

Базовые алгоритмы

Булгаков Илья, Гусев Илья, Виталий Ерошин

Московский физико-технический институт

Москва, 2023

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 1

Пусть a_1, \dots, a_n и b_1, \dots, b_m — две последовательности чисел. Предложите алгоритм их слияния (относительный порядок элементов в обеих последовательностях должен сохраниться) для получения лексикографически минимальной/максимальной последовательности за $O(n + m)$. Считаем, что список чисел x_1, \dots, x_k лексикографически меньше списка y_1, \dots, y_k , если существует такое $m < k$, что $x_1 = y_1, \dots, x_m = y_m$, но $x_{m+1} < y_{m+1}$. Можете считать, что все данные числа попарно различны.

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 2

Пусть $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_m)$ — две последовательности. Говорят, что a является подпоследовательностью b , если из b можно вычеркнуть некоторые элементы так, чтобы получилась a (без изменения порядка оставшихся элементов). Формальнее, a является подпоследовательностью b , если существует набор $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq m$, такой что $b_{i_j} = a_j$ для всех $j \in \{1, \dots, n\}$. За $O(m)$ определите, является ли a подпоследовательностью b .

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 3

Изначально есть массив a_1, a_2, \dots, a_n . К нему применяются q преобразований вида l, r, x , что означает, что числа с l -го по r -е нужно увеличить на x . Выведите массив после всех преобразований. Асимптотика: $O(n + q)$.

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 4

Дан массив положительных чисел a_1, \dots, a_n . За $O(n)$ определите длину самого длинного подотрезка, сумма чисел на котором не превосходит k .

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 5

На столе лежит n куч бананов, в i -й из них — a_i бананов. Обезьянка может выбрать произвольное число S и есть по S бананов в минуту. Однако съедаемые за минуту бананы должны изначально лежать в одной куче. Если в куче бананов меньше S , то за минуту съедаются они все. Хозяин зоопарка вернётся через M минут, а обезьянка хочет растянуть удовольствие и есть как можно дольше. Найдите минимальное S такое, что обезьянка успеет съесть все бананы до прихода хозяина. Асимптотика: $O(n \log(\max_{i=1}^n a_i))$.

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 6

Число 0 записано в n -разрядной двоичной системе. К нему $2n - 1$ раз прибавляется единица. Будем считать, что время, необходимое на прибавление единицы, равно количеству единиц в двоичной записи числа, которые становятся нулями. Оцените среднюю сложность всех таких операций. Какие операции являются самыми дешёвыми, а какие — самыми дорогими?

Несколько задач на простые алгоритмы

Задача 7

По данному числу n найдите все пары целых положительных чисел (a, b) , такие что $a \leq b \leq n$, и $a|b$. Оцените асимптотическое поведение числа таких пар.

Бонусная задача

Leetcode: 167. Two Sum II - Input Array Is Sorted

- Дан упорядоченный массив чисел a , элементы которого нумеруются с 1 и число $target$. Найдите среди элементов a два таких числа, которые в сумме будут давать $target$. Верните индексы этих чисел в отсортированном порядке.