# Cálculo Numérico - Trabajo Práctico N°7

## Interpolación y aproximación polinomial a trozos

Curvas Splines

### Problema 1:

Dadas las siguientes coordenadas de los perfiles NACA de la serie 6, utilizar curvas splines cúbicas para interpolar los puntos dados y obtener la línea geométrica que define el perfil.

**NACA 65₁-412**

[Stations and ordinates given in percent of airfoil chord]

| Upper surface | | Lower surface | |
|---|---|---|---|
| Station | Ordinate | Station | Ordinate |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| .347 | 1.010 | .653 | −.810 |
| .580 | 1.236 | .920 | −.956 |
| 1.059 | 1.588 | 1.441 | −1.160 |
| 2.283 | 2.284 | 2.717 | −1.490 |
| 4.757 | 3.227 | 5.243 | −1.963 |
| 7.247 | 4.010 | 7.753 | −2.314 |
| 9.746 | 4.672 | 10.254 | −2.604 |
| 14.757 | 5.741 | 15.243 | −3.049 |
| 19.781 | 6.562 | 20.219 | −3.378 |
| 24.811 | 7.193 | 25.189 | −3.613 |
| 29.840 | 7.658 | 30.154 | −3.770 |
| 34.884 | 7.971 | 35.116 | −3.851 |
| 39.923 | 8.139 | 40.077 | −3.855 |
| 44.962 | 8.139 | 45.038 | −3.759 |
| 50.000 | 7.968 | 50.000 | −3.551 |
| 55.035 | 7.602 | 54.965 | −3.222 |
| 60.064 | 7.085 | 59.936 | −2.801 |
| 65.086 | 6.440 | 64.914 | −2.320 |
| 70.101 | 5.686 | 69.899 | −1.798 |
| 75.107 | 4.847 | 74.893 | −1.267 |
| 80.108 | 3.935 | 79.897 | −.751 |
| 85.090 | 2.974 | 84.910 | −.282 |
| 90.066 | 1.979 | 89.934 | .089 |
| 95.033 | .950 | 94.967 | .278 |
| 100.000 | 0 | 100.000 | 0 |

L. E. radius: 1.000
Slope of radius through L. E.: 0.168

**NACA 66₃-218**

[Stations and ordinates given in percent of airfoil chord]

| Upper surface | | Lower surface | |
|---|---|---|---|
| Station | Ordinate | Station | Ordinate |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| .389 | 1.368 | .611 | −1.268 |
| .628 | 1.636 | .872 | −1.496 |
| 1.115 | 2.054 | 1.385 | −1.840 |
| 2.346 | 2.828 | 2.654 | −2.456 |
| 4.827 | 4.003 | 5.173 | −3.370 |
| 7.320 | 4.983 | 7.680 | −4.085 |
| 9.818 | 5.724 | 10.182 | −4.690 |
| 14.825 | 7.004 | 15.175 | −5.658 |
| 19.841 | 7.982 | 20.159 | −6.390 |
| 24.868 | 8.742 | 25.137 | −6.952 |
| 29.887 | 9.317 | 30.113 | −7.373 |
| 34.914 | 9.731 | 35.086 | −7.671 |
| 39.942 | 9.989 | 40.058 | −7.847 |
| 44.971 | 10.098 | 45.029 | −7.908 |
| 50.000 | 10.045 | 50.000 | −7.839 |
| 55.028 | 9.828 | 54.972 | −7.638 |
| 60.054 | 9.394 | 59.946 | −7.252 |
| 65.075 | 8.610 | 64.925 | −6.650 |
| 70.089 | 7.568 | 69.911 | −5.624 |
| 75.095 | 6.345 | 74.905 | −4.555 |
| 80.093 | 5.001 | 79.907 | −3.400 |
| 85.081 | 3.606 | 84.919 | −2.280 |
| 90.060 | 2.230 | 89.940 | −1.196 |
| 95.030 | .961 | 94.970 | −.329 |
| 100.000 | 0 | 100.000 | 0 |

L. E. radius: 1.955
Slope of radius through L. E.: 0.084

Cuadro 1: Coordenadas a interpolar de dos perfiles NACA de la serie 6.

Notar que con los puntos dados y las curvas spline a trozos encontradas, se tiene en forma matemática la geometría "aproximada" del perfil aerodinámico.

### Problema 2:

La tabla siguiente muestra el coeficiente de arrastre $C_D$ de una esfera como una función del número de Reynolds. Utilice un spline cúbico natural para encontrar el $C_D$ para los números de Reynolds $Re = 5, 50, 500,\ y, 5000$.

| $Re$ | 0.2 | 2 | 20 | 200 | 2000 | 20000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_D$ | 103 | 13.9 | 2.72 | 0.800 | 0.401 | 0.433 |

Cuadro 2: Coeficiente de resistencia en función del número de Reynolds.

Ayuda: utilice escala logarítmica. Verifique que utilizando una escala lineal, el polinomio interpolador obtenido utilizando splines cúbicos no tiene un comportamiento adecuado como se esperaría.

**Problema 3:**

En una curva spline interpoladora de grado $n$ se requiere continuidad en la derivada de hasta orden $n-1$ en los puntos a interpolar. Cuantas condiciones adicionales son necesarias para especificar una curva spline única?.

## Resolución

### Resolución - Problema 3:

Suponga que en el intervalo $[a, b]$ están definidos los puntos a interpolar $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_m = b$ en cada uno de los $m$ intervalos $[x_i, x_{i+1}]$ la curva spline es un polinómio de grado $n$, por lo tanto, la curva spline es definida por $m\,(n+1)$ coeficientes independientes. En cada uno de los extremos del intervalo, el valor del polinomio está definido, por lo tanto se especifican $2m$ condiciones. En cada uno de los puntos $x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}$de los intervalos, la derivada de orden $1, \ldots, n-1$ debe ser continua, por lo tanto se obtienen $(m-1)\,(n-1)$restricciones adicionales. Luego, el número de condiciones adicionales requeridas para obtener una curva spline única es:

$$m\,(n+1) - 2m - (m-1)\,(n-1) = n - 1 \tag{1}$$