

Кучи. Задачи

Булгаков Илья, Гусев Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2023

Содержание

1 Задачи

Задача 1

В множество итеративно (онлайн) добавляются целые числа. После каждого запроса добавления сообщите медиану текущего множества. Каждый запрос нужно обработать за $O(\log n)$, где n — размер множества после добавления

Задача 1 (Решение)

В множество итеративно (онлайн) добавляются целые числа. После каждого запроса добавления сообщите медиану текущего множества. Каждый запрос нужно обработать за $O(\log n)$, где n — размер множества после добавления

Решение:

- Храним кучи из элементов меньших, чем медиана и больших, чем медиана
- При добавлении аккуратно перекладываем элементы

Задача 2

Рассмотрим такую процедуру построения кучи для данного массива длины n из различных элементов: для каждого элемента от n -го до 1-го вызываем `siftUp`. Верно ли, что построенная куча всегда будет корректной?

Задача 2 (Решение)

Рассмотрим такую процедуру построения кучи для данного массива длины n из различных элементов: для каждого элемента от n -го до 1-го вызываем `siftUp`. Верно ли, что построенная куча всегда будет корректной?

Решение:

- Можно придумать контрпример для $n = 4$

Задача 3

(Метод k -путевого слияния). Дано k массивов A_1, A_2, \dots, A_k , отсортированных по возрастанию. Предложите метод их слияния в один отсортированный массив за время $O((|A_1| + \dots + |A_k|) \log k)$.

Задача 3 (Решение)

(Метод k -путевого слияния). Дано k массивов A_1, A_2, \dots, A_k , отсортированных по возрастанию. Предложите метод их слияния в один отсортированный массив за время $O((|A_1| + \dots + |A_k|) \log k)$.

Решение:

- Будем хранить кучу из k элементов - первые элементы A_i -х, которые мы еще не трогали
- На i -м шаге достаем минимум из кучи, добавляем его в результирующий массив
- Смотрим из какого массива был этот элемент, добавляем следующий нетронутый элемент из того же массива

Задача 4

Каждый элемент отсортированного массива длины n сдвинули не более чем на k позиций. Отсортируйте его за время $O(n \log k)$

Задача 4 (Решение)

Каждый элемент отсортированного массива длины n сдвинули не более чем на k позиций. Отсортируйте его за время $O(n \log k)$

Решение:

- Будем идти по массиву скользящим окном размера k
- И поддерживать кучу на этом скользящем окне

Бонусная задача

Leetcode: 658. Find K Closest Elements

Дан массив arr , числа k и x . Необходимо вернуть k ближайших к x элементов из arr .

Результат должен быть отсортирован по возрастанию