后该 AVL 树的根结点的平衡因子值为 。
6.  $n$  个结点  $e$  条边的无向图用邻接表表示时, 空间复杂度是 。
7. Kruskal 算法为能快速确定是否加入一条边, 一般会采用称为  的数据结构。
8. 在  $n$  个数中用堆排序选择最小的  $k$  个数 ( $k < n$ ), 时间性能最好的算法时间复杂度可达到 。
9. 冒泡排序法、快速排序法、堆排序法和二路归并排序法四种排序法中, 要求辅助空间最多的方法是 。

## 二、选择题

1.  $n$  个结点的链表, 每个结点中保存一个整数值。如果设计一个算法  $g$  根据给定的一个整数  $p$  整理链表, 使得所有保存的值小于  $p$  的结点在新链表的左边, 等于  $p$  的结点在中间, 大于  $p$  的结点在链表的右边。例如, 初始链表为  $[8 \rightarrow 2 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 18]$ , 给定整数 3, 整理后的链表为  $[2 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 18 \rightarrow 8]$ 。限制  $g$  的空间复杂度为  $O(1)$ , 则最优的时间复杂度可以达到:

- A.  $O(n^2)$
- B.  $O(n \log_2 n)$
- C.  $O(n)$
- D.  $O(1)$

2. 如果  $T$  是一棵有  $n$  个结点的  $k$  叉树，其中  $n \geq 1$ ，则树上共有  $n * (k - 1) + 1$  个空指针。如果用孩子兄弟链法把这棵树改为二叉树表示，则空指针个数为：

- A.  $n * (k - 1) + 1$
- B.  $n * (k - 1)$
- C.  $n + 1$
- D.  $2^n$

3. 根据输入的  $n$  个数据构造一棵 AVL 树的时间复杂度是：

- A.  $O(n)$
- B.  $O(n \log_2 n)$
- C.  $O(n^2)$
- D.  $O(n + \log_2 n)$

4. 修改递归方式实现的图深度优先搜索算法，将输出（访问）顶点信息的语句移到退出递归前（即执行输出语句后立刻退出递归）。采用修改后的算法遍历有向无环图  $G$ ，若输出结果中包含的全部顶点，则输出的顶点序列是  $G$  的：

- A. 拓扑有序序列
- B. 逆拓扑有序序列
- C. 深度优先搜索序列
- D. 广度优先搜索序列

5. 希尔排序利用了 \_\_\_\_\_ 在短序列和接近有序序列上性能较优的特点。

- A. 归并排序
- B. 快速排序
- C. 直接插入排序
- D. 冒泡排序

### 三、问答题

#### 1. 关于完全二叉树堆的调整 (6分)

**题目：**如果用三叉链表表示的完全二叉树表示堆，每个结点有 3 个指针 (pr, left, right)。给定 last 指针指向堆的最后一个结点。当向堆中添加一个新元素 v 时，需要找到 v 在堆中初始的双亲结点 p。请问怎样找到这个结点 p？

#### 2. 散列表设计 (6分)

**题目：**假设散列表中已装入 100 个表项，采用线性探测法。要求搜索表中已有表项时的平均搜索次数不超过 4，插入表中没有的表项时平均探测次数不超过 50.5。求散列表容量及除留余数法的散列函数。

**公式：**  $S_n \approx \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{1-\alpha} \right), U_n \approx \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{(1-\alpha)^2} \right)$

#### 3. 折半搜索改进 (6分)

**题目：**对有序表 data 进行折半搜索，返回 data 中值为 n 的 **第一个** 元素的下标，如果没有找到就返回-1。要求对给定代码进行改进，并说明改进的理由。

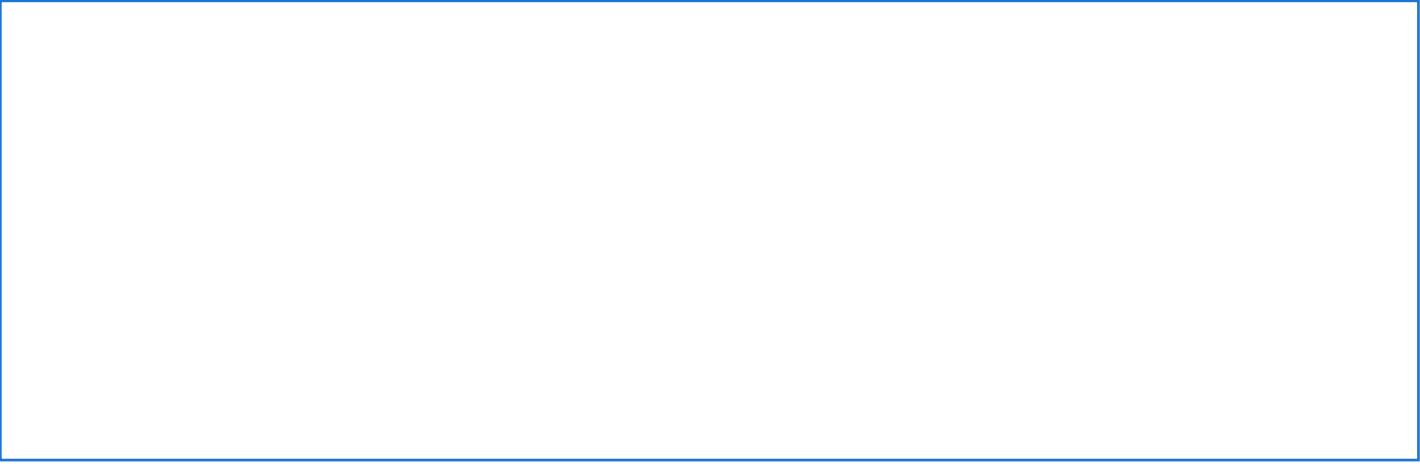
**Hint:**

1. data 中可能有值相同的元素，且 data 中数据分布不均匀
2. 要求改进时，任然保持折半搜索策略

```

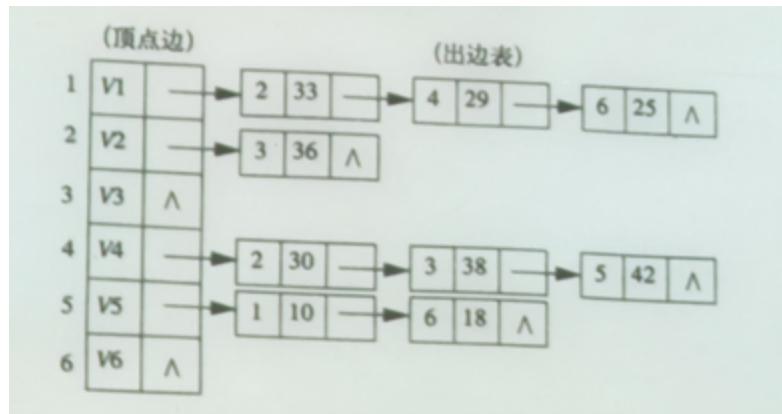
int search(int data[], int left, int right, int n){
    int low = left, high = right, tmp;
    while(low <= high){
        tmp = (low + high) / 2;
        if(n == data[tmp]) return tmp;
        if(n > data[tmp]) low = tmp + 1;
    }
    return -1;
}

```



#### 4. 图的邻接表与搜索（6分）

**题目：**给定带权有向图的邻接表：



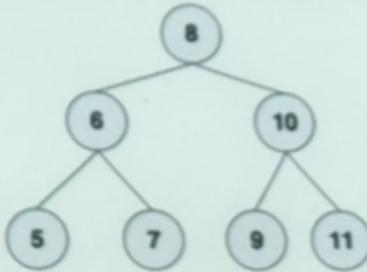
- (1) 画出该图形；
- (2) 给出以 V1 为起点的广度优先遍历序列及生成树；
- (3) 由 V1 到 V3 的最短路径。

## 四、算法设计题

### 1. 二叉搜索树后序遍历校验 (15分)

题目：

输入一个整数数组，判断该数组是不是某棵二叉搜索树后序遍历的结果。如果是则返回 true，否则返回 false。例如，输入 5、7、6、9、11、10、8，由于这一整数序列是如下图所示二叉搜索树的后序遍历结果，则返回 true；如果输入 7、4、6、5，没有哪棵二叉搜索树的后序遍历结果是该序列，则返回 false。假设序列中没有重复元素。（15分）



### 2. 最小生成树（曼哈顿距离）(15分)

题目：给定 2D 平面上的点 points，连接两点的代价为曼哈顿距离  $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ 。求连接所有点的最小总代价（最小生成树）。

要求：(1) 描述设计思想（通常使用 Prim 或 Kruskal 算法）；(2) 给出代码；(3) 分析复杂度。

### 3. 排序

题目：设计一个尽量快的算法统计整数序列  $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$  中逆序对的个数。例如，整数数组  $\{2, 0, 1, 5\}$  中有 2 个逆序对  $(2, 0)$  和  $(2, 1)$

解答