## 面向COVID-19的传播动力学建模

### 传播动力学模型

经典SIR模型[1]将群体状态分成三类：易感者（S）、感染者（I）、康复者（R），其中易感者是指没有被感染但缺乏免疫能力并且容易被感染者传染的群体；感染者是指已经被感染并且能够将病毒传染给易感者的群体；痊愈者是指已经隔离或者对病毒具有免疫能力的群体。这三类群体的的状态按照一定的转换率互相转换，转移图如图1所示，构建对应的SIR模型的传播动力学方程式（1）。



图1 经典SIR模型的状态转移图

(1)

式中S(t)、I(t)、R(t)分别是t时刻的易感者、感染者与康复者的人数；N为人口总数；β表示接触传染率；γ表示感染者的治愈率。

但针对COVID-19这种疾病，该模型并不能够反映实际的传播特点，结合COVID-19具有一定的潜伏期的问题，并引入人口的流入流出，来体现疾病的扩散风险。在此基础上我们使用改进的SEIR模型，该模型引入了潜伏期的个体类型，并将人口的流入流出情况纳入考虑，改进后的SEIR模型如图2所示

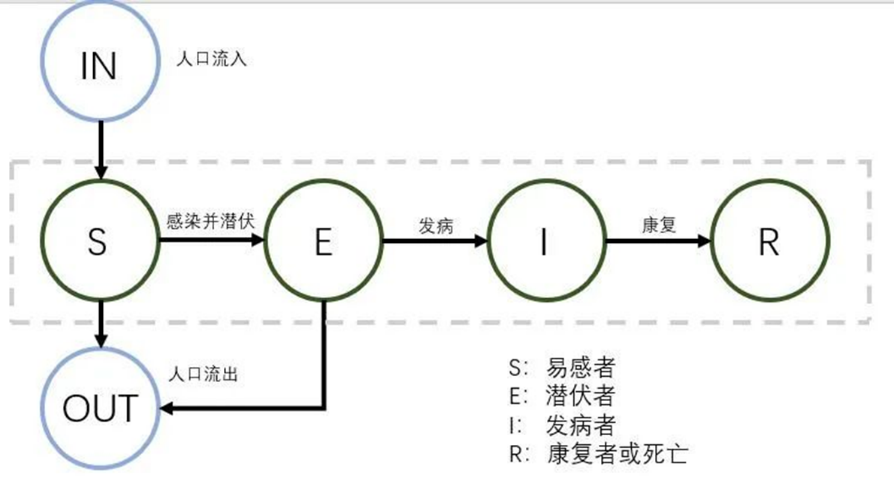


图2 引入人口流动的SEIR模型

由于人口的流动与传染病的各个状态的相关性较弱，因此我们将IN与 OUT设定为外部量，考虑到IN与OUT都是在离散时间上的变量，我们可以得到引入人口流动的SEIR模型的传播动力学的差分方程

(2)

其中S(t),E(t),I(t),R(t),IN(t),OUT(t),N(t)分别代表t时刻易感者人数、潜伏者人数、发病者人数、康复者人数、流入人口数量、流出人口数量,总人口数量，这些变量基本都能由现实的数据直接或者间接的获得，是模型推理的数据基础。

而α、β、γ分别代表潜伏者转变成感染者的速率，感染者疾病传染的速率，感染者康复或被的速率，这些数据里部分能通过现实的病理学研究直接获取，部分只能通过参数辨识问题求解。我们可以得到所有的参数如下表

|  |  |
| --- | --- |
| 参数名称 | 解释 |
| S(t) | t时刻易感者人数 |
| E(t) | t时刻潜伏者人数 |
| I(t) | t时刻感染者人数 |
| R(t) | t时刻痊愈者或被收入方舱的人数 |
| IN(t) | t时刻流入人口数量 |
| OUT(t) | t时刻流出人口数量 |
| N(t) | t时刻总人口数量 |
| α | 潜伏者转变成感染者的速率，其倒数为潜伏期长度 |
| β | 感染者传染的速率 |
| γ | 感染者康复或被隔离的的速率 |

表1 SEIR模型中参数意义

由于潜伏期长度并不由人为干预改变，因此，我们可以以现实的回顾性病理研究为准，获取该数据，而根据[2]中的数据，可以得知，平均潜伏时间为5.2d。而β、γ都与实际的防控措施相关，因此即使我们有病理学的研究数据，依然只能通过参数辨识问题来求解。因此我们引入累计确诊人数，并以\*代表实际数据，可以得到以下参数辨识问题。

(3)

而上述优化问题可以借助LM方法求解最佳参数估计。

### 武汉疫情的分析

根据以上的分析，我们可以知道决定武汉疫情中参数的确定的关键因素为政府的防控措施，因此我们根据政府的防疫措施将疫情分成三个阶段：

第一阶段--无措施期（2019/12/27-2020/1/22）：该阶段政府没有采取任何有效的防控措施。

第二阶段--封城初期（2020/1/23/-2020/2/15）:该阶段由于钟南山院士宣布存在“人传人”现象，武汉开始封城，市民活动强度骤减，政府大幅度提高病例检测力度，但由于患者数量激增，武汉市医疗资源被挤兑，大量确诊病例无法住院，只能回家自我隔离或不断赴医院排队，造成大量家庭和医院感染。

第三阶段--全面严控期（2020/2/15-2020/3/19）:政府采取更严格管控措施限制人员活动和密切接触；紧急增加床位并设立方舱医院，力推“大排查”和“应收尽收”，集中收治轻症患者，切断家庭和医院感染途径。

因此我们可以根据三个阶段的时间划分，分别计算最佳的参数估计：

其中数据来源于武汉公共数据开放平台以及卫健委公告爬虫数据

[1]. Dietz K. The first epidemic model: a historical note on PD En'ko[J]. Australian Journal of Statistics, 1988, 30(1): 56-65.

[2].中华预防医学会新型冠状病毒肺炎防控专家组.新型冠状病毒肺炎流行病学特征的最新认识[J].中国病毒病杂志,2020,10(02):86-92.DOI:10.16505/j.2095-0136.2020.0015.