

Деревья поиска. Задачи

Булгаков Илья, Гусев Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2023

Задача 1

Дано подвешенное корневое бинарное дерево. Как за линейное время проверить, что оно является деревом поиска?

Задача 1 (Решение)

Дано подвешенное корневое бинарное дерево. Как за линейное время проверить, что оно является деревом поиска?

Решение:

- Учимся считать максимум и минимум на поддеревьях
- Проверяем для каждой вершины, что все в порядке

Задача 2

Как в дереве поиска искать максимальный и минимальный элементы? Как находить наименьший элемент, больший x , лежащий в дереве? Может понадобиться хранить дополнительное поле в каждой вершине.

Задача 2 (Решение)

Как в дереве поиска искать максимальный и минимальный элементы? Как находить наименьший элемент, больший x , лежащий в дереве? Может понадобиться хранить дополнительное поле в каждой вершине.

Решение:

- Чтобы найти максимальный элемент - спускаемся всегда вправо, пока правый сын существует
- Минимум - аналогично

Задача 3

Пусть даны два AVL-дерева T_1 и T_2 , причём все ключи T_1 из них строго меньше всех ключей T_2 . Предложите алгоритм построения AVL-дерева, множество ключей которого совпадает с объединением множеств ключей T_1 и T_2 , за время $O(\log(|T_1| + |T_2|))$.

Задача 3 (Решение)

Пусть даны два AVL-деревя T_1 и T_2 , причём все ключи T_1 из них строго меньше всех ключей T_2 . Предложите алгоритм построения AVL-деревя, множество ключей которого совпадает с объединением множеств ключей T_1 и T_2 , за время $O(\log(|T_1| + |T_2|))$.

Решение:

- Пусть $h(T_1) \leq h(T_2)$. Удалите из T_1 максимальный элемент. Пройдите от корня T_2 вправо до той глубины, куда нужно подвесить T_1 . Верните удалённый элемент, подвесьте к нему T_1 и необходимое поддеревя T_2 .

Задача 4

В изначально пустое множество по одному добавляются или удаляются элементы. После выполнения каждого запроса сообщать медиану текущей версии множества. Асимптотика: $O(\log n)$ на запрос, где n — текущий размер множества.

Задача 4 (Решение)

В изначально пустое множество по одному добавляются или удаляются элементы. После выполнения каждого запроса сообщать медиану текущей версии множества. Асимптотика: $O(\log n)$ на запрос, где n — текущий размер множества.

Решение:

- Вспомним как мы делали это с кучами

Задача 5

К изначально пустому множеству чисел S поступают запросы трёх типов:

- а) добавить x в S
- б) удалить x из S
- в) найти сумму элементов S , значения которых лежат в отрезке $[l, r]$
- г) прибавить x ко всем элементам S

Отвечайте на каждый запрос за $O(\log q)$, а на запрос типа г) — за $O(1)$

Задача 5 (Решение)

К изначально пустому множеству чисел S поступают запросы трёх типов:

- а) добавить x в S
- б) удалить x из S
- в) найти сумму элементов S , значения которых лежат в отрезке $[l, r]$
- г) прибавить x ко всем элементам S

Отвечайте на каждый запрос за $O(\log q)$, а на запрос типа г) — за $O(1)$

Решение:

- В каждой вершине дерева храните сумму с поддерева.
- Также можно хранить отдельную константу, равную прибавляемому числу во всём дереве