

基于遗传算法的主动反射面形状调节模型

摘 要

FAST 作为我国具有代表性的国之重器，能根据天体位置在观测方向形成 300 米口径的瞬时抛物面。如何构建一套主动反射面的调控系统是左右其观测效果的关键。本文基于众多合理假设，首先通过几何关系建立了理想抛物面的直角坐标与球坐标模型，并通过旋转变换矩阵将此模型推广至任意观测角度。在满足两则约束条件下，运用分层序列法分别使用单变量遍历和多变量遗传算法对理想抛物面进行贴近求解。并在最终反射信号接收比计算中，使用合理变换简化了反射模型，降低了解析式的求解难度。

对于问题一：为了求解准确的理想抛物面解析式，首先通过统计主索节点对应半径分布，确定了基准球面**精准半径值为 300.4 米**。在已知焦点、焦距、顶点位置的情况下，通过几何关系与旋转抛物面方程，可求解出问题一理想抛物面的直角坐标解析式和球坐标解析式分别为： $(x^2 + y^2) - 559.9456z - 168207.65824 = 0$ 、 $r^2 \sin^2 \theta + 559.9456 r \cos \theta - 168207.65824 = 0$ 。

对于问题二：当理想抛物面发生旋转时，仅需要从问题一理想抛物面上任意选取 9 个主索节点，通过旋转变换矩阵对其进行相同的旋转，使用待定系数法即可求出不同观测角度下理想抛物面的解析式，问题二中当 $\alpha = 36.795^\circ$ ， $\beta = 78.169^\circ$ 时，解得理想抛物面对应顶点坐标为 **$(-49.32002614, -36.88938125, -294.0184834)$** 。

对理想抛物面进行贴近时，因约束条件限制工作抛物面的实际效果提出分层序列法，先改变抛物面焦距，使得抛物面既能满足促动器伸缩范围的约束条件，又能尽可能贴近理想抛物面，经遍历法求解得**第一步优化后抛物面焦距 F 为 140.1 米**。第二步以 2226 个促动器伸缩量为变量，主索节点对应的径向长度的均方根误差为适应度函数，相邻主索节点之间距离变化幅度小于 0.07% 为约束条件，使用遗传算法对此单目标多变量最优化问题进行求解。在最后选取 300 米口径内主索节点坐标时，仅需要使用球坐标系，设定对应夹角范围即可得到选取结果，**第二问最终优化结果相应的主索节点编号、位置和各促动器伸缩量已按照规定格式保存于“result.xlsx”中**。

对于问题三：相较于前两问，问题三的最小研究目标为口径内一块三角反射面板。针对电磁波反射路线、三角反射面板位置和馈源舱接收信号计算模型这三个主要因素可对计算进行简化。通过使用旋转变换矩阵将主索节点旋转至竖直理想抛物面位置、主动将馈源舱关于反射面对称、合理简化馈源舱接收信号面积计算等方法，可得到较为简单的接收信号面积计算公式，并且同时保证一定准确性。最终求解得通过优化焦距 F 所得**第一步优化抛物面接收比为 0.6995%**，问题二**最终工作抛物面接收比为 0.5176%**，**基准球面接收比为 0.5542%**，第二问反射面调节方案相对于基准反射球面，接收比百分下降了 6.61%。

通过问题三可知，问题二中反射面调节方案存在较大误差。针对遗传算法，主要原因可能有两点：（1）变量过多，遗传算法本身存在的随机性被放大为误差（2）主索变化幅度 0.07% 的约束条件较为严苛，遗传算法贴近目标带来的优化小于其随机变化带来的误差。故本文模型可针对遗传算法进一步优化，有较大提升空间。

关键词 主动反射面调节 遗传算法 曲面贴合模型 分层序列法

一、 问题重述

中国天眼“FAST”是我国具有自主知识产权的一项世界级科学突破，它是当今世界上单口径最大、灵敏度最高的射电望远镜。有别于世界上其它著名的射电望远镜，FAST 使用了独创的主动反射面技术，即反射面可根据需观测天体的位置实时进行主动的调节，使得天体方位在不同方位角、仰角时均可形成口径 300 米的瞬时抛物面。

主动反射面存在基准态和工作态两种状态，在观测时反射面从基准态动态调整为工作态，并将电磁波反射汇聚至在焦面上相应移动的馈源舱处。基准态时，反射面为半径约 300 米、口径为 500 米的球面；工作态时，反射面可通过调节形成一个 300 米口径的近似旋转抛物面，该抛物面大致以被观测体与馈源舱连线为轴，馈源舱所在 P 点为焦点。反射面的动态调节是通过下拉索与促动器配合来完成，下拉索长度固定，促动器可在一定范围内径向伸缩，从而调节反射面位置以形成工作抛物面。

本题基于 FAST 背景，主要要求完成 3 个方向的任务：1、根据被观测体不同的初始位置，即不同的方位角与仰角条件，能够确定理想抛物面的具体形态。2、建立一种合理的反射面板调节模型，使最终满足约束条件的工作抛物面尽可能贴近理想抛物面。3、已知抛物面节点信息，能够计算馈源舱的反射信号接收比。

根据上述条件与要求，需具体研究以下三个问题：

(1) 被观测体位于基准球面正上方，即 $\alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ$ 时，确定理想抛物面。

(2) 被观测体位于 $\alpha = 36.795^\circ, \beta = 78.169^\circ$ 时，确定理想抛物面。并建立合适的反射面板调节模型，使最终得到的工作面在满足约束条件下尽可能贴近该理想抛物面。要求将理想抛物面顶点坐标，最终工作面 300 米口径内主索节点编号、位置坐标和各促动器伸缩量等结果保存至“result.xlsx”里面。

(3) 基于第 2 问结果，计算调节后馈源舱的接收比，并将其结果与不做任何调整时基准面的反射接收比作比较。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

问题一实质上需要绘制满足一定条件的理想抛物面，题目规定了以圆点 C 为坐标原点的空间坐标系，并且规定馈源舱 P 为理想抛物面的焦点，以及理想抛物面焦距 F 等于 $0.466R$ 。在理想抛物面焦点、焦距和顶点均确定的情况下，我们通过几何运算便可求解出该理想抛物面的具体解析式，为了简化后续对径向长度的计算，我们拟将理想抛物面的直角坐标方程转化成球坐标系方程。最后，我们拟使用计算机进行绘图以更好地表现理想抛物面的形态。

2.2 问题二的分析

问题二中被观测体位置发生了改变，需要在新位置使用问题一中的方法求得理想

抛物面。

在此基础上，问题二核心在于建立反射面板调节模型，使得最终经调节后得到的工作面既可以满足题目给出的约束条件，又能尽可能地贴近理想抛物面。由此，我们可将此问题视作具有若干约束条件的多变量最优化问题，约束条件以及目标函数大致整理如下：

约束条件	相邻主索节点之间的距离变化幅度不超过 0.07%
	促动器径向伸缩范围为-0.6~+0.6 米
目标函数	工作抛物面与理想抛物面贴近程度尽可能大

为解决该问题，我们拟使用分层序列法，通过单变量遍历以及多变量遗传算法对两个约束条件进行分步限制，大致步骤如下：

(1) 设定抛物面焦距 F 为变量，按照一定步长不断增大 F 的取值，找到满足“促动器径向伸缩范围为-0.6~+0.6 米”并最贴近理想抛物面的抛物面，认定其为第一步优化的结果。

(2) 设定 2226 个促动器伸缩长度为变量，基于第一步优化得到的抛物面限制变量范围，以“相邻主索节点之间的距离变化幅度不超过 0.07%”为约束条件，以抛物面与理想抛物面贴近程度为目标函数，使用遗传算法找到满足约束条件的较为优化的结果。此时，第二步优化结果应满足所有题设约束条件，并且与理想抛物面较为贴近，因而可认定其为最终的工作抛物面优化结果。

2.3 问题三的分析

问题三需要建立反射信号接收比模型，运用此模型分别计算问题二中得到的工作抛物面接收比以及基准反射球面接收比，并将它们算得的结果作比较分析。

问题三基于问题二所得结果，其近似旋转抛物面的对称轴并不竖直，为了简化运算，我们尝试首先使用矩阵将所有坐标进行旋转，使得抛物面对称轴沿竖直方向。在讨论反射时，我们选择规避对电磁波反射路径的研究，将电磁波看作直接穿过反射面，由上至下竖直传播，取而代之我们将馈源舱有效接收区域关于每一个三角反射面板进行对称，计算竖直电磁波柱在对称后有效接受区域的投射面积。最终接收比即为有效投射面积之和与电磁波柱在 300 米口径内投射面积之比。

三、 模型假设

3.1 视下拉索为刚性物体, 即促动器发生径向伸缩时通过刚性的下拉索主索节点发生相同的径向伸缩。

通过计算可得，在基准态时促动器、主索节点、圆心均在同一条直线上，即所有下拉索的方向均为径向。在下拉索存在张力的条件下，促动器的径向伸缩不会引起较

大的主索节点切向位移。并且促动器伸缩范围相较于整个反射面较小，因而其径向伸缩不会引起切向较大的绝对尺寸变化。综上，为了简化模型，认为下拉索为刚性物体，即其方向始终保持径向。

3.2 被观测体发射电磁波方向均平行于抛物面轴线,且不考虑电磁波在传播过程中的衰减以及传播介质不同带来的影响。

基于现实意义以及题设条件，被观测体距离射电望远镜较远，因而认为其发射电磁波方向均为平行方向。问题研究重点在于反射面的形状调节，因而不将电磁波的差异纳入讨论。

3.3 研究反射面反射电磁波时，认为反射面板之间不存在间隙，即每一块三角反射面板均为相邻三个主索节点构成的三角形。

在具体计算电磁波反射时，反射面板间隙相较于反射面板尺寸较小，故因间隙而损失的电磁波相较于反射的电磁波较少，对最终接收比中有效区域反射信号以及总反射信号影响均不大，因而问题三最终结果影响不大。故我们认为反射面板间不存在间隙，以此能简化反射模型。

3.4 研究馈源舱接收反射信号时，将接收有效范围视作一个带有方向的点。

馈源舱接收反射信号的有效范围为一个直径 1 米的圆形，其尺寸相较于任意一块三角反射面板均较小。因而不考虑反射信号存在但未填满有效范围的情况，用馈源舱中心点替代有效范围，当中心点处于反射信号内时认为反射信号填满有效范围，当中心点处于反射信号外时认为反射信号全部未射入有效范围。因反射信号射入有效范围时并非垂直射入，因而在计算射入有效范围面积时需加入对有效范围方向的讨论。

3.5 仅考虑口径范围内完整三角反射面板的反射情况,忽略口径边缘不完整的三角反射面板。

在求解口径范围内具体反射情况时，由于我们希望得到的数据是反射信号接收比，而非反射信号绝对值，因而我们忽略在口径边缘处不完整的三角反射面板。进行该忽略后反射信号总量减少，但相应地射入信号总量也减少，故不认为该忽略对接收比造成较大影响。

四、 符号说明

符号	说明	单位
F	抛物面焦距	m
R	基准球面半径	m
α	方位角	$^{\circ}$
β	仰角	$^{\circ}$
$rotate$	旋转矩阵	$/$

h_i	第 <i>i</i> 个促动器的伸缩量	m
δ	拟合曲线修正参数	m
$S_{接收}$	馈源舱有效区域接收到信号面积	m^2
$S_{有效区域}$	有效区域即馈源舱接收圆盘面积	m^2

五、模型的建立与求解

问题一模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立

5.1.1 基准球面准确半径

题设中仅告知基准球面半径约为 300 米，由于此题解答对于长度变化十分敏感且微小，因而我们认为有必要确定该基准球面准确的半径。

该题中基准球面圆心 C 点为坐标原点，初始时所有主索节点均位于基准球面上，因而半径可通过简单的圆心点与主索节点之间距离公式进行计算，如式 1 所示：

$$R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} \quad (1)$$

其中 R_i 为第*i*个主索节点与圆心点之间的距离， x_i 、 y_i 、 z_i 为第*i*个主索节点的坐标。

统计 2226 个主索节点所对应的半径，找到其平均值或较为明显的汇聚值，认为这个值即为准确的基准球面半径。

5.1.2 理想抛物面球坐标方程的建立

由题设条件可知，焦面与基准面的半径差即为焦距 F，并且焦点 P（馈源舱中心）始终在焦面上移动，因而可确定理想抛物面顶点始终在基准面上移动。

当 $\alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ$ 时，已知顶点位于基准球面最底端，即 $(0,0,-R)$ ，且焦距 $F = 0.466R$ ，由此基于抛物面直角坐标系方程，可得理想抛物面表达式[1]如式 2 所示：

$$(x^2 + y^2) - 4Fz - 4FR = 0 \quad (2)$$

其中 F 为抛物面焦距，R 为基准圆面半径。

为了方便后续对径向距离的计算，我们还将理想抛物面的直角坐标系表达式转化为球坐标系表达式，化解结果如式 3 所示：

$$r^2 \sin^2 \theta + 4F r \cos \theta - 4FR = 0 \quad (3)$$

其中坐标变换满足如下式子：

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = -r \cos \theta \end{cases}$$

坐标图如图 1 所示：

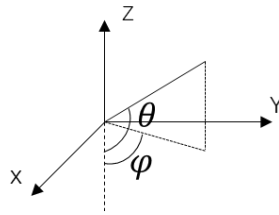


图 1 坐标注释图

5.2 问题一模型的求解

5.2.1 主索节点对应半径总计

我们使用 excel 对附件 1 中题目给出的 2226 个主索节点进行统计，将它们的数据带入式 1 所述距离公式以得到每一个基准态主索节点对应的半径。由此画出主索节点数量与对应半径长度的散点图，如图 2 所示：

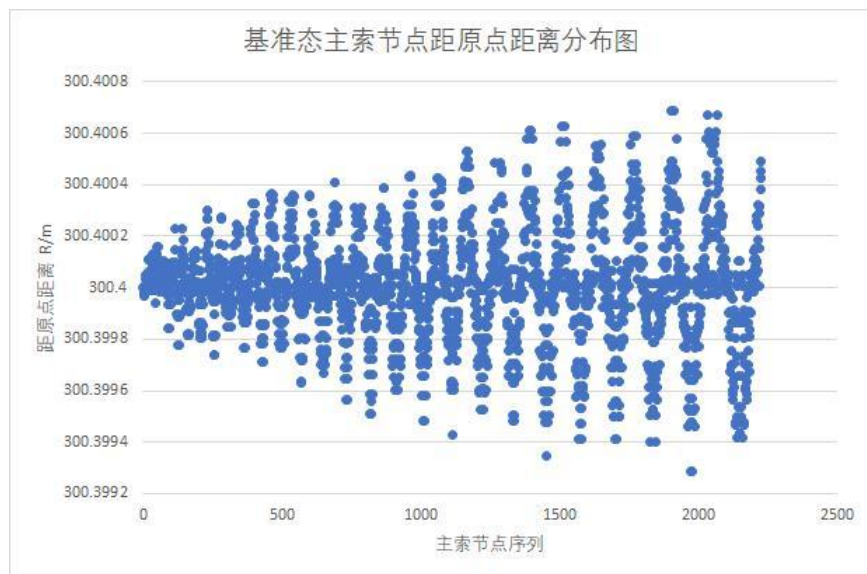


图 2 基准态主索节点距原点距离分布图

观察图 2，易看出主索节点对应半径长度集中分布在约 300.4 米处，因而我们大致认为此题中基准球面半径为 300.4 米。

为了验证我们所得半径的准确性，我们对这 2226 个主索节点对应半径长度求解了平均值、中位数以及标准差，结果如表 1 所示：

表 1 主索节点对应半径统计数据

平均值	中位数	标准差
300.4000111	300.4000153	0.000215833

表 1 中平均值和中位数均十分贴近 300.4 米，这为我们取 300.4 米为基准球面准确半径提供了支持。除此之外，该组数据以 300.4 米为均值时标准差较小，因而可认为 300.4 这一数值能有效代表绝大多数数据点。

综上所述，我们认为 300.4 米为基准球面准确半径，并将这一数值运用于后续计算中。

5.2.2 问题一理想抛物面表达式的求解及其绘制图像

由 5.2.1 所得基准球面准确半径为 300.4 米后，将其带入式 2 以及式 3 中，即可得到问题一中理想抛物面准确表达式，如式 4 所示：

$$\begin{cases} (x^2 + y^2) - 559.9456z - 168207.65824 = 0 \\ r^2 \sin^2 \theta + 559.9456r \cos \theta - 168207.65824 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

为了更直观地表现理想抛物面，我们使用计算机对其剖面图像进行绘制，结果如图 3 所示：

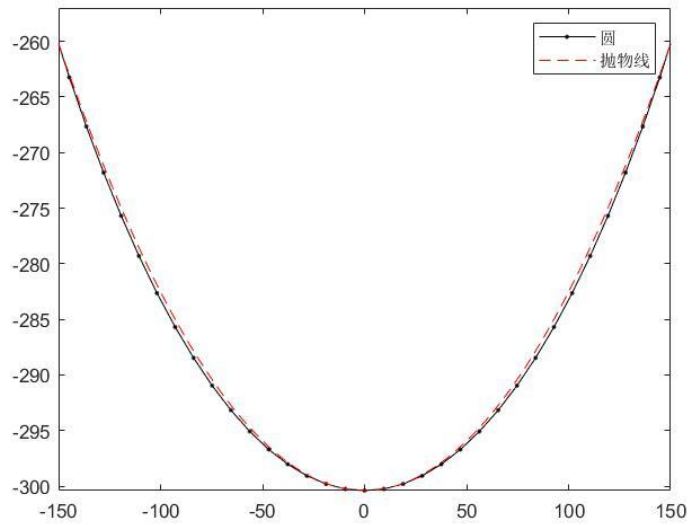


图 3 问题一理想抛物面剖面图

问题二模型的建立与求解

5.3 问题二模型的建立

问题二核心问题在于建立一套符合反射面调节约束条件且能尽可能贴近理想抛物面的反射面板调节模型。在实际对促动器的调节上，由于我们认为当主索节点全部位于同一抛物面上时，该抛物面即为对应工作抛物面，并且促动器伸缩量与主索节点位置存在一一对应关系，因而我们仅需要完成工作抛物面的最优拟合，根据工作抛物面即可求得主索节点坐标，相应地我们便可求得每个促动器对应的伸缩量。由此，我们将反射面板调节模型简化为工作抛物面的最优化拟合模型。

在实际拟合工作中，我们首先检验能否直接将工作抛物面调节为理想抛物面，由问题一提出的理想抛物面球坐标模型，我们求得 300 米口径内基准球面与理想抛物面径向差的最大值已经超过了促动器伸缩范围 ± 0.6 米的限制，因而在实际拟合中不可能满足理想抛物面。

至此，我们形成了两套主要的拟合思路：

(1) 以理想抛物面为拟合目标，“促动器伸缩范围为 ± 0.6 米”、“主索变化幅度不超过 0.7%”为约束条件直接进行拟合。

(2) 首先对理想抛物面进行优化，使其满足促动器伸缩范围的约束条件，再以优化后的抛物面以拟合目标，主索长度变化幅度为约束条件进行二次拟合。

观察两个约束条件，其作用均为限制反射面板的变形，即限制最终工作抛物面与基准球面的差异。理想抛物面顶点始终位于基准球面上，其余部分均与基准球面存在径向差，若直接以理想抛物面为拟合目标则会受到约束条件较大的限制，因而最终拟合效果较；若增大抛物面焦距 F ，则抛物面开口增大，其形状会更“圆”，并且抛物面顶点会下移，抛物面主体部分会在增大 F 的一定范围内更贴近基准球面，因此可满足促动器伸缩范围的约束。同时由于抛物面更贴近于基准球面，因而第一步调整实际上同步对主索变化幅度这一约束条件进行了优化。

综上，我们选择先以焦距 F 为单一变量使用遍历法找到符合促动器伸缩范围且尽量贴近理想抛物面的第一步优化抛物面，接着基于第一步优化抛物面使用遗传算法找到满足主索变化幅度的最终工作抛物面。

5.3.1 理想抛物面求解模型

抛物面属于二次曲面，因而其一般表达式可以写作 $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + 1 = 0$ ，其中含有 9 个未知量 $A \sim I$ 。因此，我们只需要找到在理想抛物面上的 9 个不同的点，将它们的坐标带入抛物面一般表达式中，即可得到含 9 个方程的九元一次方程组，求解此方程组便可得到 $A \sim I$ 这 9 个未知量的准确值，故理想抛物面表达式也随之确定。

综上所述，求解理想抛物面的关键在于确定理想抛物面上 9 个不同的点。对此，我们选择将问题一所得理想抛物面上的 9 个点经由旋转变换使其落在问题二要求的理想抛物面上。

讨论旋转问题时，我们可使用三维旋转矩阵进行求解。绕 x 、 y 、 z 轴逆时针旋转分别的旋转矩阵表达式如式 5 所示：

$$\begin{aligned} \text{rotate_x}(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ \text{rotate_y}(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \\ \text{rotate_z}(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 θ 为绕轴旋转角度。

5.3.2 以焦距 F 为变量的遍历模型

➤ 遍历设定

以理想抛物面焦距为中心设定遍历区间并规定步长，逐步对遍历区间内焦距 F 进行检验。

➤ 约束条件：促动器伸缩范围为-0.6~0.6 米

每一次改变焦距 F 后，对所有促动器伸缩量进行检验：若不满足约束条件则继续遍历；若满足约束条件则输入该焦距值。数学表达如式 6 所示：

$$\begin{cases} \text{跳出检验继续遍历, } J \neq 1 \\ \text{输出该焦距, } J = 1 \end{cases} \quad (6)$$

其中 J 代表约束条件检验程序输出值。

➤ 优化设定：贴近理想抛物面

题目要求反射面尽量贴近理想抛物面，为了达到这个目标，我们选择计算主索节点的径向距离的均方根误差，并将它视作目标函数，令其尽量小。均方根误差计算公式如式 7 所示：

$$r = \sqrt{\frac{\sum (r1 - r2)^2}{2226}} \quad (7)$$

其中 r 为均方根误差， $r1$ 为优化后抛物面上一主索节点到原点的距离， $r2$ 为 $r1$ 对应主索节点到原点连线与理想抛物面的交点到原点的距离。

5.3.3 以促动器伸缩量为变量的多变量遗传算法

在第二步拟合时，我们将所有即 2226 个促动器伸缩量视为为变量，鉴于变量个数较多，若使用遍历算法时间复杂度较高，故使用遗传算法对第一步优化抛物面进行拟合。

遗传算法是一种全局优化算法，通过模拟生物界中种群进化的过程，以适应度函数为目标对数据进行优化筛选。简要过程为将优化目标视为染色体上的基因，再生成初始种群，计算给定的适应度函数值，再通过选择，交叉，变异操作进行多次进化，按照适应度函数优胜劣汰的原理产生更好的解。算法流程图如图 4 所示。

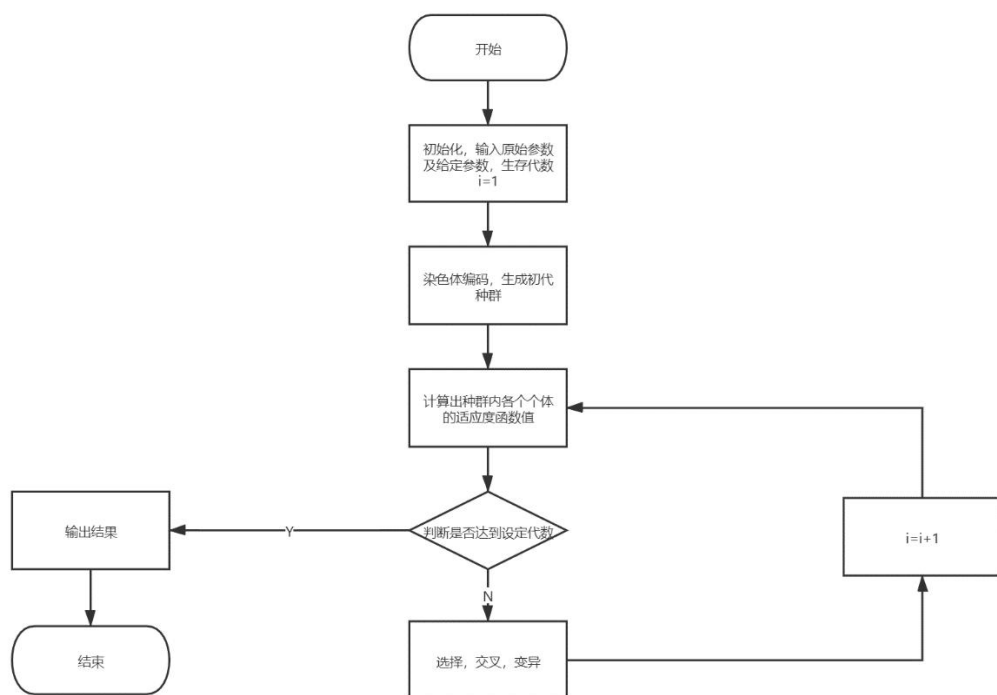


图 4 遗传算法流程图

➤ 优化目标

在本题中，优化目标可以用一个维度为 2226 的行向量表示：

$$h = [h_1, h_2, \dots, h_{2225}, h_{2226}]$$

其实际意义为各主索节点对应的促动器的伸缩量，由于主索节点的移动均沿径向，则可由伸缩长度得到各对应的主索节点的坐标。

➤ 适应度函数与约束条件

对于适应度函数的选取，我们选择分区域讨论。对于照明区域内，我们使用第一步优化抛物面作进化目标；对于照明区域外，我们使用基准球面作进化目标。该进化目标的衡量标准是主索节点对应的径向长度的均方根误差。但考虑到目标曲面相较于三角平面更“凸”，即所有的三角平面均位于目标曲面内，因此均方根误差小与平面曲面贴近并不是完全等价的，直接选取与理想抛物面的均方根误差会对曲面的拟合精度造成一定影响，故考虑将第一次优化后理想抛物面上的节点沿径向正向移动一段距离 δ ，以移动之后的点作为拟合的目标。这样就能够使得反射板与目标曲面贴合程度更高。

除此之外，需要考虑题目中所给的约束条件条件，即相邻主索节点之间的距离变化幅度应在 $\pm 0.07\%$ 以内。实际算法中，将在适应度函数代码中加入罚函数的判定：若个体基因组不小于主索节点之间距离变化幅度，认为个体进入罚函数有效区域，该个体适应度函数将被加上一个充分大的常数，以确保该个体在接下来的选择操作中被淘汰。

➤ 边界范围

为缩小检索范围，缩短算法收敛时间，尽量减小算法的随机性，得到更优的个体，同时统筹考虑适应度函数和约束条件，对边界条件进行优化考虑。首先考虑到，适应度函数中包含了约束条件，即罚函数。对于对称性曲面，例如球面，其大概率满足主索长度 0.07%以内变化的约束条件；而对于形状不规则或者有突变的曲面，例如问题一所得到的理想工作曲面（抛物面与球面的结合），其容易破坏约束条件，更容易落入罚函数的区域。而边界范围规定了种群中个体的基因范围，为了能够统筹考虑适应度函数和约束条件，基因边界要尽量避开罚函数有效的区域，否则会导致正常基因个体不断被罚函数破坏，当越来越多个体进入罚函数区域，正常量级的适应度函数个体将越来越少，种群落入罚函数陷阱，个体适应度函数差异被罚函数泯灭，罚函数机制失效，结果种群个体不受约束地朝第一步优化抛物面进化，最终所有种群个体将不满足约束条件，遗传算法失败。

为了使基因边界要尽量避开罚函数有效的区域，将球面定为中心基准线，边界关于此基准线对称。考虑到主索节点排列顺序为从内到外螺旋排列，相对而言序列数越大节点越靠外；又考虑到 FAST 最外圈与刚性支撑结构相连，反射板的径向位移极小，即最外圈对应促动器的伸缩长度应为极小，故考虑边界长度随序列数的增大线性减小，人为设定序列数最小时边界长度为 0.1，最大时为 0。

5.3.4 主索节点连接关系判断模型

在问题二遗传算法约束条件中规定相邻主索节点之间的距离变化幅度应在 $\pm 0.07\%$ 范围内，且问题三中需给出构成 4300 块反射面板的顶点序号以及平面法向量，故我们需对主索节点间的连接关系做出判断。我们认为任一节点与其相邻节点的距离应显著小于其与不相邻节点的距离，设该距离之差为 Δx 。先通过遍历的方法求出任一主索节点与其余所有主索节点的距离再进行排序，通过观察排序后的矩阵我们可以得到与某节点相邻的节点数在 3~6 的范围内。同时我们也可以估计一个 Δx 的临界值，用于判断节点是否相邻，再对排序后的矩阵按行检索筛选出相邻点，最后以判断所有主索节点相邻点数之和与主索数量的两倍是否相等进行验证，即可得到主索节点间的连接关系，并搜寻找出构成所有反射面板三个顶点的序号。

5.3.5 筛选口径范围内主索节点模型

在筛选口径范围内主索节点时，我们利用球坐标系将复杂的距离问题简化成较为简单的角度问题。

以抛物面对称轴为极轴， θ_0 为 300 米口径对应偏移角度，设在口径范围内的主索节点为 $P(\theta)$ ，则在口径范围内主索节点集合为式 8 所示：

$$\{P(\theta)|\theta < \theta_0\} \quad (8)$$

5.4 问题二模型的求解

5.4.1 问题二理想抛物面的求解

根据二次曲面正交变换的知识，将旋转后的抛物面方程定义为如式 9 所示：

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + iz + 1 = 0 \quad (9)$$

为了得到 $a \sim i$ 总共 9 个参数的值，需要采用数值拟合的方法。方法为，找到 9 个主索节点的坐标，并满足该 9 个点均位于问题一所得的理想抛物面上。根据方向角，建立方向矩阵 $rotate$ ，结果如式 10 所示：

$$rotate = \begin{bmatrix} 0.5990 & 0.7838 & 0.1642 \\ -0.8008 & 0.5862 & 0.1228 \\ 0.0000 & -0.2050 & 0.9788 \end{bmatrix} \quad (10)$$

使用方向矩阵左乘 9 个主索节点，得到旋转后的 9 个点，表示为 $p_1 \sim p_9$ ，其对应坐标为 $[x_i, y_i, z_i]$ 。可列等式，如式 11 所示：

$$\begin{cases} A(i,:) = [x_i^2 & y_i^2 & z_i^2 & x_i y_i & x_i z_i & y_i z_i & x_i & y_i & z_i] \\ X = [a & b & c & d & e & f & g & h & i]^T \\ b = -[1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1]^T \end{cases} \quad (11)$$

$$A \cdot X = b$$

对于题目中所问的顶点，利用顶点到原点的距离以及光轴的角度，可以得到抛物面顶点坐标为 $[-49.32002614, -36.88938125, -294.0184834]$ 。

5.4.2 遍历法求解第一步最优抛物面

经过遍历，得到优化后的焦距 $F = 140.1$ 。

代入式 2 及式 3 后，可以得到抛物面的直角坐标系下和球坐标系下的表达式如式 12 所示：

$$G_2: \begin{cases} (x^2 + y^2) - 560.4z - 168407.82 = 0 \\ r^2 \sin^2 \theta + 560.4r \cos \theta - 168407.82 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

5.4.3 修正量 δ 的估算

接下来需要采用重心法估算 δ ，如图 5，在 G_2 抛物面上，对 A0、B1、C1 三个节点所组成的三角形反射板求出重心 heart，求出重心到原点的距离为 $r_{up} = 300.453$ 。延长原点与重心 heart 的连线直至与 G_2 抛物面相交，相交点到原点的距离为 $r_{below} = 300.513$ 。得到 $\delta_{A0B1C1} = 0.06$ 。当 $\delta < 0$ 时，可知三个顶点落在曲面上方，由于抛物面与球面的凹凸性，得到三角形平面必然处于曲面上方。而当 $\delta > 0.06$ 时，大量三角形平面的重心落在了曲面的下方，三个顶点更有可能落在曲面下方，得到三角形平面也更有可能是处于曲面下方。为了使三角形平面趋近于曲面，限定 $0 < \delta < 0.06$ 。

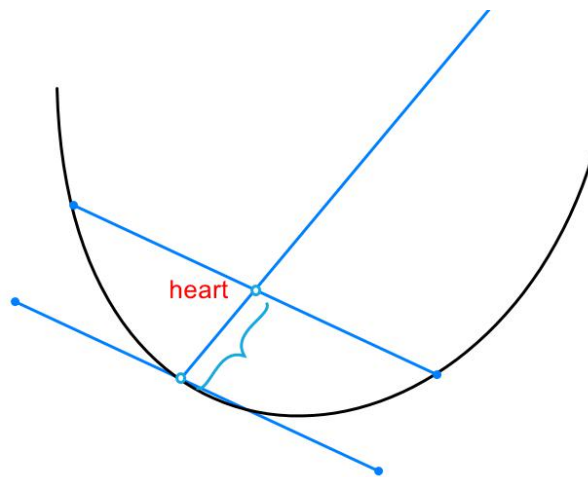


图 5 参数 δ 算法示意图

修正量 δ 的估算对于遗传算法优化目标有一定引导作用。在第二问中，取 $\delta=0.018$ ，原因见模型的分析与检验。

5.4.4 遗传算法求解最终工作抛物面

设定进化轮数为 100，个体数为 100，每个个体共 2226 个基因，设定随序列增加而线性减小的边界长度。求解得到 **bestchrom**(即最优促动器伸缩量组合)保存在“result.xlsx”文件中。具体遗传算法进化代数图如图 6 所示：

对于题目中所问的主索节点编号、位置坐标、各促动器的伸缩量等结果，皆已保存在“result.xlsx”文件中。

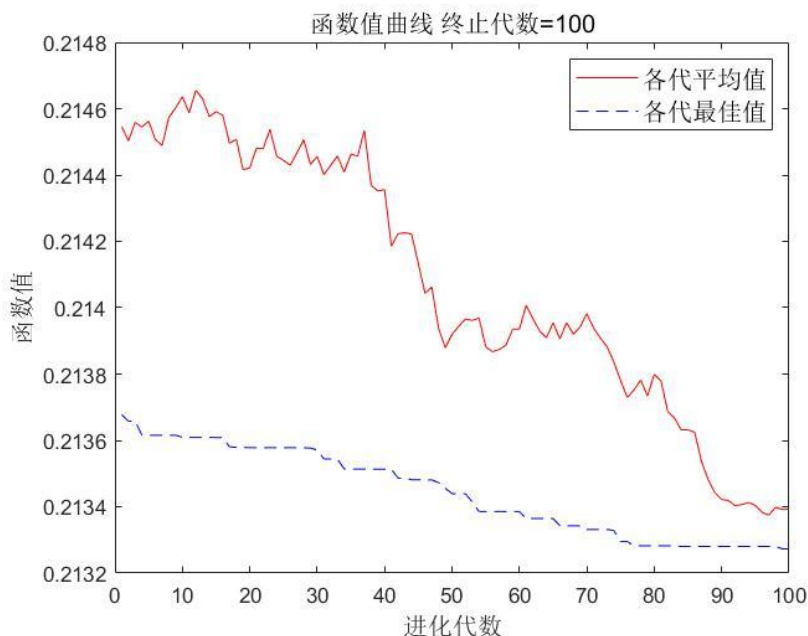


图 6 遗传算法进化代数图

最终得到如图 7 所示的工作抛物面形状，较好地满足抛物面和球面形状，认为是第二问的解。

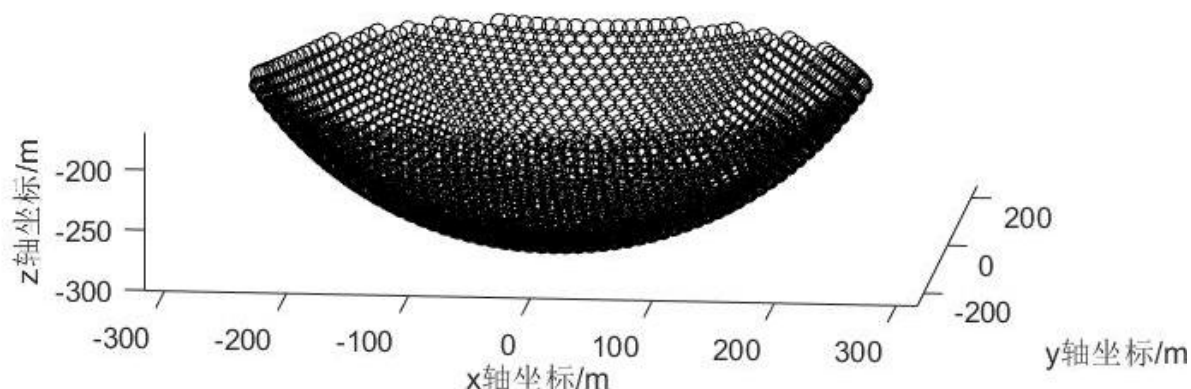


图 7 第二问遗传算法所得工作抛物面

问题三模型的建立与求解

问题三关键在于建立一套具体可行的反射模型，基于此题射电望远镜实际背景，反射面并非平滑的曲面，因而此问相较于前两问需要更细致研究要求口径内每一块三角反射面板的反射情况。针对此情况，我们可总结出问题三需要完成的主要任务如下：

- (1) 被观测体发射电磁波信号的路线。
- (2) 口径内每一块三角反射面板具体的位置信息。
- (3) 馈源舱有效区域接收信号的计算。

针对任务(2)，我们使用问题二主索节点连接关系判断模型便可得到口径内所有主索节点的位置信息，而三角反射面板显然是由口径内相邻的三个主索节点构成，因而三角反射面板的位置信息由此确定。

确定每一块三角反射面板的位置后，进一步我们需要分析对于每一块三角反射面板其反射电磁波信号的反射路线。由于每块三角反射面板的位置之间并不存在明显的相关，因而以传统的反射模型我们需要对口径范围内每一块三角面板都单独做一次分析，显然传统方法的运算量与复杂程度较大。对此我们选择将馈源舱关于每一块三角反射面板进行对称，经此处理后电磁波信号则可视作穿过面板沿原本路径继续传播，即将电磁波信号从反射折线转化为直线。作此处理后，我们进一步简化模型，将主索节点全部通过旋转矩阵旋转至 $\alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ$ 的位置，由此电磁波信号方向可确定为沿 z 轴负向。

在计算馈源舱接收信号时，我们将馈源舱有效区域用其中心点进行替代，将馈源舱有效区域简化为带有方向的点。当该点处于被测体发射信号内时，认为电磁波信号填满有效范围；当中心点处于被测体发射信号外时，认为电磁波信号全部未射入有效范围。由于信号射入有效范围时与馈源舱圆盘存在夹角，因而认为馈源舱简化点具有同有效范围法向量相同的方向。

最终接收比等于口径范围内所有三角反射面板的有效反射电磁波面积量与射入

所有三角反射面板的总电磁波面积量的比值。

5.5 问题三模型的建立

5.5.1 馈源舱对称模型

➤ 馈源舱中心点对称模型

由题设条件可知馈源舱中心点 P 的坐标为(0,0,-0.534R)，不妨设一三角反射面板表达式为 $Ax+By+Cz+1=0$ ，则该面板法向量 $\vec{n}=(A,B,C)$ ，设三角面板三个角中任意一角顶点坐标为 R，则通过向量运算可求得 P 点关于该三角反射面板的对称点 P' ，计算式如式 13 所示：

$$\overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + 2 \frac{\langle \vec{n}, \overrightarrow{PR} \rangle}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n} \quad (13)$$

➤ 有效区域方向对称模型

经旋转后，有效面积的方向向量为 $\vec{a} = (0,0,1)$ ，设一三角反射面板法向量为 \vec{n} ，则可求得 \vec{n} 与 \vec{a} 的夹角 α ，计算公式如式 14 所示：

$$\cos\alpha = \frac{\vec{n} \cdot \vec{a}}{\|\vec{n}\|} \quad (14)$$

通过几何求解，可以得到对称后有效区域方向与向量(0,0,1)的夹角等于 2α ，几何表现如图 8 所示：

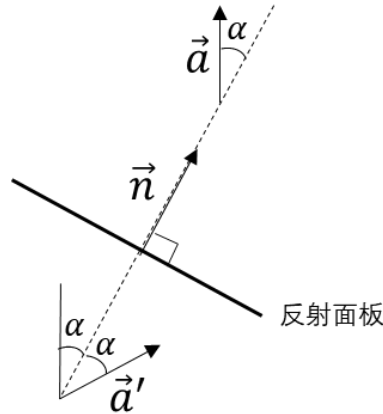


图 8 有效区域方向对称示意图

5.5.2 有效区域接收反射信号计算模型

由于馈源舱有效区域的尺寸相较于任意一块三角反射面板都较小，约为 1.25%，即单独考虑任何一块三角反射面板具体反射时，有效区域对比反射信号面积尺度也均较小，因此我们忽略对有效区域内具体射入信号量的计算，将馈源舱中心点视作有效区域的替代，认为存在信号射入即中心点在反射信号区域内时，则有效区域被完全填满；无信号射入即中心点在反射信号区域外时，则有效区域内完全未接收信号。

在具体判断馈源舱关于三角反射面板对称后中心点是否在反射信号区域内时，我

们选择用面积关系进行求解。在中心点与三角反射信号区域共面的平面内，设中心点为点 P，三角信号区域的三个顶点分别为点 A、B、C， S_1 、 S_2 、 S_3 分别为三角形 PAB、PAC、PBC 的面积， $S = S_1 + S_2 + S_3$ 。则当 P 位于三角信号区域内部或边界时， $S = S_{ABC}$ ，即三角信号区域面积等于三角形 PAB、PAC、PBC 三者面积之和；当 P 位于三角信号区域外部时，由几何关系可得 $S > S_{ABC}$ ，即三角形 PAB、PAC、PBC 三者面积之和大于三角信号区域面积。由此可得到中心点是否在反射信号区域内的判断函数 judge 表达式如式 15 所示：

$$judge = \begin{cases} 1, S = S_{ABC} \\ 0, S > S_{ABC} \end{cases} \quad (15)$$

当 judge=1 时代表中心点在反射信号区域内，当 judge=0 时代表中心点在反射信号区域外。

若已知中心点处于反射信号区域内，此时并不代表射入有效区域内的信号面积即为有效区域面积本身，因射入信号并非均垂直进入有效区域，我们必须将信号射入有效区域的夹角纳入讨论。经旋转后射入信号方向均沿 z 轴负向，且由 5.5.1 中有效区域方向对称模型可知有效区域法向与 z 轴夹角均为 2α (α 可由式 14 得到)，因此有效区域最终接收面积等于有效区域面积乘上射入信号与有效区域法向夹角的余弦值，即

$$S_{\text{最终}} = S_{\text{有效区域}} \cdot \cos 2\alpha。$$

综上，有效区域接收反射信号计算模型数学表达式如式 16 所示：

$$S_{\text{接收}} = judge \cdot S_{\text{有效区域}} \cdot \cos 2\alpha \quad (16)$$

5.6 问题三模型的求解

5.6.1 旋转矩阵的确定与抛物面旋转结果

以抛物面对称轴的旋转来研究主索节点的坐标旋转。易得旋转过程为先绕 z 轴逆时针旋转 $(90 - \alpha)^\circ$ ，再绕 x 轴旋转 $(90 - \beta)^\circ$ 即可将抛物面对称轴旋转至与 z 轴重合。由式 (5) 得，旋转矩阵为：

$$rotate' = rotate^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5990 & -0.8008 & 0 \\ 0.7838 & 0.5862 & -0.2050 \\ 0.1642 & 0.1228 & 0.9788 \end{bmatrix}$$

因此，我们只需要给出主索节点的坐标矩阵，左乘 rotate' 即可得到旋转后的坐标。

5.6.2 抛物面及球面接收比求解与对比分析

对于抛物面反射，代入问题二中解得的促动器伸缩量结果，解得接收比 $rate = 0.005648322867269$ 。

对于基准球面反射，采用“附件 1.xlsx”中基准态主索节点的状态，解得接收比 $rate = 0.005176029929041$ 。

于是可以得到，相比于基准球面，问题二中所得到的抛物面的接收比低 6.61%。

根据该结果可知，通过遗传算法得到的工作抛物面的吸收率不仅不如理想抛物面，更不如基准球面，这有反常理。为了分析这个结果，作图 9 图 10 如下：

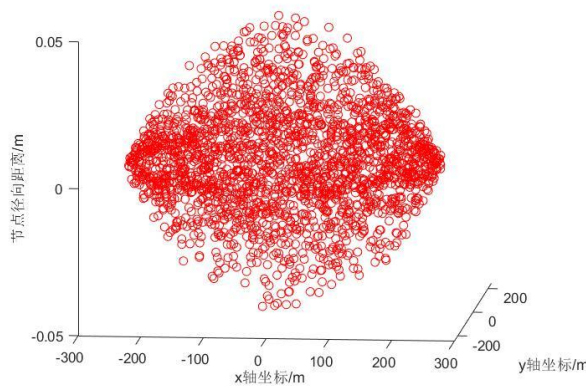


图 9 工作抛物面与基准球面径向距离

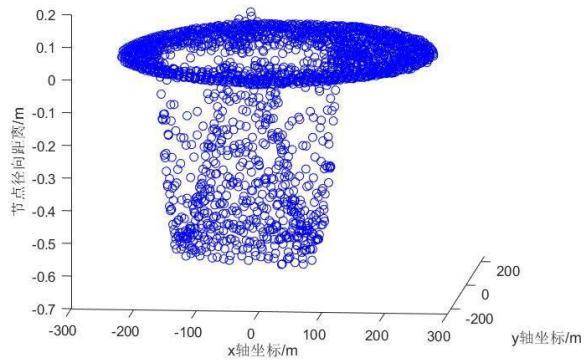


图 10 工作抛物面与理想抛物面的径向距离

基准球面对称性高，满足 0.07% 约束条件，但是吸收比差；理想抛物面由抛物面和球面拼接而成，用 `adaptFun` 函数进行判断，发现其不满足 0.07% 约束条件，但是将其代入问题三主函数 `m2021_a_t3.m`，发现其吸收比高达 0.0070，高于球面。

第二问中的遗传算法限定了靠近球面的区间，同时确立了抛物面作为进化目标，最终得到的工作抛物面应该介于球面和抛物面之间。分析图 9 和图 10 的径向方向坐标尺可以发现，工作抛物面与基准球面贴合程度更好。然而分析图 9 可以发现，工作抛物面与球面的插值在 0 处上下混乱分布，不成连续性规律；而球面节点的分布是较为连续的。这说明，用遗传算法算出的工作抛物面具有非常高的离散型，相邻节点插值太大且随机，导致节点所形成的工作抛物面不够平整，从而导致其吸收比过低。

六、模型的分析与检验

适应度函数关于 δ 的灵敏度分析

第二问中，题目要求工作抛物面贴近理想抛物面。为了达到这个目标，核心任务是建立一个函数作为遗传算法中的适应度函数。该函数的作用是判断工作抛物面与理想曲面的接近程度。该函数越精准，第二问所得到的工作抛物面就越贴近理想抛物面，从而该工作抛物面反射光线得到的吸收比就越大，该射电望远镜的性能就越好。因此，建立一个精准的适应度函数至关重要。在第二问中，我们用点之间径向距离的均方根误差，来描述工作抛物面与理想抛物面之间的贴近程度。然而，这样的做法是不妥当的。点之间的径向距离并不直接等于两个面的贴近程度，因为理想抛物面的凹凸性是单调的。当工作抛物面所有点都落在理想抛物面上时，点之间径向距离的均方根误差为 0，但是所有反射板都是在理想抛物面的上方，两个面的贴近程度并不好。为了建立更好的适应度函数，考虑引入修正量 δ 。修正量 δ 的估算对于遗传算法优化目标有一定引导作用。

为了研究 δ 对于适应度函数的影响，基于理想抛物面，对每个节点的径向距

离都增加 δ 。考虑以 δ 为横坐标，以对应工作抛物面的吸收比作为纵坐标，绘制点图。

由于光滑抛物面（理想抛物面）的吸收比最高，工作抛物面越贴近光滑抛物面，其吸收比也将更高，因此此处将吸收比作为衡量工作抛物面与理想抛物面之间的贴近程度的指标。通过遍历，绘制出图 11。发现吸收比随 δ 增大发生波动，说明 δ 对贴近程度有较大影响。同时发现 $x=0.018$ 处吸收比最高，因此以 $\delta=0.018$ 带入第二问中的遗传算法中，算得优化得工作曲面。

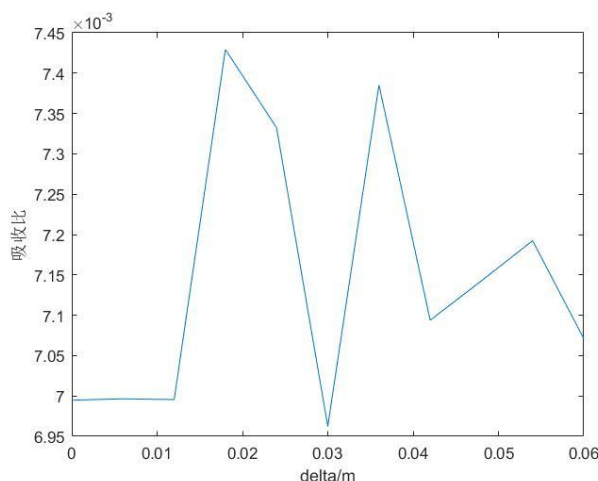


图 11 δ 变化对吸收比的影响

七、模型的评价、改进与推广

7.1 模型的优点

- (1) 在问题二中遗传算法的适应度函数选择时，考虑到照亮区域内外的主索节点实际上含有主索长度范围的约束，若仅考虑照亮区域内的节点，可能导致照亮区域外的主索长度变化不在规定的 $\pm 0.07\%$ 内。因此我们选择对曲面进行分片拟合，考虑所有主索节点坐标的变化情况，更符合实际要求。
- (2) 在问题三光信号的反射过程中，我们不直接模拟光的反射过程，而是通过分析光路将馈源舱进行对称操作的方式以面积的比例计算光信号接受比，规避了反射过程较复杂的代码实现。
- (3) 在照亮区域主索节点的筛选中，我们采用球坐标，通过计算照明区域角度范围进行筛选，相较于使用直角坐标系达到了降维处理，减小复杂度的效果。

7.2 模型的缺点

- (1) 在使用遗传算法对伸缩长度向量进行优化时，由于变量个数太多，遗传算法的偶然性较大，且对于边界及约束条件的要求十分严格，初始种群的生成严重依赖所给的边界条件，这会导致进化过程中种群的所有个体均不满足约束条件或容易陷入适应度函数的局部最小值。

- (2) 在考虑对曲面的拟合中，我们采取了计算每一主索节点到其径向对应目标曲面上点（即目标节点）的距离的均方根误差，并将其作为目标函数。但事实上如前文所述，由于抛物面更“凸”，反射三角均位于抛物面内，即使对目标节点进行径向平移等操作也很难达到很高的贴近程度。

7.3 模型的改进

由问题三结果可知，在遗传算法优化后的曲面上，较基准球面而言，空间上相邻的两点移动距离相差较大，即优化后的向量 \mathbf{h} 分布较为离散。我们可以对适应度函数作为改进，如进行多目标的遗传算法，目标分别为拟合目标曲面以及向量 \mathbf{h} 相邻元素相差尽量小，再将两个目标赋予权重生成新的适应度函数再进行求解。

八、 参考文献

[1].孙纯, 朱丽春与于东俊, FAST 主反射面节点运动控制算法. 科学技术与工程, 2012. 12(3): 第 489-493 页.

[2].南仁东, 500m 球反射面射电望远镜 FAST. 中国科学 G 辑:物理学、力学、天文学, 2005(05): 第 3-20 页.

[3].姜鹏, 王启明与赵清, 巨型射电望远镜索网结构的优化分析与设计. 工程力学, 2013. 30(02): 第 400-405 页.

附录

一、支撑材料内容组成

文件名	用途
fujianAnaly.m	第一问主函数；处理原始数据；计算节点到轴线角度；记录 300 米口径内节点
rotatequation.m	计算第二问旋转抛物面
Optim1.m	优化第一问中理想抛物线的焦距
getPara.m	求得 δ 的区间范围
gene_a.m	第二问主函数遗传算法
KeepGoing.m	配合 gene_a.m 使用，增加进化轮次
jianyanbound.m	判断遗传算法初始 bound 长度
zhusuo.m	生成 distan.mat 工作区
Datawrite.m	第二问数据写入 excel 表格
resultShow	绘制第二问工作抛物面
m2021_a_t3.m	第三问主函数计算吸收比
adaptFun.m	遗传算法适应度函数（包含 0.07%判定）
Code.m	遗传算法编码函数
Cross.m	遗传算法交配函数
Mutation.m	遗传算法变异函数
select.m	遗传算法变异函数
test.m	判断有无超出边界条件
draw.m	绘制二维理想曲面
fun1.m	输出方差
fun2.m	判断是否超过促动器 0.6 米要求
h_xyz.m	径长转为直角坐标
theta_r.m	抛物面角度转为径长
theta_r2.m	抛物面 2 角度转为径长
dotdistance.m	获得主索长度
isinTriangle.m	判断是否在三角形内
plane.m	三点求平面
tris.m	求三角型面积
附件 1&2.mat	附件初始数据
in&out.mat	指示是否在 300 米口径内

Newtriangle.mat	存放 300 米口径内三角形数据
0.005bound100 代.mat	第二问遗传算法结果
result.xlsx	第二问中所要求的 excel 表

二、关键程序源代码

附录 1: fujianAnaly.m

介绍: MATLAB 代码; 第一问主函数; 处理原始数据; 计算节点到轴线角度; 记录 300 米口径内节点

```

clc;clear;clf
data1=xlsread('附件 1.xlsx');
data2=xlsread('附件 2.xlsx');
figure(1)
scatter3(data1(:,1),data1(:,2),data1(:,3),[],[0.2,0.5,0.8])%基准节点
% figure(2)
% plot3(data1(:,1),data1(:,2),data1(:,3),'color','r','LineWidth',2)
% axis equal
hold on
scatter3(data2(:,1),data2(:,2),data2(:,3),'!','r');%促动器
scatter3(data2(:,4),data2(:,5),data2(:,6),'!','o');%促动器
for i=1:2226
    hold on
    plot3([data2(i,1),data2(i,4)],[data2(i,2),data2(i,5)],[data2(i,3),data2(i,6)],'blue');%
促动器连线
end
axis equal
R=300.4;
% r=(data2(:,4).^2+data2(:,5).^2).^(1/2);
% theta=asin(r/R);
Q1=[0,0,0];
Q2=-[cos(78.169/90*(pi/2))*cos(36.795/90*(pi/2)),cos(78.169/90*(pi/2))*sin(36.795/
90*(pi/2)),sin(78.169/90*(pi/2))];
D=[];
for i=1:2226

```

```

        P=[data2(i,4),data2(i,5),data2(i,6)];
        d = norm(cross(Q2-Q1,P-Q1))/norm(Q2-Q1);
        D=[D;d];
    end
    theta=asin(D/R);
    r0=[];
    r1=[];
    in=[];%记录口径内的节点序列
    out=[];%记录口径外的节点序列
    for i=1:2226
        if theta(i)<0.5255%asin(150.5/300)
            r0=[r1;theta_r2(theta(i))];
        else
            r0=[r0;300.4];
        end%问题一的理想曲面
        if theta(i)<0.5121%asin(147/300)
            r1=[r1;theta_r(theta(i))];
            in=[in;i];
        else
            r1=[r1;300.4];
            out=[out;i];
        end%优化过后的理想曲面
    end
    figure(2)
    scatter3(data1(in,1),data1(in,2),data1(in,3),'!','k');%绘制内部节点
    hold on
    scatter3(data1(out,1),data1(out,2),data1(out,3),'o','k');%绘制外部节点
    % figure(2)
    % scatter3(data2(:,4),data2(:,5),data2(:,6),[],theta);%促动器距离
    % axis equal

    hold on
    plot3([310*Q2(1),0],[310*Q2(2),0],[310*Q2(3),0],'r','linewidth',3);%绘制光线方向轴

```

线

axis equal

%此处绘制的都是球面上的点

附录 2: gene_a.m

介绍: MATLAB 程序; 第二问主函数遗传算法

%遗传算法 (GA)

%使用时需定义目标函数 fun

clear;clc;clf

A = xlsread('附件 1','B:D');

maxgen=50;

sizepop=100;%种群数量

pcross=0.6;%交叉率

pmutation=0.01;%变异率

lenchrom = ones(1,2226);%染色体

% load('r1.mat');

% R=300.4;

% linearNoise=linspace(0.05,0,2226);

% linearNoise=linearNoise';

% vlb=R-r1-0.018-linearNoise;

% vub=R-r1-0.018+linearNoise;

% for i=1:2226

% if vub(i)>0.6

% vub(i)=0.6;

% end

% end

% region=[vlb vub];

% bound = region;%自变量范围

load('r1.mat');


```

R=300.4;
linearNoise=linspace(0.05,0,2226);
linearNoise=linearNoise';
vlb=-linearNoise;
vub=+linearNoise;
for i=1:2226
    if vub(i)>0.6
        vub(i)=0.6;
    end
end
region=[vlb vub];
bound = region;%自变量范围

individuals= struct('fitness',zeros(1,sizepop),'chrom',[]);
avgfitness = [];
bestfitness = [];
bestchrom = [];
fitness_history=[];%新加进去的

%对个体赋值，生成种群
for i = 1 : sizepop
    %     flag = 0;
    %     while flag == 0
    individuals.chrom(i,:)=Code(lenchrom,bound);%code 编码
    %     end
    %x=individuals.chrom(i,:);
    individuals.fitness(i)=adaptFun(individuals.chrom(i,:)); %适应度函数
end

[bestfitness,bestindex] = min(individuals.fitness);%记录最佳的适应度及其标号
(bestindex)
bestchrom = individuals.chrom(bestindex,:);%最好的染色体
avgfitness = sum(individuals.fitness) / sizepop; %平均适应度

```

```

trace = [];
for i = 1 : maxgen
    individuals = Select(individuals,sizepop);%选择操作(轮盘法)
    avgfitness = sum(individuals.fitness) / sizepop;
    %    fprintf("%d",i);
    individuals.chrom = Cross(pcross,lenchrom,individuals.chrom,sizepop,bound);%交叉
操作
    %    fprintf("%d",i);
    individuals.chrom =
Mutation(pmutation,lenchrom,individuals.chrom,sizepop,[i,maxgen],bound);%变异操作

    %计算适应度函数
    for j = 1 : sizepop
        x=individuals.chrom(j,:);
        individuals.fitness(j) = adaptFun(individuals.chrom(j,:));
    end

    %检测是否有更好的个体产生(注意是极小型数据还是极大型数据,这里采用极小
型数据)
    [newbestfitness,newbestindex]=min(individuals.fitness);
    [worstfitness,worstindex]=max(individuals.fitness);
    if bestfitness > newbestfitness
        bestfitness = newbestfitness;
        bestchrom = individuals.chrom(newbestindex,:);
    end
    individuals.chrom(worstindex,:) = bestchrom;
    individuals.fitness(worstindex) = bestfitness;

    avgfitness = sum(individuals.fitness) / sizepop; %平均适应度

    trace = [trace;avgfitness,bestfitness];
    fprintf("%d\n",i);
    %    %新加的
    %    figure(1)

```

```

% %      axis([0 100 0.18 0.3])
%      hold on;
%      plot(i,trace(i,1),'r. ');
%      hold on;
%      plot(i,trace(i,2),'b. ');
%      drawnow
fitness_history=[fitness_history individuals.fitness'];
%      %新加的
end

figure(1)
plot((1 : maxgen)',trace(:,1),'r-',(1 : maxgen)',trace(:,2),'b--');
title(['函数值曲线 ' '终止代数=' num2str(maxgen)], 'fontsize', 12);
xlabel('进化代数', 'fontsize',12);
ylabel('函数值','fontsize',12);
legend('各代平均值','各代最佳值','fontsize',12);
ylim('auto')
disp('函数值变量');
disp([bestfitness,x]);
load('newtriangle.mat') %三角形顶点
load('inlight.mat')      %照明区域内主锁节点序号
load('附件 1&2.mat')      %data_1 为主锁节点坐标， data_2 为促动器上下端坐标
load('r1.mat')
% A = data1;
rate_history=[];
intrianglenumber_history=[];
% for delta=0.006:0.006
A =h_xyz(data1,data2(:,4:6),bestchrom');
%判断三角形三个顶点是否都在矩阵内
lighttriangle = [];      %照明区域内所有三角形的主锁节点序号
for i = 1 : 4300
    flag = 0;
    for j = 1 :3
        if ismember(newtriangle(i,j),inlight) == 1

```

```

        flag = flag + 1;
    end
end
if flag == 3
    lighttriangle = [lighttriangle;newtriangle(i,:)];
end
end

%旋转操作 绕 z 轴逆时针转过 pi/2-alpha,再绕 x 轴逆时针转过 pi/2-beta
alpha = (36.795*pi/180);
beta = (78.169*pi/180);
rotate
[1,0,0;0,cos(pi/2-beta),-sin(pi/2-beta);0,sin(pi/2-beta),cos(pi/2-beta)]*[cos(pi/2-alpha),-sin(
pi/2-alpha),0;sin(pi/2-alpha),cos(pi/2-alpha),0;0,0,1];
rA = rotate * A';    %旋转后所有主锁节点的坐标
rA = rA';
load('in&out.mat')
figure(2)
scatter3(rA(:,1),rA(:,2),rA(:,3)); %旋转后的散点图
scatter3(rA(in,1),rA(in,2),rA(in,3),'k');%绘制内部节点
hold on
scatter3(rA(out,1),rA(out,2),rA(out,3),'o','k');%绘制外部节点
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
axis equal

rinlight = rA(inlight,:); %旋转后照明区域内主锁节点坐标
planepara = [];          %三角形对应的平面参数(ax+by+cz+1=0)
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    a = lighttriangle(i,1);
    b = lighttriangle(i,2);
    c = lighttriangle(i,3);
    abctri = [rA(a,:);rA(b,:);rA(c,:)];

```

```

    tempplane = plane(abctri);
    planepara = [planepara;tempplane];
end

r = 300.4;
%对称操作
kuiyuanqi = [0,0,-(1-0.466)*r]; %馈源器坐标
kuiyuanqi2 = []; %对称后的馈源器坐标
for i = 1 : size(planepara,1)
    %法向量单位化
    len = norm(planepara(i,:));
    planepara(i,:) = planepara(i,:)/len;

    %将法向量统一朝向
    if planepara(i,3) < 0
        planepara(i,:) = -planepara(i,:);
    end

    %在三角形上取一点
    randomdot = rA(lighttriangle(i,1,:));
    RanF = randomdot - kuiyuanqi;
    thiskuiyuanqi = 2*(dot(RanF,planepara(i,:)))*planepara(i,:)+kuiyuanqi;
    kuiyuanqi2 = [kuiyuanqi2;thiskuiyuanqi];
end
hold on
scatter3(kuiyuanqi2(:,1),kuiyuanqi2(:,2),kuiyuanqi2(:,3),'r');

%判断馈源器是否能够接收到光信号
intriangle = []; % 能够使光信号反射到馈源舱的三角平面序号
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    thistriangle
    [rA(lighttriangle(i,1),1:2);rA(lighttriangle(i,2),1:2);rA(lighttriangle(i,3),1:2)];
    flag = isinTriangle(kuiyuanqi2(i,1:2),thistriangle);
    if flag == 1

```

```

        intriangle = [intriangle,i];
    end
end

%求三角形面板的总投影面积
sumTriangle = 0;
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    a = rA(lighttriangle(i,1,:));
    b = rA(lighttriangle(i,2,:));
    c = rA(lighttriangle(i,3,:)); %三角形的三个点坐标
    Atri = [a;b;c];
    Atri(:,3) = 0;
    thistriangleS = tris(Atri);
    sumTriangle = sumTriangle + thistriangleS;
end

%求馈源舱能收到的光信号面积
vector_n = [0,0,1]; % 馈源舱的法向量
singleS = pi * 0.5^2;
sumCircle = 0;
for i = 1 : size(intriangle,2)
    costheta = cos(2*acos(dot(vector_n,planepara(intriangle(1,i),:))));
    sumCircle = sumCircle + singleS * costheta;
end
rate = sumCircle/sumTriangle;
rate_history=[rate_history;rate];
intrianglenunder_history=[intrianglenunder_history;size(intriangle)];
% end

figure(3)
displace=h_xyz(data1,data2(:,4:6),bestchrom);
for i=1:2226
    scatter3(displace(i,1),displace(i,2),displace(i,3));
end

```

附录 3: m2021_a_t3.m

介绍: 第三问主函数计算吸收比

```
%m2021_a_t3

clear;clc;clf
load('newtriangle.mat') %三角形顶点
load('inlight.mat')      %照明区域内主锁节点序号
load('附件 1&2.mat')     %data_1 为主锁节点坐标, data_2 为促动器上下端坐标
load('r1')
load('0.005bound100 代.mat')
% A = data1;
rate_history=[];
intrianglenumber_history=[];
% for delta=0.006:0.006
% for delta=0:0.001:0.06
A =h_xyz(data1,data2(:,4:6),300.4-r1);%%%注意在这里改变量
%判断三角形三个顶点是否都在矩阵内
lighttriangle = []; %照明区域内所有三角形的主锁节点序号
for i = 1 : 4300
    flag = 0;
    for j = 1 :3
        if ismember(newtriangle(i,j),inlight) == 1
            flag = flag + 1;
        end
    end
    if flag == 3
        lighttriangle = [lighttriangle;newtriangle(i,:)];
    end
end

%旋转操作 绕 z 轴逆时针转过 pi/2-alpha,再绕 x 轴逆时针转过 pi/2-beta
alpha = (36.795*pi/180);
```

```

beta = (78.169*pi/180);
rotate
[1,0,0;0,cos(pi/2-beta),-sin(pi/2-beta);0,sin(pi/2-beta),cos(pi/2-beta)]*[cos(pi/2-alpha),-sin(
pi/2-alpha),0;sin(pi/2-alpha),cos(pi/2-alpha),0;0,0,1];
rA = rotate * A';    %旋转后所有主锁节点的坐标
rA = rA';
load('in&out.mat')
scatter3(rA(:,1),rA(:,2),rA(:,3)); %旋转后的散点图
scatter3(rA(in,1),rA(in,2),rA(in,3),'k');%绘制内部节点
hold on
scatter3(rA(out,1),rA(out,2),rA(out,3),'o','k');%绘制外部节点
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
axis equal

rinlight = rA(inlight,:); %旋转后照明区域内主锁节点坐标
planepara = [];          %三角形对应的平面参数(ax+by+cz+1=0)
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    a = lighttriangle(i,1);
    b = lighttriangle(i,2);
    c = lighttriangle(i,3);
    abctri = [rA(a,:);rA(b,:);rA(c,:)];
    tempplane = plane(abctri);
    planepara = [planepara;tempplane];
end

r = 300.4;
%对称操作
kuiyuanqi = [0,0,-(1-0.466)*r]; %馈源器坐标
kuiyuanqi2 = [];                %对称后的馈源器坐标
for i = 1 : size(planepara,1)
    %法向量单位化
    len = norm(planepara(i,:));

```



```

planepara(i,:) = planepara(i,:)./len;

%将法向量统一朝向
if planepara(i,3) < 0
    planepara(i,:) = -planepara(i,:);
end

%在三角形上取一点
randomdot = rA(lighttriangle(i,1),:);
RanF = randomdot - kuiyuanqi;
thiskuiyuanqi = 2*(dot(RanF,planepara(i,:)))*planepara(i,:)+kuiyuanqi;
kuiyuanqi2 = [kuiyuanqi2;thiskuiyuanqi];
end
hold on
scatter3(kuiyuanqi2(:,1),kuiyuanqi2(:,2),kuiyuanqi2(:,3),'r');

%判断馈源器是否能够接收到光信号
intriangle = []; % 能够使光信号反射到馈源舱的三角平面序号
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    thistriangle
    [rA(lighttriangle(i,1),1:2);rA(lighttriangle(i,2),1:2);rA(lighttriangle(i,3),1:2)];
    flag = isinTriangle(kuiyuanqi2(i,1:2),thistriangle);
    if flag == 1
        intriangle = [intriangle,i];
    end
end

%求三角形面板的总投影面积
sumTriangle = 0;
for i = 1 : size(lighttriangle,1)
    a = rA(lighttriangle(i,1),:);
    b = rA(lighttriangle(i,2),:);
    c = rA(lighttriangle(i,3),:); %三角形的三个点坐标
    Atri = [a;b;c];

```

```

    Atri(:,3) = 0;
    thistriangleS = tris(Atri);
    sumTriangle = sumTriangle + thistriangleS;
end

%求馈源舱能收到的光信号面积
vector_n = [0,0,1]; % 馈源舱的法向量
singleS = pi * 0.5^2;
sumCircle = 0;
for i = 1 : size(intriangle,2)
    costheta = cos(2*acos(dot(vector_n,planepara(intriangle(1,i),:))));
    sumCircle = sumCircle + singleS * costheta;
end
rate = sumCircle/sumTriangle;
rate_history=[rate_history;rate];
intriangelnumber_history=[intriangelnumber_history;size(intriangle)];
% end
% figure(2)
% plot(0:0.006:0.06,rate_history)

```