Transformada Discreta de Fourier (DFT)

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) é uma ferramenta essencial no processamento de sinais digitais, permitindo a análise de sinais no domínio da frequência. Diferente da Transformada de Fourier Contínua, a DFT opera sobre sinais discretos e finitos.

Definição da DFT

A DFT de uma sequência x[n]x[n] de comprimento NN é definida como:

```
 X[k] = \sum_{n=0}^{\infty} 1_x[n] e^{j2\pi kn/N}, k=0,1,...,N-1X[k] = \sum_{n=0}^{\infty} 1_x[n] e^{-j2\pi kn/N}, k=0,1
```

onde:

- X[k]X[k] representa os coeficientes espectrais do sinal.
- NN é o número de pontos da DFT.
- e−j2πkn/Ne^{-j 2\pi k n / N} é o fator de base exponencial complexo.

A **Transformada Inversa de Fourier** permite recuperar o sinal original:

```
x[n]=1N\sum_{k=0}^{-1}X[k]ej2\pi kn/Nx[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j2}e^{j2}k n / N
```

Propriedades da DFT

A DFT possui diversas propriedades úteis: Linearidade: A soma de dois sinais resulta na soma de suas DFTs. Periodicidade: A DFT é periódica com período NN. Simetria: Para sinais reais, a DFT exibe simetria conjugada. Convolução: A convolução no domínio do tempo equivale à multiplicação no domínio da frequência.

Aplicações da DFT

A DFT é amplamente utilizada em: Análise espectral de sinais digitais. Compressão de dados e processamento de áudio. Filtragem digital e remoção de ruídos. Modulação e demodulação em sistemas de comunicação.

Simulação Computacional

Podemos implementar a DFT em Python usando a biblioteca NumPy:

python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Sinal de exemplo
```

```
N = 64
n = np.arange(N)
x = np.sin(2 * np.pi * 10 * n / N) # Sinal senoidal

# Cálculo da DFT
X = np.fft.fft(x)

# Plotando o espectro de magnitude
plt.plot(np.abs(X))
plt.title("Espectro de Magnitude da DFT")
plt.xlabel("Frequência")
plt.ylabel("Magnitude")
plt.show()
```

Esse código calcula a DFT de um sinal senoidal e exibe seu espectro de magnitude.