

# SISTEMAS DE CONTROL 1

## TRABAJO INTEGRADOR 2022

### CONTROL DE VELOCIDAD CRUCERO DE AUTOMÓVIL

**Docentes:**

- ❖ Mg. Ing. Juan Pablo Pedroni.
- ❖ Ing. Adrián Claudio Agüero.

**Autores:**

Matrícula	Nombres y Apellidos	Carrera
40416697	Gaspar Segura	Ing. en Computación
42935935	Gaston Marcelo Segura	Ing. en Computación

# ÍNDICE

<b>DEFINICIÓN DEL PROBLEMA</b>	<b>2</b>
Variables del Sistema	2
Perturbaciones	3
RESISTENCIA AERODINÁMICA	4
RESISTENCIA DE RODADURA	5
RESISTENCIA POR SUBIDA/GRADIENTE/PENDIENTE	6
<b>ANÁLISIS DE LA PLANTA</b>	<b>7</b>
Diagrama de Bloques	7
Funciones de Transferencia	8
-Vehículo	8
-Motor	9
-Sensor de Velocidad	10
-Adaptador de interfaz de usuario	10
-Adaptador de unidad de velocidad	11
-Adaptador de velocidad lineal a velocidad angular	11
Función de transferencia a lazo abierto	11
Determinación del Error	12
Función de transferencia de lazo cerrado	14
<b>ESPECIFICACIONES DE DISEÑO</b>	<b>17</b>
<b>DISEÑO DEL CONTROLADOR</b>	<b>18</b>
<b>SIMULACIÓN</b>	<b>20</b>
Simulación con Perturbación en el Sensor	23
<b>CONCLUSIÓN</b>	<b>25</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>27</b>
<b>ANEXO</b>	<b>27</b>

# DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En el presente trabajo nos abocaremos a resolver la problemática del control de velocidad de un vehículo:

El control de velocidad para automóviles es un asistente bastante útil para cualquier conductor. Es un sistema integrado al vehículo que regula los diferentes mecanismos para que este se mantenga a la velocidad que el usuario indicó (setpoint) dentro de un cierto margen de variación. Al hacerse cargo de la velocidad que lleva el vehículo, facilita la labor del conductor liberándolo de tener que controlar el velocímetro y de tener que modular con el pedal del acelerador. Por tanto, el control de velocidad permite al conductor fatigarse menos al reducir el número de tareas que hay que controlar durante la conducción, lo que debería repercutir en una mejor concentración en el resto de tareas, como el control de la dirección.

El tradicional control de crucero consta principalmente de tres componentes que trabajan en conjunto para llevar a la planta (vehículo) a la condición deseada (velocidad de desplazamiento), estos son: una interfaz accesible por el usuario que le permite setear la velocidad deseada y activar el sistema de control, por otro lado para poder controlar efectivamente la velocidad del vehículo se utiliza un sensor que mide la velocidad a la que se encuentra en todo momento, esta información se ingresa en el sistema de control el cual realiza la acción de control mediante la variación del acelerador del motor.

En resumen, el objetivo principal de este sistema es mantener constante la velocidad, de manera que al detectar que el auto varía su velocidad alejándose de la seteada, se encarga de acondicionarlo de forma automática.

## Variables del Sistema

Se toma como vehículo para modelar la planta a un automóvil contemporáneo de características promedio. Cuyas especificaciones de interés son:

Torque = 145 @ 4600 [Nm @ rpm]

Masa del vehículo = 1084 kg

Velocidad de referencia del vehículo = 27,78 m/s

Coeficiente de arrastre aerodinámico = 0,38

Coeficiente de resistencia de rodadura = 0,0184

Densidad del aire = 1,2 kg/s<sup>3</sup>

Aceleración debido a la gravedad = 9,81 m/s<sup>2</sup>

#### DIMENSIONES DEL VEHÍCULO:

Largo = 4442 mm

Ancho = 1694 mm

Alto = 1477 mm

Radio de las ruedas = 304 mm

## Perturbaciones

Dentro de las leyes de la Física clásica, podemos estudiar la física del movimiento de los vehículos. Se formulan entonces dos supuestos que adquieren gran relevancia si tratamos de estudiar el movimiento de un vehículo:

1. Cualquier cuerpo que deba moverse de forma continua y uniforme (velocidad constante) deberá recibir una fuerza impulsora que sea igual en magnitud y opuesta en sentido a las fuerzas que se oponen al desplazamiento.
2. Para que un cuerpo experimente una variación de su velocidad, lo que se denomina aceleración, dicho cuerpo debe sufrir una fuerza neta que aumentará su cantidad de movimiento si esta es positiva; si la fuerza es negativa, es decir, opuesta al movimiento, la cantidad de movimiento del cuerpo disminuirá ya que estará sometido a una deceleración, como es el caso de una frenada de un vehículo.

En el caso de un vehículo, disponemos de la fuerza impulsora que proporciona su motor (independientemente del principio de funcionamiento del motor). Esta fuerza es necesaria para vencer una serie de fuerzas que se oponen a su avance, las denominadas **perturbaciones**. Las hay tanto internas (fricción en los distintos componentes por ej.), las cuales no serán consideradas en el modelado ya que son despreciables en comparación con las externas que se enuncian a continuación:

- Resistencia aerodinámica
- Resistencia a la rodadura
- Resistencia de pendiente

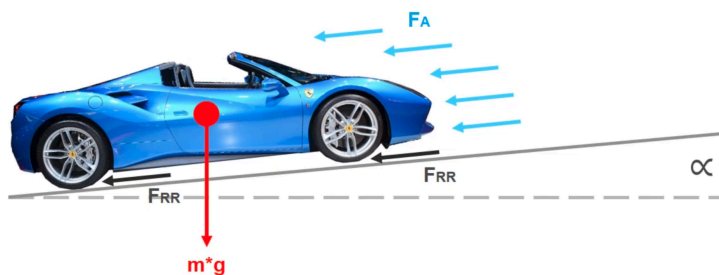


Figura 1: imagen ilustrativa de las fuerzas que actúan sobre el vehículo

Para que un automóvil, o cualquier vehículo, avance es necesaria la fuerza que aporta el par motor. Si el par es suficiente para vencer las antes mencionadas fuerzas, se desplazará el automóvil. A continuación se detalla cada una de ellas:

## **RESISTENCIA AERODINÁMICA**

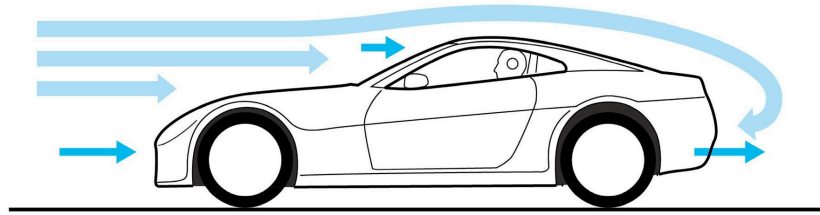
Es la fuerza que opone el aire al avance del automóvil, que ha de hacerse sitio para desplazarse. La resistencia aerodinámica de un vehículo la provoca la necesidad de apartar de delante y reposicionar detrás del coche el gran volumen de aire que estamos atravesando. Cuando un coche avanza se produce una importante diferencia de presión entre la parte frontal del coche, donde chocamos contra el aire, y la parte posterior del coche, donde se crea un efecto de succión tanto más fuerte cuanto más rápido vamos.

Depende de la superficie del frente del vehículo, velocidad de marcha, densidad del aire y del coeficiente de penetración aerodinámica.

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

- **F<sub>a</sub>** es la fuerza para vencer la resistencia aerodinámica.
- **C<sub>x</sub>** es el coeficiente de penetración aerodinámica. Representa el arrastre del vehículo frente al viento en comparación con el arrastre de un objeto teórico capaz de detener el aire en su frente. En la actualidad la mayor parte de los coches se mueven entre el 0,25 y el 0,40, considerándose más eficiente cuanto menor sea el valor.
- $\rho$  es la densidad del aire.
- **S**: superficie frontal. Es el área que ocupa el coche visto frontalmente. A mayor superficie, mayor resistencia al avance ya que el vehículo debe mover más aire. En ella hay que tener en cuenta todo lo que se enfrenta directamente al aire: frontal, parabrisas, espejos, la porción de neumáticos que sale por debajo de la carrocería.
- **v** es la velocidad a la que se desplaza el vehículo.

Como se puede observar, la ecuación que describe la resistencia impuesta por el aire al avance del vehículo presenta una relación no lineal entre la velocidad y dicha fuerza, es decir, dada la forma y tamaño de un coche, la resistencia aerodinámica se va incrementando con el cuadrado de la velocidad. Es lo que se llama un incremento exponencial, y en este caso significa que pequeños incrementos de velocidad dan lugar a grandes incrementos de la resistencia. Para simplificar el modelado en la sección de funciones de transferencia se mostrará cómo se obtuvo una aproximación a esta fuerza que no requiere considerar el cuadrado de la velocidad.



*Figura 2: fuerza de resistencia aerodinámica sobre el vehículo*

## **RESISTENCIA DE RODADURA**

Representa la segunda fuerza más importante que se opone al movimiento de un vehículo después de la resistencia aerodinámica. Se genera por las fricciones entre la superficie del camino y los neumáticos. No obstante, circulando a bajas velocidades la resistencia a la rodadura se convierte en la fuerza más importante (si se supone pendiente nula del camino), incluso por delante de la aerodinámica. Se trata de una fuerza que se opone al movimiento de rodadura y es originada cuando el cuerpo que rueda sobre una superficie se deforma. Esta deformación, aunque sólo sea ligera, es producto de las presiones existentes en los puntos de contacto entre el cuerpo rodante (la rueda) y la superficie de rodadura (el asfalto). En este caso, el cuerpo debe ser actuado por un torque externo que iguale o supere el torque resistente producido por la reacción del piso sobre el cuerpo rodante para mantenerlo con movimiento uniforme.

$$F_r = C_r \cdot m_v \cdot g$$

**$F_r$**  es la fuerza proporcional a la resistencia de rodadura.

**$m_v$**  es la masa del vehículo.

**$C_r$**  es el coeficiente adimensional de resistencia a la rodadura. Permite una comparación entre la fuerza para hacer rodar un cuerpo (Ley de Coulomb de rodadura) y aquella fuerza para hacerlo deslizar (Ley de Coulomb de deslizamiento).

**$g$**  es la aceleración debida a la gravedad.

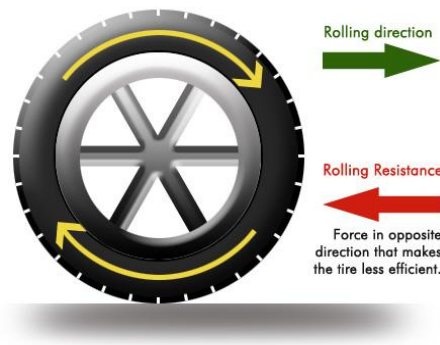


Figura 3: fuerza de resistencia de rodadura

### RESISTENCIA POR SUBIDA/GRADIENTE/PENDIENTE

Se añade al tener que subir una pendiente con determinada inclinación o ángulo. En casos de pendiente negativa (cuesta abajo) esta fuerza de pendiente o gravitatoria cambia de signo y deja de ser una fuerza de oposición al movimiento del vehículo para convertirse en un apoyo al esfuerzo motor del móvil.

Depende del peso total del vehículo, de la inclinación de la pendiente en subida y de la resistencia de rodadura.

$$F_p = m_v \cdot C_r \cdot \text{Sen } \alpha \quad \text{o también:} \quad F_p = m_v \cdot C_r \cdot P_{\%}$$

**F<sub>p</sub>** es la fuerza necesaria para subir la pendiente.

**m<sub>v</sub>** es la masa del vehículo.

**C<sub>r</sub>** es el coeficiente de resistencia de rodadura.

**α** es el ángulo de la pendiente.

**P%** es la altura del desnivel de la pendiente por cada 100 metros.

En este caso vamos a suponer que el vehículo va a circular por una carretera sin ningún tipo de pendiente, por lo que esta fuerza resulta nula, esto con el objetivo de poder simplificar el modelado. No obstante, se presenta la perturbación a modo de aclarar que se consideró durante la etapa de modelado.

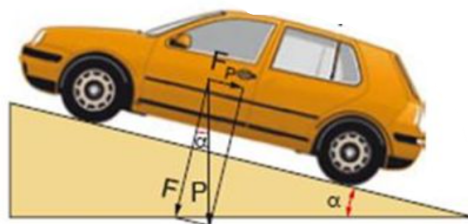


Figura 4: fuerza de resistencia por pendiente sobre el auto

# MODELADO MATEMATICO

En base al objetivo definido, especificaciones y las perturbaciones del sistema podemos plantear un modelo matemático que nos permita tener como **entrada** una velocidad deseada ingresada en kilómetros por hora y como **salida** la velocidad del vehículo en la misma unidad de medida. La variable a controlar será la velocidad del vehículo, mientras que la diferencia entre la velocidad deseada y la velocidad actual del móvil, es la señal de error.

El sistema se conforma de una entrada que requiere una ganancia de adaptación para realizar la transformación de la señal de setpoint ingresada en unidad de velocidad a una tensión que pueda compararse con la medición del sensor y que el resultado de la comparación (señal de error) pueda ser interpretado por el motor. La **planta**, que en este caso es el vehículo, tiene una función de transferencia obtenida de manera teórica, la cual toma a su entrada el torque entregado por el motor y resulta en una salida en velocidad; por su parte la función de transferencia del motor se obtuvo de manera experimental, y esta a su vez tiene como entrada una tensión que representa el nivel de aceleración, y a su salida se obtiene el torque entregado. Por último se tiene un sensor de velocidad(tacogenerador) representado por una función de transferencia que tiene como entrada la velocidad angular del eje que se conecta a las ruedas del motor y a la salida se tiene una tensión proporcional a la velocidad de giro; éste sensor requiere otra ganancia de adaptación en el modelado para tener en cuenta la transformación entre velocidad angular y lineal que surge de la conexión entre el eje de la transmisión y las ruedas del vehículo.

Como se mencionó anteriormente, las perturbaciones serán tenidas en cuenta de manera simplificada incluyéndose en la función de transferencia del vehículo como se desarrollará más adelante.

## Diagrama de Bloques

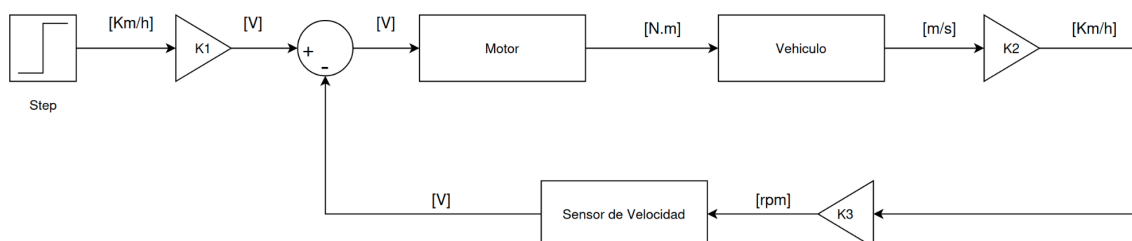


Figura 5: diagrama de bloques del modelo de simulación no compensado



## Funciones de Transferencia

### -Vehículo

Esta función de transferencia incluye toda la dinámica relacionada con las partes del vehículo (sin incluir el comportamiento del motor) y su interacción con el medio (perturbaciones externas). Se parte de modelarlo como un balance de momentos. La mayor parte del momento es el producto entre la masa del automóvil y su velocidad, se desprecian los momentos relacionados con las distintas partes del vehículo (perturbaciones internas) ya que son pequeños comparados con  $m \cdot v$ . Por lo que la ecuación diferencial que describe el comportamiento del automóvil puede escribirse de la siguiente manera:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + c \cdot v = F_m = \frac{T}{r}$$

$m$  : masa del vehículo

$T$ : torque entregado por el motor

$r$ : radio de las ruedas

$v$ : velocidad del vehículo

$c$ : coeficiente de arrastre

$F_m$  : fuerza impuesta por el motor en la dirección de desplazamiento

El coeficiente de arrastre ' $c$ ' es una constante que relaciona la fricción en las ruedas y el arrastre del aire con la velocidad. Esta constante nos permite simplificar la ecuación diferencial que describe la dinámica del vehículo, al considerar el aporte de ambas fuerzas como una sola relación lineal. Este se obtiene partiendo de la fuerza total que se opone al avance del vehículo a una cierta velocidad de referencia ( $v_r$ ) tomada como 100 Km/h (27,78 m/s). Dicha fuerza total se calcula utilizando las ecuaciones planteadas en la sección de perturbaciones y las variables del sistema:

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot 0,38 \cdot 1,2 \frac{kg}{m^3} \cdot 2,72 m^2 \cdot (27,78 \frac{m}{s})^2 = 478,6 N$$

$$F_r = C_r \cdot m_v \cdot g$$

$$F_r = 0,0184 \cdot 1084 Kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 195,7 N$$

Así la fuerza total que se opone al vehículo es:

$$F = F_a + F_r = 478,6 \text{ N} + 195,7 \text{ N} = 674 \text{ N}$$

Luego, habiendo hecho los cálculos anteriores usando una velocidad de referencia  $v_r$  podemos obtener el coeficiente de arrastre de la siguiente manera:

$$c = \frac{F}{v_r} = \frac{674 \text{ N}}{27,78 \text{ m/s}} = 24,27 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$$

Así, esta constante engloba el aporte de los dos tipos de fuerzas que se oponen al avance del vehículo, además de linealizar la ecuación cuadrática que describe la resistencia impuesta por el aire.

Por último, la función de transferencia obtenida a partir de la ecuación diferencial de balance de momentos se logra tomando la salida como la velocidad del automóvil  $v$  y como entrada el torque entregado por el motor  $T$ .

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + c \cdot v = \frac{T}{r}$$

*Pasando al dominio de Laplace queda:*

$$m \cdot s \cdot v(s) + c \cdot v(s) = \frac{T(s)}{r}$$

$$v(s) \cdot (m \cdot s + c) = \frac{T(s)}{r}$$

$$\frac{v(s)}{T(s)} = \frac{1}{(m \cdot s + c) \cdot r}$$

$$FT_{vehículo} = \frac{v(s)}{T(s)} = \frac{1}{(m \cdot s + c) \cdot r} = \frac{1}{329,54 \cdot s + 7,38} = \frac{0,136}{44,65 \cdot s + 1}$$

## -Motor

La función de transferencia del motor de combustión interna se obtuvo a partir de conocer el torque máximo que es capaz de generar, que es 145 N.m, y del tiempo que tarda en llegar al valor nominal desde ralenti cuando se le aplica el acelerador al máximo, que es de unos 12 seg, por lo que la constante de tiempo ' $\tau$ ' es de 3 seg. Con estos datos la aproximación a una función de transferencia de primer orden para el motor es:

$$FT_{motor} = \frac{145}{3 \cdot s + 1}$$

## -Sensor de Velocidad

Para determinar la velocidad del vehículo se utiliza un tacogenerador, el cual se encuentra conectado al eje que transmite el torque del motor a las ruedas. La tensión de salida del tacogenerador es directamente proporcional a las revoluciones por unidad de tiempo a las que rota dicho eje. La ganancia (también llamada sensibilidad del tacogenerador) está definida como la tensión en [Volts] de salida dividido por la velocidad de rotación del eje en [rpm] y es de  $1 \times 10^{-2} [V/rpm]$ . Además de la tensión de DC que entrega este sensor, se le debe adicionar un factor de ruido atribuido al ripple ocasionado por el propio funcionamiento del sensor, esto entrará en consideración al momento de simular. Por otra parte, el sensor no produce una salida instantánea ante cambios en la velocidad de rotación, es decir, presenta cierto retraso de establecimiento de aproximadamente 0,2 seg. Con estos datos podemos aproximar el funcionamiento del sensor con la función de transferencia:

$$FT_{\text{sensor}} = \frac{1 \times 10^{-2} [V/rpm]}{5 \times 10^{-2} \cdot s + 1}$$



Figura 6: tacogenerador



Figura 7: entrada y salida de tacogenerador

## -Adaptador de interfaz de usuario

La interfaz por la cual el usuario ingresa el valor deseado de velocidad recibe la velocidad seteada en km/h con un valor máximo de 120 km/h. Para poder comparar este valor de setpoint con la medición del sensor se debe convertir la unidad de velocidad en una de tensión que sea proporcional a la velocidad y a su vez que mantenga la misma relación entre velocidad y tensión que tiene el sensor. Teniendo que a 100 km/h el sensor produce una tensión dada por:

$$V_s(100 \text{ km/h}) = 100 \text{ km/h} \cdot K2 \cdot \text{sensitividad}$$

$$V_s(100 \text{ km/h}) = 100 \text{ km/h} \cdot 8,73 \cdot 1 \times 10^{-2} [V/rpm] = 8,73 [V]$$

Aplicando una regla de tres tenemos que la ganancia de adaptación debe ser:

$$K_1 = \frac{8,73 \text{ V}}{100 \text{ km/h}} = 8,73 \times 10^{-2} \left[ \frac{\text{V}}{\text{km/h}} \right]$$

-Adaptador de unidad de velocidad

A manera de mantener la función de transferencia del vehículo con una salida en metros sobre segundo, ya que simplifica los cálculos, se necesita una transformación de la velocidad para que se presente en kilómetros por hora.

$$K_2 = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 3,6 \left[ \frac{\text{s} \cdot \text{km}}{\text{m} \cdot \text{h}} \right]$$

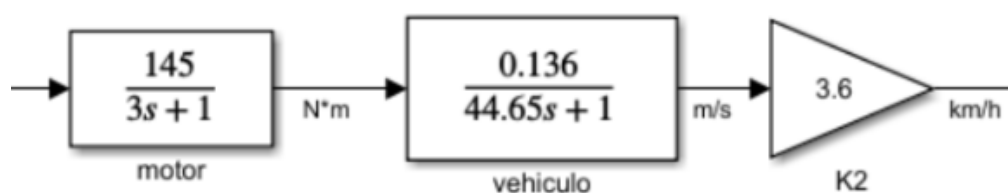
-Adaptador de velocidad lineal a velocidad angular

Dado que el tacogenerador mide velocidad angular y para el control del sistema se necesita la velocidad lineal. Se obtiene la ganancia de adaptación  $K_3$  a partir del radio de las ruedas del automóvil.

$$K_3 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$$

$$K_3 = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,304 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 8,73 \left[ \frac{\text{rpm}}{\text{km/h}} \right]$$

## ANÁLISIS DE LA PLANTA



(CAMBIAR EL DIBUJO)

(Figura :diagrama de bloques de la planta)

## Función de transferencia de la planta

```
clear all; close all; clc;
```

```
syms s;
```

```
FdTM=tf([145],[3 1]);
```

```
FdTV=tf([0.136],[44.65 1]);
```

```
K2=3.6;
```

```
FdTP =FdTM*FdTV*K2
```

$$FdTP = \frac{70,99}{133,9 \cdot s^2 + 47,65 \cdot s + 1}$$

$$FdTP_{pzk} = \frac{0,529}{(s+0,333) \cdot (s+0,0224)}$$

## Estabilidad absoluta

Al ver la FdT de la planta podemos decir que debido a que el sistema presenta polos reales distintos negativos será estable.

## Respuesta temporal

Se analiza el comportamiento de la planta ante un escalón de [V].

## Lazo de realimentación

```
clear all; close all; clc;
```

```
syms s;
```

```
K3=8.73;
```

```
FdTS=tf([0.01],[0.05 1]);
```

```
FdTR = FdTS*K3
```

$$FdTR = \frac{70,99}{133,9 \cdot s^2 + 47,65 \cdot s + 1}$$

$$FdTR_{pzk} = \frac{0,529}{(s+0,333) \cdot (s+0,0224)}$$

## Estabilidad relativa

Antes del diseño del compensador se procede a realizar el estudio de la estabilidad relativa del sistema sin compensar, graficando el lugar de raíces correspondiente.

## Función de transferencia a lazo abierto

A partir del diagrama de bloques mostrado en la Fig. 5, conseguimos la función de transferencia a lazo abierto, utilizando álgebra de bloques, al multiplicar las respectivas funciones de transferencia del motor, vehículo, adaptador de velocidad lineal a angular, adaptador de unidad de velocidad y sensor de velocidad. A continuación se muestra el código del cálculo realizado en Matlab:

```
clear all; close all; clc;
syms s;

FdTM=tf([145],[3 1]);
FdTV=tf([0.136],[44.65 1]);
K2=3.6;
K3=8.73;
FdTS=tf([0.01],[0.05 1]);

FdTLA =FdTM*FdTV*K2*FdTS*K3
```

$$FdT_{\text{lazo abierto}} = \frac{6,198}{6,697 \cdot s^3 + 136,3 \cdot s^2 + 47,7 \cdot s + 1}$$

$$FdT_{\text{lazo abierto,pzk}} = \frac{0,925}{(s+20) \cdot (s+0,333) \cdot (s+0,022)}$$

Al analizar la función de transferencia podemos obtener el conjunto de polos y ceros que determinan el comportamiento dinámico del sistema.

Se observa que la función de transferencia no cuenta con polos en el origen, es decir, el sistema es de **tipo cero**; por lo que podemos anticipar que el error en estado estable ante una entrada de tipo escalón va a ser constante.

## Determinación del Error

El error en estado estable depende de la entrada y del tipo de sistema. Calculamos el error tomando como entrada del sistema la función escalón unitario.

siendo:  $e(t) = \text{señal de error}$  y  $r(t) = \text{entrada}$

Por teorema de valor final:

$$E_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot R(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

Como  $R(s) = \frac{1}{s}$

$$\text{Entonces: } E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot 1/s}{1 + G(s) \cdot H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

$$\text{Por lo tanto: } K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \cdot H(s) = 6,197$$

$$\text{Finalmente: } E_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} = 0,139$$

Al multiplicarlo por 100 nos da un porcentaje de **13,9%**

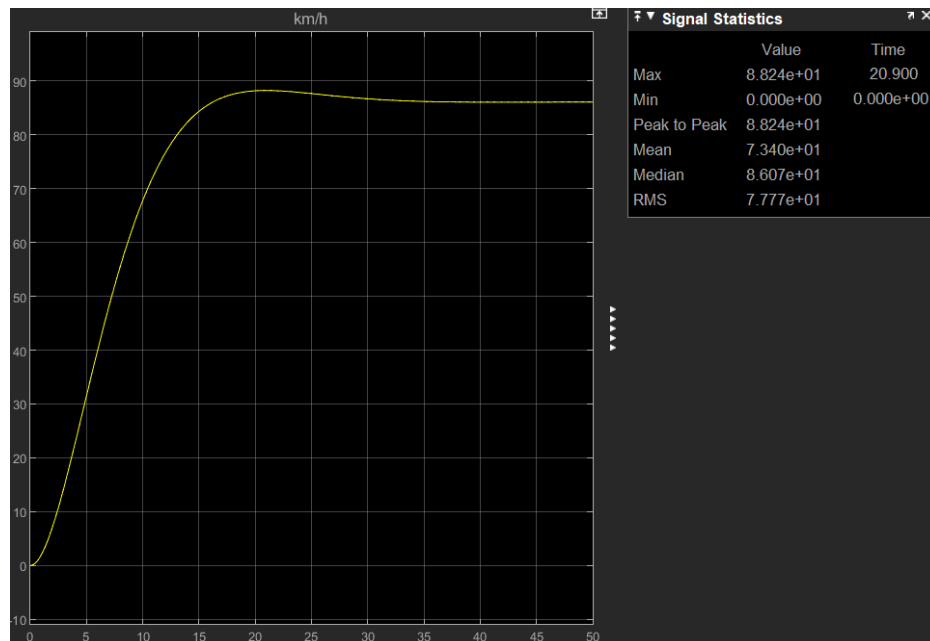


Figura 8: respuesta temporal de sistema sin compensar

En la figura 8 se observa que la respuesta temporal, ante una entrada escalón unitario de magnitud 100 km/h, presenta (una vez que se estabiliza) el error que se calculó previamente. Es decir, el sistema se estabiliza en aproximadamente 86 km/h cuando el setpoint era de 100 km/h, teniendo así una diferencia de 14 km/h con el valor deseado. Además podemos apreciar que la forma de la respuesta temporal es de tipo subamortiguada y que no presenta grandes oscilaciones y tiende a establecerse en un valor en particular.

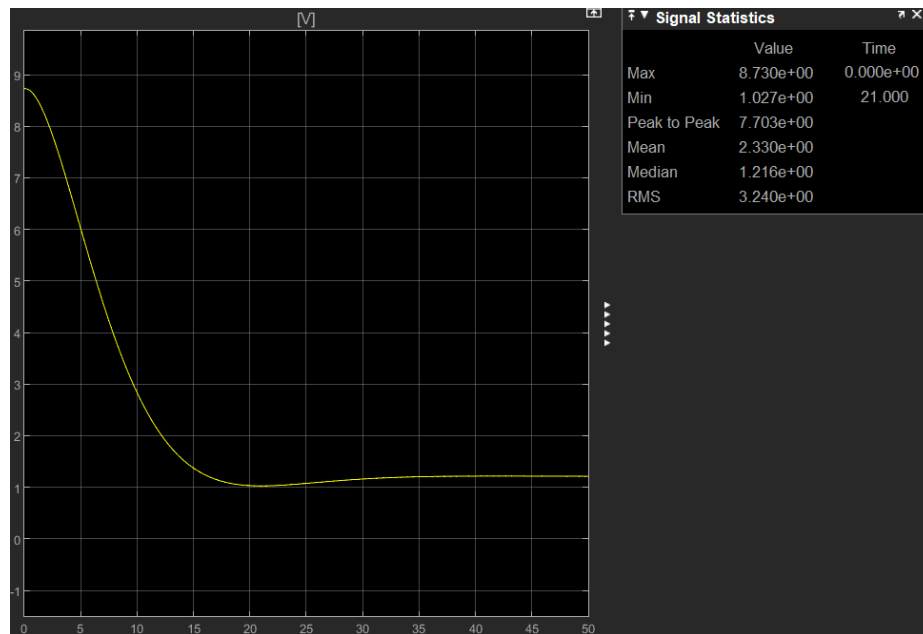


Figura 9: señal de error del sistema sin compensador

En el gráfico de la señal de error (figura 9) vemos que la forma de que toma la señal de error en el tiempo es análoga pero opuesta a la respuesta temporal de la salida que se observa en la figura 8. Comienza en el valor máximo que es 8,73 [V] (el cual se obtiene al multiplicar el setpoint a la entrada con la ganancia del adaptador de interfaz de usuario) y se estabiliza en aproximadamente 1,22 [V], que es justamente el 13,9% de 8,73[V].

## Función de transferencia de lazo cerrado

La forma general para calcular la función de transferencia a lazo cerrado se obtiene mediante el cociente entre la salida y la entrada, mediante álgebra de bloques se obtiene la siguiente forma:

$$FdT_{\text{lazo cerrado}} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

Siendo  $G(s)$  la función de transferencia de la planta y  $H(s)$  la función de transferencia de la realimentación.



$$G(s) = \frac{70,99}{133,9 \cdot s^2 + 47,65 \cdot s + 1}$$

$$H(s) = \frac{0,0873}{0,05 \cdot s + 1}$$

El código en Matlab utilizado para calcular la función de transferencia de lazo cerrado es:

```
clear all; close all; clc;
syms 's';

K1=0.0873;
FdTM=tf([145],[3 1]);
FdTV=tf([0.136],[44.65 1]);
K2=3.6;
K3=8.73;
FdTS=tf([0.01],[0.05 1]);

G=FdTM*FdTV*K2;
H=K3*FdTS;
FdTLC=minreal((G/(1+G*H))*K1)
```

Finalmente:

$$FdT_{\text{lazo cerrado}} = \frac{0,046 \cdot s + 0,925}{s^3 + 20,36 \cdot s^2 + 7,122 \cdot s + 1,075}$$

Ahora vamos a verificar la estabilidad utilizando el criterio de Routh-Hurwitz, para ello vamos a obtener la ecuación característica a partir del denominador de la función de transferencia de lazo cerrado recientemente calculada, igualado a cero:

$$s^3 + 20,36 \cdot s^2 + 7,122 \cdot s + 1,075 = 0$$

Si alguno de los coeficientes anteriores fuera cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo habrá una raíz o raíces imaginarias que tienen parte real positiva, pero vemos que no es este el caso. Por lo tanto procedemos a realizar la tabla de R-H:

$s^3$	1	7,122
$s^2$	20,36	1,075
$s^1$	7,069	

$s^0$	1,075	
-------	-------	--

$$B_1 = \frac{(20,36 \cdot 7,122) - (1 \cdot 1,075)}{20,36} = 7,069$$

$$C_1 = \frac{(7,069 \cdot 1,075) - (20,36 \cdot 0)}{7,069} = 1,075$$

Recordemos que la condición necesaria y suficiente de estabilidad de R-H nos dice que un sistema será estable si y sólo si todos los elementos de la primera columna del Arreglo de Routh son positivos, lo cual sucede en este caso, por lo que podemos afirmar que el sistema de lazo cerrado es estable.

$$FdT_{\text{lazo cerrado, zpk}} = \frac{0,046 \cdot (s+20)}{(s+20) \cdot (s^2 + 0,353 \cdot s + 0,054)} = \frac{0,046}{s^2 + 0,353 \cdot s + 0,054}$$

Basándonos en la función de transferencia de lazo cerrado obtenida anteriormente, podemos observar el lugar de los polos y los ceros, mediante el comando pzmap(). Se aprecian claramente un cero (en -20) y tres polos (en -20; -0,177+0,15i; -0,177-0,15i), de los cuales se cancela el cero con el polo correspondiente, quedando así una FdT de segundo orden.

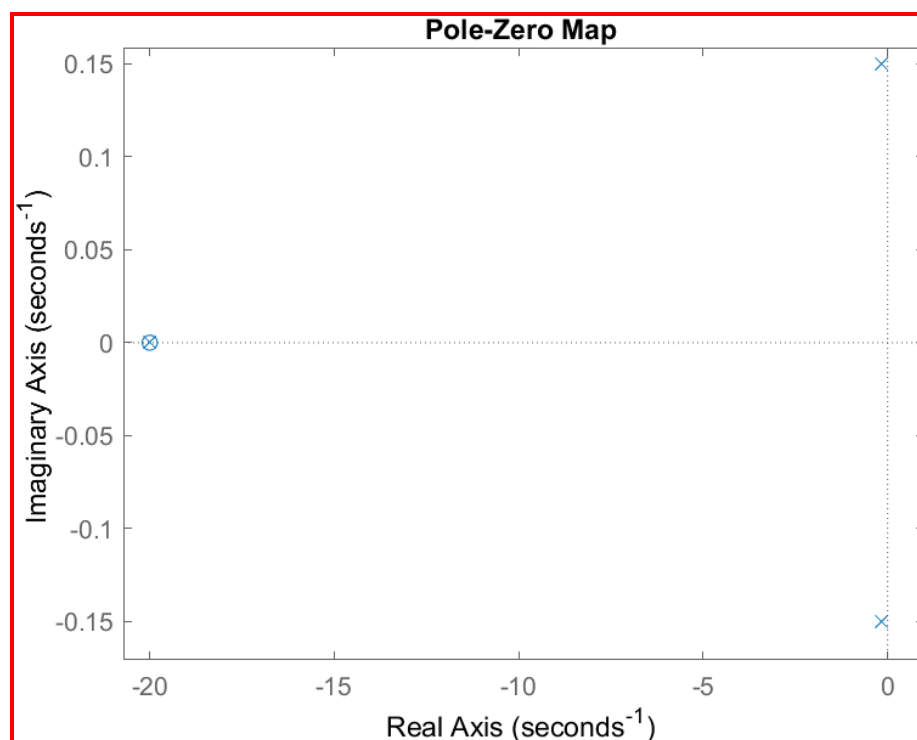
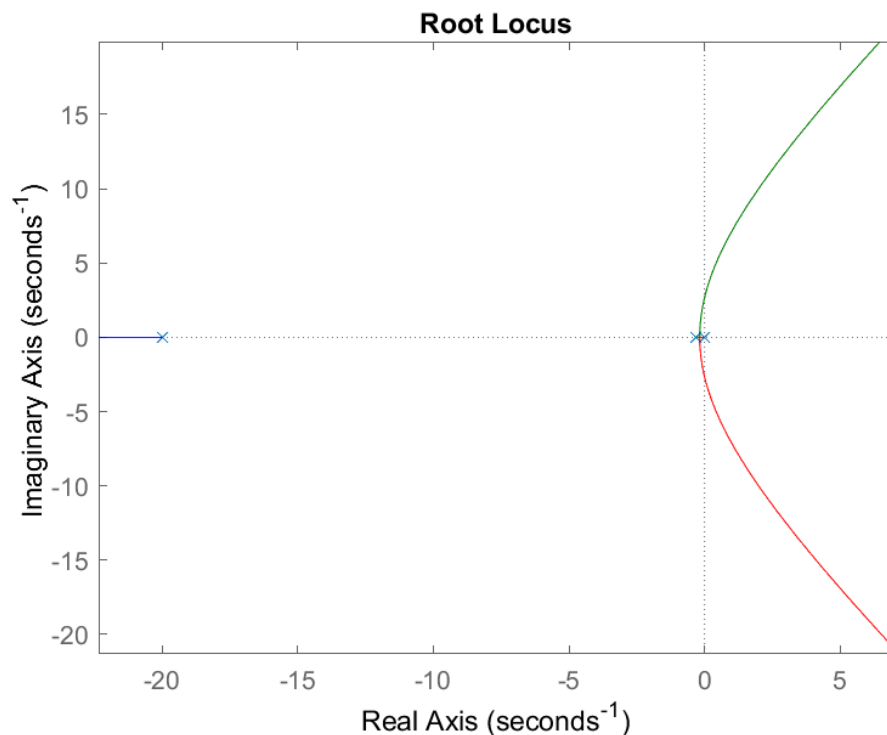


Figura 10: diagrama de polos y ceros sin compensar

Mediante la función de transferencia de lazo abierto, al utilizar el comando `rlocus()` podemos observar el siguiente gráfico correspondiente al lugar de raíces de la ecuación característica del sistema a lazo cerrado.



*Figura 11: lugar de raíces no compensado*

Podemos ver que no hay ningún cero y que se encuentran 3 polos reales: -20; -0,333; -0,0224 (es el polo dominante). También podemos observar que no para cualquier valor de ganancia el sistema será estable.

## ESPECIFICACIONES DE DISEÑO

Para nuestro sistema en cuestión decidimos realizar las especificaciones en el dominio del tiempo dado que es lo más conveniente para el caso de uso. Estas especificaciones fueron determinadas teniendo en cuenta normas de transporte, la capacidad técnica de la planta y la seguridad y confort de los pasajeros en el vehículo.

A continuación se detallan cada uno de los parámetros a considerar.

- Error en estado estable: se requiere que el error en estado estable para un setpoint de 100 km/h sea menor a 10 km/h, para poder mantenerse dentro de los límites regulatorios de velocidad, los cuales están fijados considerando que los instrumentos de medición homologados utilizados por las autoridades

de control vehicular presentan un margen de error de 3 km/h para velocidades inferiores, o iguales, a 100 km/h, y, sumado a esto, la ley nacional de tránsito considera una infracción a la violación de los límites de velocidad máxima y mínima establecidos con un margen de tolerancia de hasta un diez por ciento (10%).

- **Sobrepasamiento máximo:** se desea que, por motivos de seguridad y regulatorios, la velocidad máxima alcanzada en cualquier instante no supere los 110 km/h.
- **Tiempo de establecimiento:** se necesita que el tiempo de establecimiento, partiendo desde el vehículo en reposo, se encuentre en un rango de entre 10 y 30 segundos, esto se debe a que si el vehículo acelera a gran velocidad en un tiempo menor a 10 segundos, pueden generarse condiciones peligrosas en cuanto a la transferencia de potencia a las ruedas (pérdida de tracción en carretera mojada por ej.), además del excesivo desgaste que implica en el motor y la incomodidad que implica para los pasajeros las fuertes aceleraciones. En cuanto al límite de tiempo superior, éste fue elegido teniendo en cuenta que está dentro de las capacidades técnicas del vehículo y es un valor de espera aceptable para alcanzar la velocidad deseada desde el punto de vista del usuario.

La realizabilidad de las especificaciones fue verificada teniendo en cuenta que se encuentran bien comprendidas en el rango de posibilidades de un automóvil de producción en masa. Además se contempla la imprecisión en el modelado ya que se realizaron amplias simplificaciones, no obstante todos los parámetros utilizados en el modelado corresponden a características físicas reales de un vehículo promedio.

## DISEÑO DEL CONTROLADOR

En base a las especificaciones y con la premisa de obtener siempre la solución más sencilla posible, se decide por el diseño de un compensador proporcional integral el cual por sus características cumple perfectamente la función requerida para efectuar las especificaciones, además de que si usáramos un PID, el objetivo de la parte derivativa es de minimizar las oscilaciones pero nuestra respuesta temporal no los presenta en gran medida por lo cual no sería necesario, además de que esta acción es muy sensible al ruido.

Para evitar los cambios bruscos de aceleración, el control de velocidad cruce cuenta con un controlador PI (Proporcional Integral). La función proporcional es la

que indica al motor cuánto modificará su potencia considerando solo el error en la velocidad actual del vehículo, en función de la velocidad deseada por el conductor. La función integral utiliza el acumulado de los valores pasados del error para así agregar esta diferencia a la acción proporcional y lograr minimizar el error en estado estable.

Al utilizar una entrada tipo escalón y al no tener polos en el origen (el sistema es tipo cero) se tendrá un error en estado estable constante. Con la ayuda del compensador logramos que el sistema sea de tipo 1 para que con ello tengamos que el error tienda a cero para una entrada escalón, lo cual nos permite cumplir más que satisfactoriamente con la especificación requerida. Para realizarlo se opta por el método de cancelación de polos dominantes que consiste en ajustar el valor del cero de compensador para cancelar el polo dominante de la función de transferencia de nuestro sistema.

Para el diseño del compensador se parte de la forma general del controlador proporcional-integral (PI), la cual se muestra a continuación:

$$PI = \frac{K_p \cdot (T_i \cdot s + 1)}{T_i \cdot s} = \frac{K_p \cdot (s + \frac{1}{T_i})}{s}$$

donde los parámetros que se deben ajustar son la ganancia del controlador  $K_p$  y la constante de tiempo del controlador  $T_i$ .

Entonces, la función de transferencia de lazo abierto con compensador nos queda:

$$\begin{aligned} FT_{la} &= PI \cdot FdT_{lazo\ abierto} = \frac{K_p \cdot (s + \frac{1}{T_i})}{s} \cdot \frac{6,198}{6,697 \cdot s^3 + 136,3 \cdot s^2 + 47,7 \cdot s + 1} = \\ &= \frac{K_p \cdot (s + \frac{1}{T_i})}{s} \cdot \frac{0,925}{(s+20) \cdot (s+0,333) \cdot (s+0,0224)} \end{aligned}$$

El valor de  $T_i$  se ajusta para cancelar el polo dominante,  $T_i = 1/0,0224$ , luego:

$$FT_{la} = \frac{K_p}{s} \cdot \frac{0,925}{(s+20)(s+0,333)}$$

De esta forma lo único que resta calcular es el valor de  $K_p$ . El mismo se puede determinar a partir del lugar de raíces de la  $FT_{la}$ . Por lo tanto lo determinamos de manera gráfica, utilizando las funciones que nos provee Matlab:

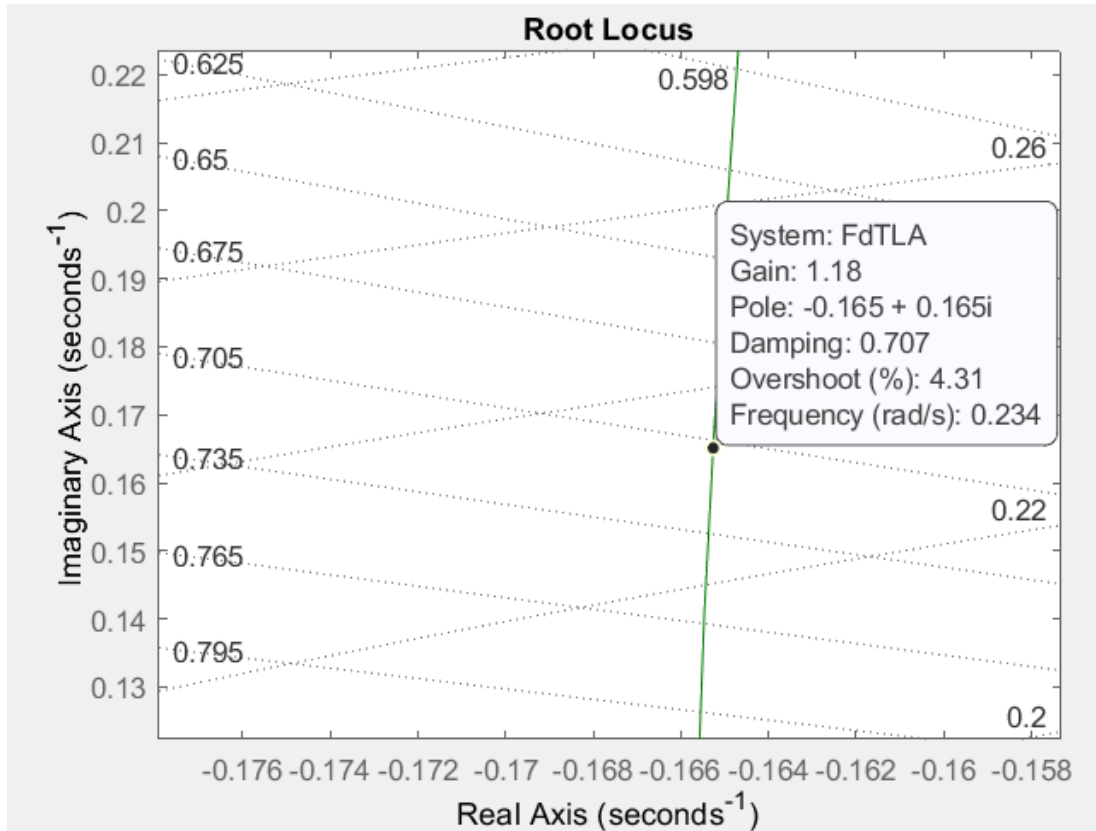


Figura 12: detalle de la obtención de  $K_p$

Podemos observar que la ganancia, o sea el valor de  $K_p$ , es de 1,18 para un valor de amortiguación de 0,707 y sobrepasamiento cercano al 4%.

Finalmente tenemos que la función de transferencia del compensador es:

$$PI = \frac{K_p \cdot (s + \frac{1}{T_i})}{s} = \frac{1,18 \cdot (s + \frac{1}{44,64})}{s} = \frac{1,18 \cdot s + 0,026}{s}$$

## SIMULACIÓN

- El diagrama de bloques del sistema, con el correspondiente compensador PI, quedó de la siguiente manera:

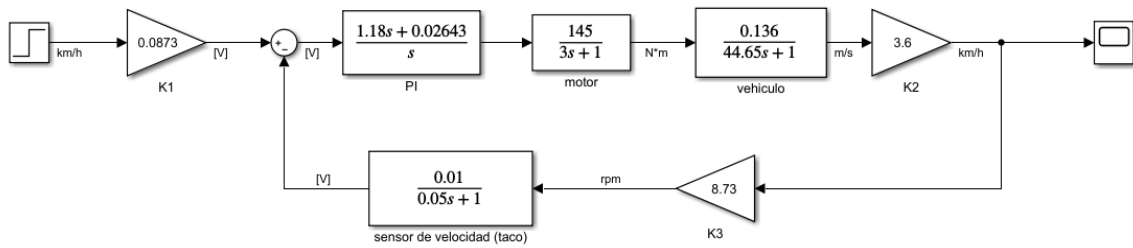


Figura 13: diagrama de bloques de sistema compensado

- Respuesta temporal del sistema compensado usando PI:

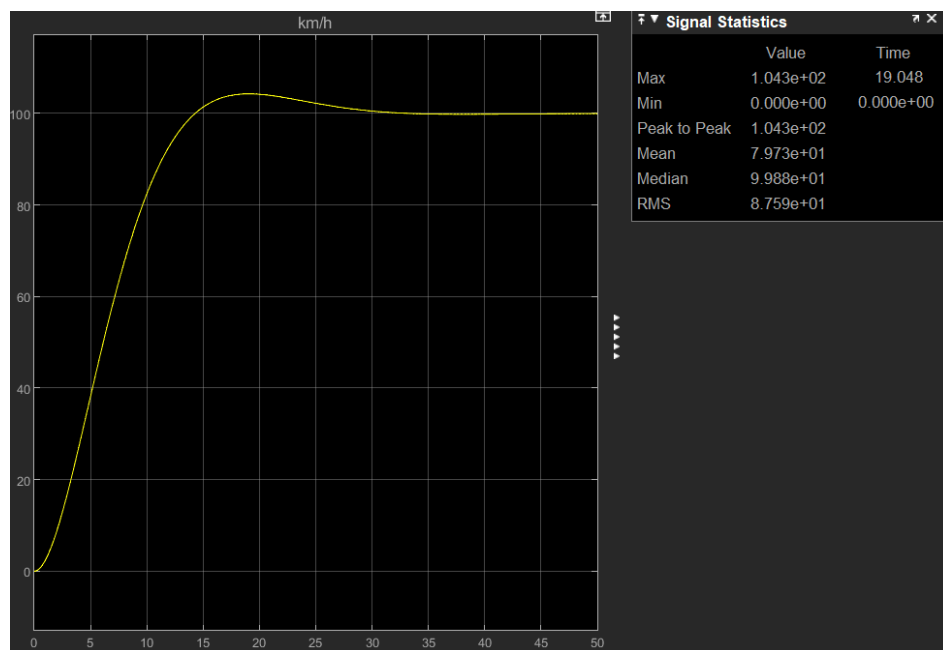


Figura 14: respuesta temporal de sistema compensado

Podemos observar que la respuesta del sistema alcanza los 100 km/h, con un sobrepasamiento de aproximadamente 4% y sin oscilaciones. Además observamos que se alcanza un error del +/- 2% a los 25,64 segundos alcanzando un valor de 102 km/h, por lo que podemos decir que el sistema se estabiliza en ese momento. Por último vemos que el error tiende a cero ya que el móvil alcanza la velocidad indicada con el setpoint.

- Polos y ceros del sistema compensado:

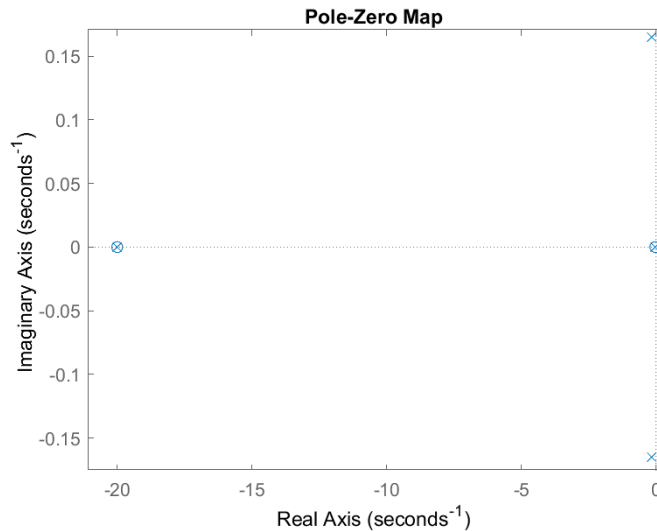


Figura 15: diagrama de polos y ceros compensado

Vemos cómo se cancela el cero con el polo en  $-0,0224$  (esto gracias a la acción del compensador) y también en  $-20$ . Se localizan 2 polos en:  $-0,165+0,165i$ ;  $-0,165-0,165i$ . Por otro lado, la ubicación de los polos imaginarios conjugados nos garantiza que el sistema es estable, ya que tienen parte real negativa.

- Lugar de raíces del sistema compensado:

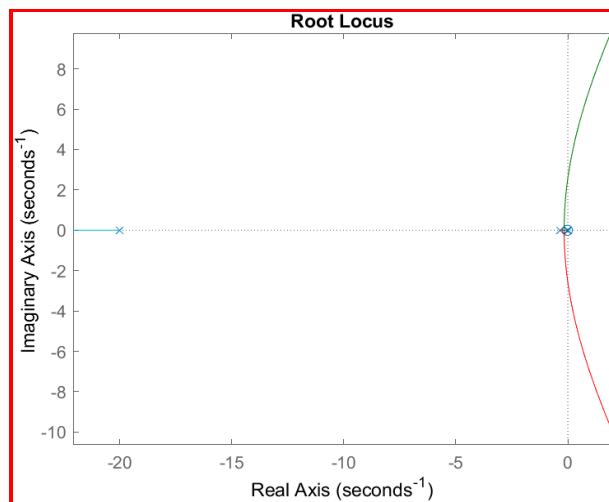


Figura 16: lugar de raíces compensado

En la figura 16 vemos el lugar de raíces obtenido utilizando ya como parte del sistema al controlador con la ganancia y la constante de tiempo previamente calculadas. Presenta polos en  $-20$ ;  $-0,333$  y  $0$ ; además del polo y cero cancelados en  $-0,0224$ . Debido a que el valor de  $K_p$  logrado con anterioridad es correcto, el sistema es estable (ya que los polos tienen parte real negativa), de lo contrario podríamos obtener polos con parte real positiva consiguiendo un sistema inestable, algo que es totalmente indeseable en este caso.

- Gráfica de la señal de error:



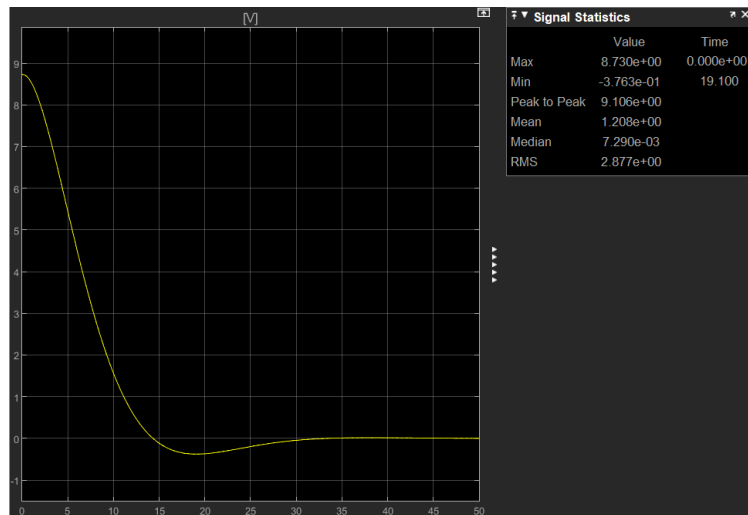


Figura 17: señal de error con compensador

Podemos observar que al utilizar el compensador tiende a estabilizarse en cero el error. Además podemos ver que comienza en un valor igual a 8,73[V], esto es debido a que al multiplicar el setpoint de 100 km/h por el valor de K1 nos da ese número que sería el correspondiente en voltios al setpoint con unidades de km/h.

- Gráfica de la acción de control:

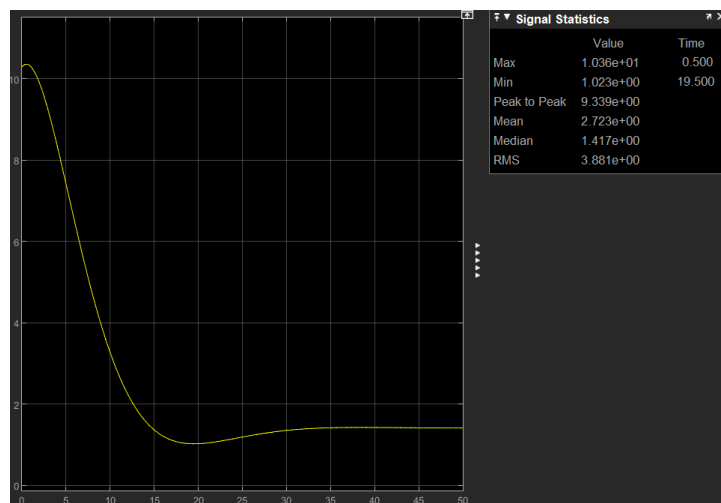


Figura 18: acción de control

En la figura 18 se puede observar como la señal de la acción de control es análoga a la de la señal de error excepto por la forma que tiene en los primeros instantes de ponerse en funcionamiento el sistema. Allí podemos notar que la señal de la acción de control tiene pendiente positiva durante un periodo corto de tiempo, mientras que la señal de error inicia con una tasa de cambio decremental. Este fenómeno se debe a que inicialmente el vehículo se encuentra inmóvil y por lo tanto se necesita una acción mayor para que el motor genere el torque necesario para vencer las resistencias iniciales y así poner el vehículo en movimiento.

- Gráfico comparativo entre sistema compensado y no compensado:

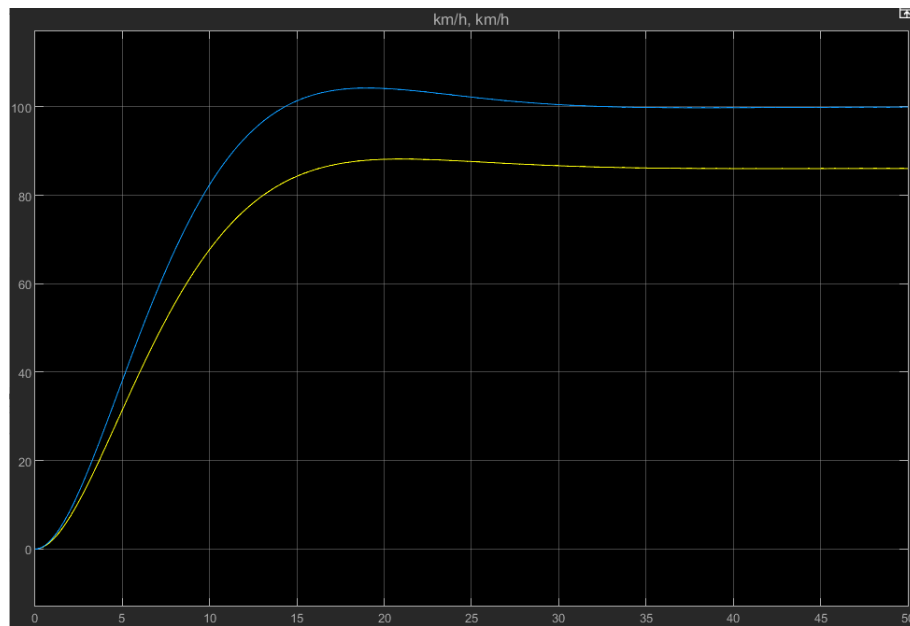


Figura 19: color azul es el sistema compensado y amarillo el no compensado

## Simulación con Perturbación en el Sensor

Para poder lograr una simulación más fiel a la realidad se hizo una simulación contemplando el ruido que contiene normalmente la señal de un sensor analógico como es en nuestro caso el tacogenerador que utilizamos para la determinación de la velocidad actual del vehículo. Dicha señal de error es modelada como ruido blanco con una amplitud máxima de 100 [mV].

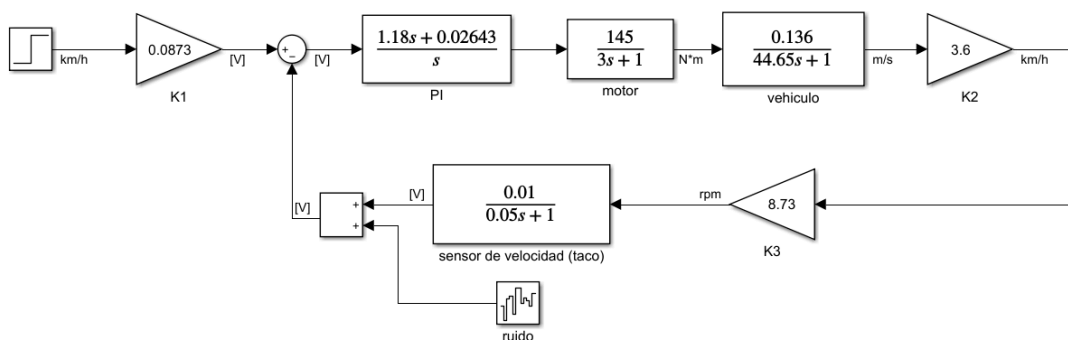


Figura 20: sistema compensado con error simulado en el sensor

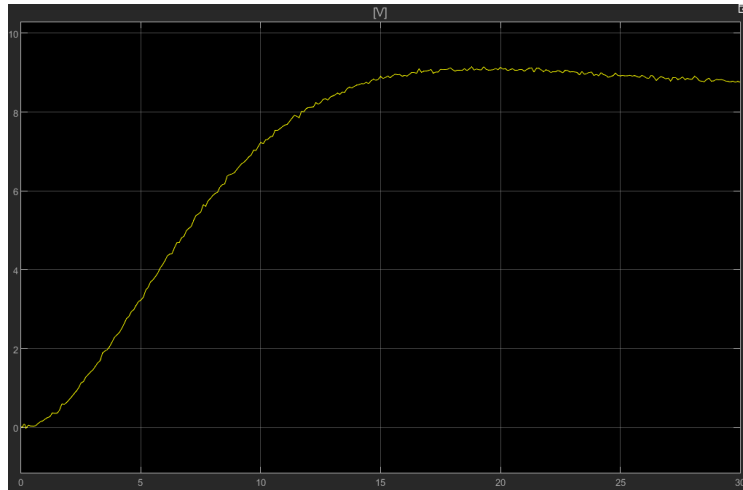


Figura 21: señal de la salida del sensor con ruido

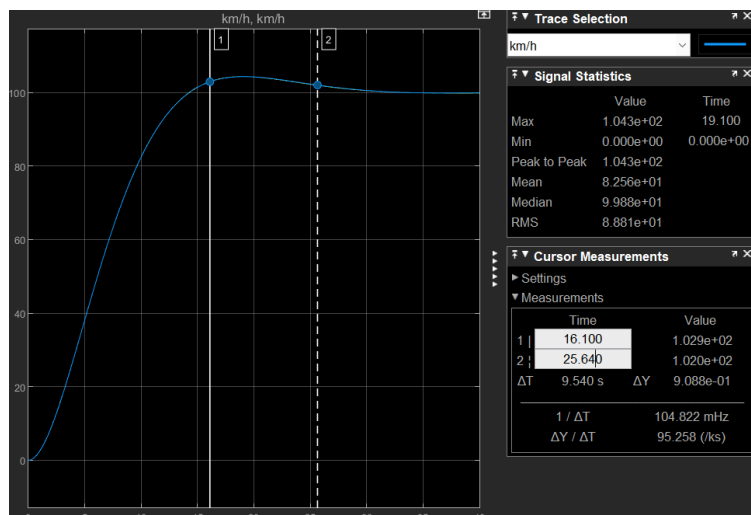


Figura 22: respuesta temporal del sistema con ruido en el sensor

De los resultados de la simulación podemos afirmar que la adición de una componente de ruido en la señal del sensor no ocasiona grandes cambios en el comportamiento del sistema. En la figura 22 se tienen dos puntos de interés, el primero (marcado con 1) indica el punto de la máxima discrepancia entre la salida del sistema en la simulación original y el la salida con ruido en el sensor. Dicha variación tiene un valor de 0,032 km/h por lo que puede considerarse despreciable. Por otro lado en el punto 2 se indica el momento en el que el sistema original se establece. Como se ve en el gráfico, el tiempo en el que este sistema se establece no difiere, ya que ambos alcanzan la misma salida en el mismo momento.

# CONCLUSIÓN

Como objetivo principal de este trabajo final se estableció un problema de la vida real, como es la necesidad de mantener un vehículo a una velocidad constante, y se aplicaron técnicas y herramientas de la ingeniería de control para encontrar una solución práctica, realizable y eficaz.

Dentro de las técnicas antes mencionadas se comenzó por obtener los datos necesarios del sistema a controlar y del entorno en el que desarrolla su función para así poder lograr un modelo matemático simplificado que comprende tanto las características de la planta como las perturbaciones a las que se ve sujeta. A partir de dicho modelo compuesto por funciones de transferencia y sus conexiones, se analizó la magnitud relativa del error en estado estable mediante la función de transferencia de lazo abierto; luego habiendo obtenido la función de transferencia de lazo cerrado se aplicó el criterio de Routh–Hurwitz para determinar la estabilidad absoluta. Una vez conocidas las características y las capacidades de la planta se procedió a analizar los requerimientos desde el punto de vista del usuario y a validar que los mismos se encuentren comprendidos dentro de las capacidades técnicas del sistema. Por último se propuso un controlador que fuera capaz de generar la corrección deseada, dicho compensador se diseñó utilizando la técnica de cancelación de polos dominantes; y se realizaron simulaciones del comportamiento utilizando el software simulink. A partir de todo lo hecho, se obtuvieron los resultados que se exponen a continuación.

Pudimos determinar que en su estado inicial, sin compensar, se trata de un sistema estable, el cual no alcanza el valor seteado de 100 [km/h], sino que se establece a una velocidad de 86 [km/h] en un tiempo de 24,23 [s], presentando así un error de aproximadamente el 14%. Además debido a que nos encontramos con un sistema de tipo 0, ante una entrada escalón tendrá un error constante. La señal de error comienza con 8,73 [V] estableciéndose con un valor constante de 1,22 [V] (representando el 14% de error anteriormente señalado). Por lo tanto se decide la utilización de un compensador PI, en el cual se canceló el polo dominante que se encuentra en -0,0224, y se agregó un polo en el origen, lo cual sabemos que provoca que esta respuesta temporal sea más lenta que la no compensada por un valor de 1,41 [s], resultando así un 5,82% más lento. Gracias a este compensador se consiguen 100 [km/h] en un tiempo de 25,64 [s], obteniendo un error del 0% cumpliendo con creces las especificaciones; por ello es que vemos que la señal de error comienza con un valor de 8,73 [V] y al establecerse el sistema culmina en un valor de 0 [V]. El sistema compensado posee un sobrepasamiento, de aproximadamente 4%, mientras que el no compensado también lo posee pero de 2,52%.

En resumen:

	NO COMPENSADO	COMPENSADO
valor de establecimiento [km/h]	86	100
tiempo de establecimiento [s]	24,23	25,64
sobrepasamiento máximo [%]	2,52	4,3
error en estado estable [V]	1,22	0
error en estado estable [%]	13,9	0

Así con estos resultados, se lograron los siguientes hallazgos/observaciones:

- Si bien la respuesta temporal nos indica que el vehículo tarda un tiempo considerable en establecerse en el valor seteado, se debe tener en cuenta que el vehículo comienza estando inmóvil, por lo que el tiempo de establecimiento de la velocidad deseada podría disminuir considerablemente si el automóvil se encontrase ya en movimiento.
- Con la incorporación del compensador se notó que el tiempo de establecimiento aumentó ligeramente comparado con la respuesta temporal del sistema sin compensar, no obstante el cambio no es suficientemente significativo como para ser notado por el usuario. De igual manera con el sobrepasamiento.
- Al considerarse el caso de una componente de ruido en la señal entregada por el sensor, la simulación arrojó un resultado muy similar al caso de referencia. Por lo que el impacto del error en el comportamiento es negligible, lo que nos indica que el sistema es robusto ante estas perturbaciones.
- En la etapa de modelado se enfocó el esfuerzo en lograr el mayor desacoplamiento posible entre los distintos subsistemas para así poder reutilizar y adaptar fácilmente el modelo matemático a distintos casos de uso, como podrían ser otros automóviles o incluso vehículos de una categoría completamente nueva.

## BIBLIOGRAFÍA

- Sistemas de Control Automático, Benjamin Kuo, Editorial Pearson
- Ingeniería de Control Moderna, Katsuhiko Ogata, Katsuhiko, Editorial Pearson
- <https://www.dercocenter.cl/noticias/que-es-velocidad-crucero-y-como-funciona-en-los-vehiculos>
- <https://www.motorpasion.com/espaciotoyota/como-funciona-el-control-de-velocidad-de-crucero-y-cuando-usarlo-para-ganar-en-seguridad>
- <https://www.tecnologia-automovil.com/articulos/tecnologia-del-automovil/resistencias-al-avance-del-vehiculo/>

- <https://tutorica.com/blog/nociones-basicas-de-la-fisica-del-movimiento-de-los-vehiculos/#:~:text=Estas%20fuerzas%20son%20tres%20b%C3%A1sicamente,Resistencia%20de%20pendiente>
- [https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente\\_de\\_arrastre\\_en\\_autom%C3%B3viles#:~:text=El%20coeficiente%20de%20arrastre%20es,que%20tiende%20a%20elevarse%20demasiado](https://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_de_arrastre_en_autom%C3%B3viles#:~:text=El%20coeficiente%20de%20arrastre%20es,que%20tiende%20a%20elevarse%20demasiado).
- <http://www2.fisica.unlp.edu.ar/materias/fisicageneralcn/Resistenciadadura.pdf>
- <https://tutorica.com/blog/nociones-basicas-de-la-fisica-del-movimiento-de-los-vehiculos/>
- <https://www.autofacil.es/radares-multas/margen-error-radares-velocidad-dgt/346607.html#:~:text=Radares%20de%20tramo%3A%20el%20margen,partir%20de%20100%20km%2Fh>.
- <https://www.carinf.com/es/f900425445.html>

## ANEXO

- Archivo con el código utilizado en Matlab para realizar los cálculos pertinentes al trabajo:  
[https://drive.google.com/file/d/1yr5zDHoPAvW-L8hmVRjg-vLSF3\\_HsWsb/view?usp=share\\_link](https://drive.google.com/file/d/1yr5zDHoPAvW-L8hmVRjg-vLSF3_HsWsb/view?usp=share_link)
- Archivo con la simulación realizada en Simulink:  
[https://drive.google.com/file/d/1NBO1g3HgIm8IfyZpY9Nc-0QFilz1GbeF/view?usp=share\\_link](https://drive.google.com/file/d/1NBO1g3HgIm8IfyZpY9Nc-0QFilz1GbeF/view?usp=share_link)