

1-2-3 Domneva

Gašper Domen Romih

April 4, 2020

1 Osnovne definicije

2 1-2-3 Domneva

- Zgodovinski okvir

Graf

Graf G je urejen par (V, E) , kjer je množica V množice vozlišč in $E \subset V^2$ množice povezav.

Barvanje grafa

Barvanje grafa $G = (V, E)$ je preslikava $c : V \rightarrow S$. Množici S rečemo množica barv. Rečemo, da je barvanje **pravilno**, če za vsak $uv \in E$ velja $c(u) \neq c(v)$.

Utežitev grafa

Utežitev grafa je preslikava $\omega : E \rightarrow W$. V kolikor je množica uteži W oblike $\{1, 2, \dots, k\}$ rečemo, da je preslikava ω k -utežitev grafa G .

Od utežitve do barvanja

Barvanje grafa z k -utežitvijo

Naj bo ω neka k -utežitev grafa G . Sedaj definiramo preslikavo $c_\omega : V \rightarrow S$ na naslednji način:

$$c_\omega(u) = \sum_{e=uv \in E} \omega(e).$$

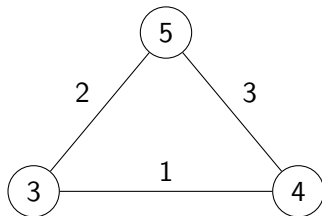


Figure: Primer 3-utežitve, ki porodi pravilno 3-barvanje.

Označimo z $\mu(G)$ najmanjši tak k za katerega obstaja k -utežitev ω grafa G , ki inducira pravilno barvanje c_ω .

1-2-3 Domneva

Za vsak povezan graf G , ki ni K_2 je $\mu(G) \leq 3$.

- Leta 2004 v članku [1] zastavljena domneva.
- Leta 2007 dokazano $\mu(G) \leq 30$.
- Leta 2008 dokazano $\mu(G) \leq 16$.
- Leta 2008 dokazano $\mu(G) \leq 13$.
- Leta 2009 $\mu(G) \leq 6$.
- Leta 2010 $\mu(G) \leq 5$. To je do sedaj tudi najboljši rezultat za splošne grafe.

Opomba

Kljub temu, da je trenutno najboljša zgornja $\mu(G) \leq 5$ je veliko znanin družin grafov dokazano $\mu(G) \leq 3$.