

Кучи. Задачи

Булгаков Илья, Гусев Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2023

Содержание

1 Задачи

Задача 1

Проверьте данную строку на то, является ли она корректной XML-строкой (то есть имеет вид `<a><uv></uv>`).

Задача 1 (Решение)

Проверьте данную строку на то, является ли она корректной XML-строкой (то есть имеет вид `<a><uv></uv>`).

Решение:

- Разобьем строку на токены (вида `<a>`, `` и т.д.)
- Будем поддерживать стек вложенности:
- Если обрабатываем открывающийся токен, то кладем его на стек.
- Если закрывающийся - проверяем, что на вершине стека токен нужного типа
- Проверим, что не было *Stack Underflow*, и что в конце стек остался пустым. Если это так - строка является корректной

Задача 2

Дан односвязный список с указателем на голову. Возможно, он зациклен. Определите, зациклен ли он, за $O(n)$ времени (где n — число вершин в списке) и с привлечением $O(1)$ дополнительной памяти.

Задача 2 (Решение)

Дан односвязный список с указателем на голову. Возможно, он зациклен. Определите, зациклен ли он, за $O(n)$ времени (где n — число вершин в списке) и с привлечением $O(1)$ дополнительной памяти.

Решение:

- Пустим два указателя. Один будет двигаться на одну вершину вперед, другой — на две
- Если указатели встретились, то список зациклен

Задача 3

У мамы есть n детей. Чтобы уложить i -го из них спать, нужно петь ему колыбельную в течение a_i минут, после этого он будет спать b_i минут подряд. Можно ли уложить всех детей так, чтобы у мамы была хотя бы одна свободная минута, в течение которой все дети бы спали? Асимптотика: $O(n \log n)$.

Задача 3 (Hint)

У мамы есть n детей. Чтобы уложить i -го из них спать, нужно петь ему колыбельную в течение a_i минут, после этого он будет спать b_i минут подряд. Можно ли уложить всех детей так, чтобы у мамы была хотя бы одна свободная минута, в течение которой все дети бы спали? Асимптотика: $O(n \log n)$.

Hint:

- Сформулируем систему на a_i и b_i , равносильную наличию решения
- Придумаем жадный алгоритм: каких детей следует укладывать раньше других?

Задача 3 (Решение)

У мамы есть n детей. Чтобы уложить i -го из них спать, нужно петь ему колыбельную в течение a_i минут, после этого он будет спать b_i минут подряд. Можно ли уложить всех детей так, чтобы у мамы была хотя бы одна свободная минута, в течение которой все дети бы спали? Асимптотика: $O(n \log n)$.

Решение:

- Отсортируем детей по $a_i + b_i$ и проверим, выполняется ли система

Задача 4

В $2n - 1$ ящиках лежат яблоки и апельсины (в i -ом ящике a_i яблок и b_i апельсинов). Требуется выбрать n ящиков так, что в них окажется не менее половины всех яблок и не менее половины всех апельсинов. Докажите, что такой выбор всегда существует.

Задача 4 (Решение)

В $2n - 1$ ящиках лежат яблоки и апельсины (в i -ом ящике a_i яблок и b_i апельсинов). Требуется выбрать n ящиков так, что в них окажется не менее половины всех яблок и не менее половины всех апельсинов. Докажите, что такой выбор всегда существует.

Решение:

- Отсортируем ящики по a_i
- Рассмотрим все нечетные ящики
- Рассмотрим все четные ящики и последний
- В обоих случаях мы набираем более половины яблок
- Выберем случай, где больше апельсинов

Задача 5

Через mex (minimal exclusive) данного массива чисел будем обозначать минимальное целое неотрицательное число, которого нет в этом массиве. Дан массив целых чисел a_1, \dots, a_n . За одну операцию можно изменить одно любое число массива на mex всех его элементов (сам mex может измениться). Покажите, как сделать массив неубывающим не более чем за $2n$ операций. Асимптотика: $O(n)$.

Бонусная задача

Leetcode: 658. Find K Closest Elements

Дан массив arr , числа k и x . Необходимо вернуть k ближайших к x элементов из arr .

Результат должен быть отсортирован по возрастанию