

Дерево отрезков. Задачи

Булгаков Илья, Гусев Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2023

Содержание

1 Задачи

Задача 1

Дан массив чисел a_1, \dots, a_n . Обработайте q запросов двух видов:

- а) увеличить все числа на отрезке $[l, r]$ на величину val ;
- б) сообщить число на позиции pos .

Асимптотика: $O(n + q \log n)$. Обойдитесь без проталкиваний.

Задача 1 (Решение)

Дан массив чисел a_1, \dots, a_n . Обработайте q запросов двух видов:

- а) увеличить все числа на отрезке $[l, r]$ на величину val ;
- б) сообщить число на позиции pos .

Асимптотика: $O(n + q \log n)$. Обойдитесь без проталкиваний.

Решение:

- В каждой вершине храним число, которое нужно прибавить ко всему поддереву
- Когда спрашивается про позицию, суммируем все числа на пути

Задача 2

Дан массив длины n из нулей и единиц. Обработайте два типа запросов:

- а) обновить элемент (`apos := val`)
- б) вывести позицию k -го нуля на отрезке $[l, r]$

Ответ на запрос за $O(\log n)$. Не сводите задачу к отрезку $[1, r]$.

Задача 2 (Решение)

Дан массив длины n из нулей и единиц. Обработайте два типа запросов:

- a) обновить элемент ($apos := val$)
- б) вывести позицию k -го нуля на отрезке $[l, r]$

Ответ на запрос за $O(\log n)$. Не сводите задачу к отрезку $[1, r]$.

Решение:

- В вершине храните количество нулей в поддереве. Удобно представить запрос в виде $O(\log n)$ вершин в дереве отрезков. Далее нужно сделать спуск в одном из этих поддеревьев.

Задача 3

Дана строка s из круглых открывающих и закрывающих скобок длины n .
Обработайте q запросов двух видов:

- а) изменить символ на позиции pos (то есть заменить тип скобки $s[pos]$)
- б) сообщить, является ли подстрока на позициях с l по r правильной скобочной последовательностью

Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$.

Задача 3 (Решение)

Дана строка s из круглых открывающих и закрывающих скобок длины n .
Обработайте q запросов двух видов:

- а) изменить символ на позиции pos (то есть заменить тип скобки $s[pos]$)
- б) сообщить, является ли подстрока на позициях с l по r правильной скобочной последовательностью

Обработайте все запросы за $O(n + q \log n)$.

Решение:

- Воспользуемся критерием через скобочный баланс

Задача 4

Даны две прямые: $y = 1$ и $y = -1$. Также дано n отрезков, концы которых лежат на этих прямых (один конец — на одной прямой, другой конец — на другой). Найдите число пар пересекающихся отрезков за $O(n \log n)$. Можно считать, что отрезки не пересекаются по концам.

Задача 4 (Решение)

Даны две прямые: $y = 1$ и $y = -1$. Также дано n отрезков, концы которых лежат на этих прямых (один конец — на одной прямой, другой конец — на другой). Найдите число пар пересекающихся отрезков за $O(n \log n)$. Можно считать, что отрезки не пересекаются по концам.

Решение:

- Сожмём координаты на первой прямой и отсортируем отрезки по координате на второй прямой.
- Рассматриваем отрезки в этом порядке.
- Нужно уметь находить число уже рассмотренных отрезков, у которых конец на первой прямой лежит правее конца текущего отрезка.