PONOVITEV 0/1 NAHRBTNIKA

Vhod:

- predmeti (v_i, c_i) za $i = 1, 2 \ldots n$
- velikost predmeta W

Izhod:

- $x = (x_1, \ldots x_n)$; $x_i = \begin{cases} 1; & \text{vzamemo } i\text{-ti predmet} \\ 0; & \text{sicer} \end{cases}$

tako da $\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \leq W$ in $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ maksimalna možna

$G(i, w)$ = maksimalna vrednost nahrbtnika iz predmeti $1, \ldots i$ in velikostjo w.

$G(i, w) = \max(G(i-1, w), G(i-1, w - v_i) + c_i)$ + robni pogoji

$G(i, w)$ gledamo kot funkcijo spremenljivke w.

$S_i \ldots$ opisuje $G(i, \cdot)$

$Z_i \ldots$ opisuje $G(i, \cdot)$ pri čemer i-ti predmet vzamemo

$Z_i \ldots$ "$S_{i-1} \dotplus (v_i c_i)$"

$S_i \ldots$ "zlitje S_{i-1} in Z_i"

PRIMER

Vprašanje 1

pri prepisu množice je prišlo natanko enem paru pri prepisu množice je prišlo do napake. Kateri par je napačen in kakšen bi moral biti? Opiši, kako lahko napako ugotoviš, ne da bi šli 25 računati na novo.

5. predmet $(45, 6)$

$Z_5 = S_4 \dotplus (45, 6)$

$z_5 = [(45,6), (56,12), (72,16), \dots]$

Brez računanja z_5 bi lahko ugotovili tako, da bi preverili če je z_5 naraščajoča

Vprašanje 2

Če imamo na voljo 160 enot prostora, kakšna je optimalna vrednost nahrbtnika?

V S_8 pogledamo zadnji (manjši) par (w,c) tako, da je $w \leq 160$. Tak par je $(152,40)$. Optimalna vrednost 40.

Vprašanje 3

Koliko neizkoriščenega prostora nam ostane, če optimalno napolnimo nahrbtnik velikosti 110 s prvimi petimi predmeti. Kakšna je ta optimalna vrednost polnitve? Opiši vse možne načine, kako dosežemo to optimalno vrednost?

$w = 110$, $i = 5$

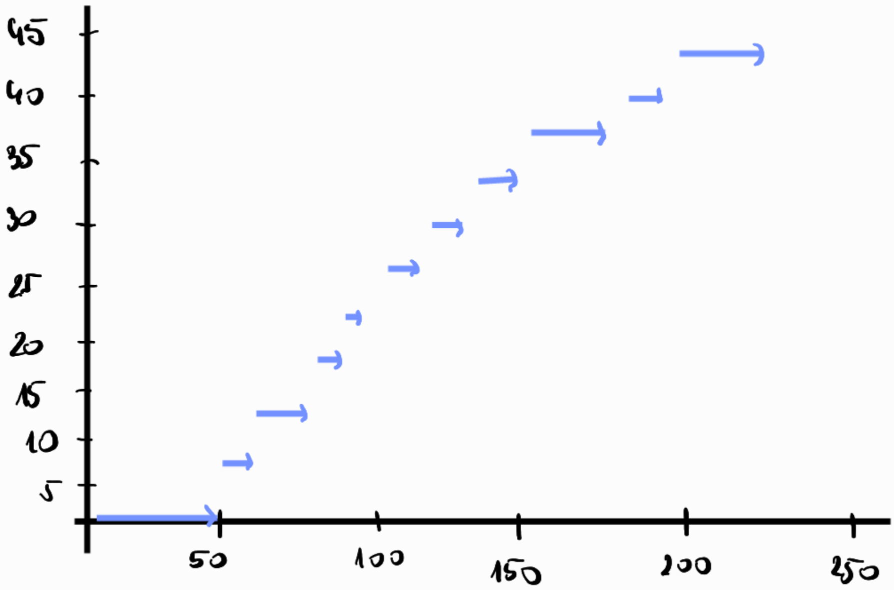
Par iz S_5 $(99,26)$ tako, da ostane neizkoriščenega prostora 11, optimalna vrednost je 26.

	je v z_i	je v S_i	x
$(99,26)$	0	0	$x_5 = 0$
$(99,26)$	1	0	$x_4 = 1$
$(67,19)$	1	0	$x_3 = 1$
$(51,15)$	1	0	$x_2 = 1$
$(11,6)$	1	0	$x_1 = 1$

torej $x = [1,1,1,1,0]$

Vprašanje 4

Skiciraj graf funkcije, ki pokaže, kako se v odvisnosti od razpoložljivosti prostora spreminja optimalna vrednost nahrbtnika, če imamo na voljo prvih 6 predmetov in 6. predmet moramo dati iz nahrbtnika. Opazovati moramo Z_6, ker 6 elementov vzamemo.



Vprašanje 5

Ugotovili smo, da imamo na voljo še en predmet in sicer velikosti 15 in vrednosti 4 (torej je na voljo 9 predmetov). Kakšna je optimalna vrednost nahrbtnika, ki ima 140 enot prostora? Opiši vse možne načine, kako dosežemo to optimalno vrednost?

Novi predmet $(15,4)$

optimalna vrednost nahrbtnika z 140 enot prostora

$G(9, 190) = ?$

$\boxed{\text{prvi način}}$

$z_9 = + (15, 4) = [(15, 4), (24, 9), (26, 10) \dots]$

$S_9 = S_8 \oplus z_9$

$\boxed{\text{drugi način}}$

$G(8, 190) = \max(G(8, 190), G(8, 165) + 4)$

iz S_8 izberemo:

$G(8, 190) = 40$

$G(8, 165) + 4 = 44$

$\Rightarrow G(9, 190) = 44$

	je v z_i	je v S_i	x
(167, 44)	0	0	$x_9 = 1$
(152, 40)	1	0	$x_8 = 1$
(108, 31)	1	0	$x_7 = 1$
(99, 26)	0	1	$x_6 = 0$
(99, 26)	0	0	$x_5 = 0$
(99, 26)	1	0	$x_4 = 1$
(67, 19)	1	0	$x_3 = 1$
(51, 15)	1	0	$x_2 = 1$
(11, 6)	1	0	$x_1 = 1$

torej $x = [1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1]$

NALOGA 2.

$\check{s}tnam = [3, 34, 4, 12, 5, 2]$, $S = 9$

Ali lahko S zapišemo kot vsoto števil iz $\check{s}tnama$?

Prvi način (dinamično):

$$vsota(i, s) = \begin{cases} true, & \text{če } S \text{ lahko zapišemo kot vsoto z } [s_1, \dots, s_n] \\ false, & \text{sicer} \end{cases}$$

$$vsota(i, S) = vsota(i-1, S - s_i) \vee vsota(i-1, S)$$

Robni pogoji:

$vsota(i, S) = true \dots s_i = S$

$vsota(0, 0) = true$

$vsota(i, 0) = false \dots i > 0$