

유형 01 포물선의 방정식



0041 대표문제

점 (-2, 0)을 초점으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물 선이 점 (a, 4)를 지날 때, a의 값은?

- $\bigcirc -\frac{5}{2}$
- ② -2
- $3 \frac{3}{2}$

- (4) -1

0042 하

포물선 $y^2 = x$ 의 초점을 중심으로 하고 이 포물선의 준선에 접하는 원의 넓이를 구하시오.

0043 ♦

초점이 F(-3, 0)이고 준선의 방정식이 x=3인 포물선의 꼭 짓점을 A, 초점 F를 지나고 y축에 평행한 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

유형 02 포물선의 평행이동

개념 01 - 1

0044 대표문제

포물선 $4y^2-4x+8y+11=0$ 의 초점의 좌표가 (a, b), 준선 의 방정식이 x=c일 때, 상수 a, b, c에 대하여 a+b+c의 값을 구하시오.

0045 ♦

초점이 $F\left(\frac{3}{2},2\right)$ 이고 준선의 방정식이 $x=\frac{1}{2}$ 인 포물선이 x축과 만나는 점의 좌표를 구하시오.

0046 €

좌표평면에서 점 F(3, 2)에 이르는 거리와 직선 x=1에 이르는 거리가 같은 점들이 나타내는 도형의 방정식이 $y^2+ax+by+c=0$ 일 때, a+b+c의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

- 1 1
- 2 2
- 3 3

- **4** 4
- **(5)** 5

0047 (₹)•

두 포물선 $y^2-4x+6y+13=0$ 과 $x^2+4x-4y+a=0$ 의 초점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a의 값은?

- ① 6
- 2 8
- 3 10

- 4 12
- **⑤** 14

0048 중 Ø서술형

포물선 x^2 =4(y-4)의 초점을 F라 하고, 이 포물선 위의 점 P(2,5)에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 PFH의 외접원의 넓이를 구하시오.



포물선의 정의의 활용 ; 포물선 위의 점이 주어질 때



개념 01 - 1

0049 대표문제

포물선 y^2 =12x 위의 서로 다른 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 포물선의 초점 F와 일치할 때, $\overline{AF} + \overline{BF} + \overline{CF}$ 의 값은?

- ① 9
- 2 12
- ③ 15

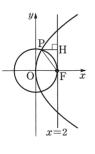
- **4** 18
- 5 21

0050 (하

포물선 $x^2=12y$ 위의 점 P를 중심으로 하고 직선 y=-3에 접하는 원은 점 P의 위치에 관계없이 항상 점 (a, b)를 지난다. 이때 a^2+b^2 의 값을 구하시오.

0051 ♦

오른쪽 그림과 같이 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 원점을 꼭짓점 으로 하는 포물선의 초점 F를 지난다. 원 과 포물선의 교점 P에서 직선 x=2에 내 린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH}+\overline{PF}$ 의 값은? (단, 점 F는 x축 위에 있고 점 F의 x좌표는 양수이다.)

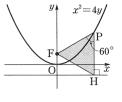


- (1) $2\sqrt{2}$
- (2) $2+\sqrt{2}$
- (3) 4

- $4) \frac{9}{2}$
- (5) $2\sqrt{6}$

0052 ♦

오른쪽 그림과 같이 포물선 $x^2=4y$ 의 초점을 F, 포물선 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. \angle FPH=60°일 때, 삼각형 PFH의 넓이는?

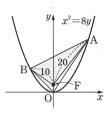


- ① 4
- ② $4\sqrt{2}$
- $3) 4\sqrt{3}$

- (4) $5\sqrt{2}$
- (5) $5\sqrt{3}$

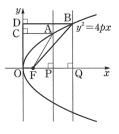
0053 왕 생 생 성 생 성 생 성 형

오른쪽 그림과 같이 포물선 $x^2=8y$ 의 초점을 F라 하자. 이 포물선 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AF}=20$, $\overline{BF}=10$ 일 때, 삼각형 ABO의 넓이를 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A는 제1사분면, 점 B는 제2사분면 위의 점이다.)



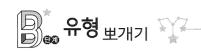
0054 생

오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4px(p>0)$ 의 초점 F와 점 Q(5p, 0)을 잇는 선분 FQ의 중점을 P라 하자. 또 두 점 P, Q를 지나고 x축에 수직인 두 직선이 포물선 $y^2 = 4px$ 와 제1 사분면에서 만나는 점



을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 y축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACOF의 둘레의 길이가 $16+4\sqrt{3}$ 일 때, 사각형 BDOF의 둘레의 길이를 구하시오.

(단, p는 유리수이고, O는 원점이다.)



유형 04

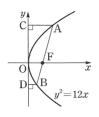
포물선의 정의의 활용 ; 초점을 지나는 직선이 주어질 때

뿅

개념 01 - 1

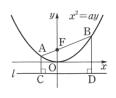
0055 대표문제

오른쪽 그림과 같이 포물선 $y^2=12x$ 의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두점을 각각 A, B라 하고, 두점 A, B에서 y축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AC}=5$, $\overline{BD}=\frac{9}{5}$ 일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.



0056 ♦

오른쪽 그림과 같이 포물선 $x^2 = ay(a>0)$ 의 초점 F를 지나는 직선 이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 준선 l에 내



린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ACDB의 넓이 가 $12\sqrt{2}$ 이고 \overline{AF} : \overline{BF} =1 : 2일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

0057 😚∙

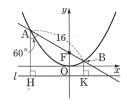
포물선 y^2 =8x의 초점 F를 지나는 직선과 포물선의 두 교점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB의 길이가 14일 때, 선분 AB의 중점의 x좌표는?

- ① $\frac{7}{2}$
- 2 4
- $3\frac{9}{2}$

- **4** 5

0058 중 Ø 서술형

오른쪽 그림과 같이 포물선의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두점을 각각 A, B라 하고, 두점 A, B에서 준선 l에 내린 수선의 발을 각각 H, K라 하자, \overline{AB} =16.



∠FAH=60°일 때, 선분 BK의 길이를 구하시오.

유형 **05** 길이의 합의 최솟값

개념 01 · 1

0059 대표문제

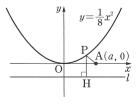
포물선 $y^2=6x$ 의 초점을 F라 하자. 이 포물선 위의 임의의 점 P와 점 A(5, 2)에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PF}$ 의 최솟값은?

- ① 5
- $2\frac{11}{2}$
- 3 6

- $4) \frac{13}{2}$
- **⑤** 7

0060 중 🗗 세술형

오른쪽 그림과 같이 포물선 $y=\frac{1}{8}x^2$ 위의 임의의 점 P에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H라 하자. x축 위의 점 $A(a,\ 0)$ 에 대하



여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PH}}$ 의 최솟값이 $2\sqrt{3}$ 일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

0061 W

좌표평면 위의 두 점 A(0, 3), B(4, 6)과 포물선 $y = \frac{1}{12}x^2$ 위의 임의의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 둘레의 길이의 최 솟값은?

- ① 14
- **②** 16
- (3) 18

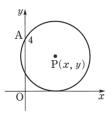
- **4**) 20
- **(5)** 22

유형 06 자취의 방정식; 포물선

개념 01 · 1

0062 대표문제

오른쪽 그림과 같이 점 A(0, 4)를 지 나고 x축에 접하는 원의 중심 P(x, y)의 자취의 방정식은 $x^2 = ay + b$ 이다. 이 때 상수 a, b에 대하여 a-b의 값을 구 하시오.



0063 (하

직선 x=-1에 접하고 점 A(2, 1)을 지나는 원의 중심 P가 나타내는 도형의 방정식은?

- (1) $y^2 + 2x + 2y + 4 = 0$
- (2) $y^2 2x 2y + 4 = 0$
- $y^2+6x-2y+4=0$
- 4 $y^2-6x+2y+4=0$
- (5) $y^2 6x 2y + 4 = 0$

0064 (₹)

포물선 $x^2=12y$ 위를 움직이는 점 P와 이 포물선의 꼭짓점 O 를 잇는 선분 OP의 중점을 Q라 할 때, 점 Q의 자취의 방정식 2?

- ① $x^2 = \frac{1}{6}y$ ② $x^2 = y$ ③ $x^2 = 6y$

- (4) $x^2 = y 3$ (5) $x^2 = 6(y 3)$

0065 €

중심이 점 P인 원이 원 $x^2+y^2-4y+3=0$ 과 서로 바깥쪽에 있으면서 한 점에서 만나고 x축에 접할 때, 점 P의 자취는 포 물선이다. 이 포물선의 초점의 좌표를 (a, b)라 할 때, a-b의 값은?

- $\bigcirc 1 -2$
- (2) -1
- $3 \frac{1}{2}$

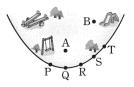
- (4) 1
- (5) 2

포물선의 실생활에의 활용

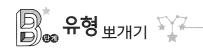
개념 01 - 1

0066 대표문제

오른쪽 그림과 같이 Q 지점을 꼭짓 점으로 하는 포물선 모양의 공원이 있고, A 지점은 포물선의 초점에 위 치한다. 두 지점 A, B까지의 거리

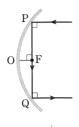


의 합이 최소가 되도록 포물선 위의 지점 P, Q, R, S, T 중 한 지점에 매점을 지을 때, 매점의 위치로 가장 알맞은 지점을 구하시오.



0067 €

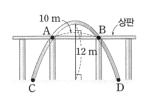
오른쪽 그림은 포물선 모양의 위성 안테나의 단면이다. 전파가 위성 안테나의 점 P에 도달 하면 직각으로 반사된 후 초점의 위치에 있는 수신기 F를 지나 반대편의 점 Q를 거쳐 다시 직각으로 되돌아 나간다고 한다. PQ=100일 때. 삼각형 OPQ의 넓이를 구하시오.



(단. 점 O는 포물선의 꼭짓점의 위치에 있다.)

0068 중

오른쪽 그림과 같이 포물선 모양의 아치교가 있다. 다리의 상판이 포 물선의 초점을 지나고 아치와 상판 이 만나는 두 지점을 각각 A. B라 하면 두 지점 A. B 사이의 거리는



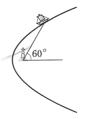
10 m이다. 수면에서 포물선의 꼭짓점까지의 거리가 12 m일 때, 아치가 수면과 만나는 두 지점 C, D 사이의 거리는?

- (1) $4\sqrt{10}$ m
- (2) $4\sqrt{15}$ m
- (3) $8\sqrt{5}$ m

- (4) 20 m
- (5) $4\sqrt{30}$ m

0069 중 Ø서술형

오른쪽 그림과 같이 등대를 초점으로 하는 포물선 궤도 위를 움직이는 배가 있다. 배 가 등대로부터 50 m 떨어져 있을 때, 배 와 등대를 연결한 직선이 포물선의 축과 이루는 예각의 크기는 60°이다. 이 배가



등대에 가장 가까워졌을 때, 배와 등대 사이의 거리는 몇 m인 지 구하시오. (단, 배와 등대의 크기는 무시한다.)

유형 08 타원의 방정식

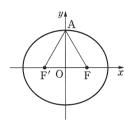
개념 01 - 2

0070 **대표**문제

타원 $16x^2 + 9y^2 = 144$ 와 두 초점을 공유하고 장축의 길이가 6 인 타워의 방정식을 구하시오.

0071 (ক)∙

오른쪽 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 x축 위의 두 점 F, F'을 초점 으로 하는 타원과 y축의 한 교점을 A라 하면 삼각형 AF'F는 한 변의 길이가 4인 정삼각형이다. 이 타원



의 방정식이 $px^2 + qy^2 = 48$ 일 때, 상수 p, q에 대하여 q - p의 값은?

- $\widehat{(1)}$ -2
- (2) -1
- (3) 0

- **4** 1
- (5) 2

0072 (₹)

두 초점이 F(2, 0), F'(-2, 0)이고, 장축과 단축의 길이의 차가 2인 타원 위의 한 점을 P라 할 때, PF+PF'의 값은?

- \bigcirc 5
- 2) 10
- (3) 15

- **4**) 20
- **(5)** 25



유형 **09** 타원의 초점, 장축, 단축



0073 대표문제

포물선 $y^2 = -8x$ 의 초점과 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 한 초점이 일 치할 때, 닮원의 장축의 길이는? (단, a는 상수이다.)

- 1) 4
- ② $2\sqrt{5}$
- (3) $2\sqrt{6}$

- **4** 5
- (5) $4\sqrt{2}$

0074 하

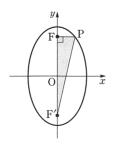
네 꼭짓점의 좌표가 (2, 0), (-2, 0), (0, 3), (0, -3)인 타원의 초점을 F, F'이라 할 때, 선분 FF'의 길이는?

- (1) $2\sqrt{3}$
- 2 4
- $3) 2\sqrt{5}$

- $(4) \ 2\sqrt{6}$
- (5) $2\sqrt{7}$

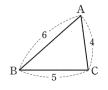
0075 중 생서술형

오른쪽 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점 F, F'과 타원 위의 점 P에 대하여 선분 PF가 y축과 수직일 때, 삼 각형 PFF'의 넓이를 구하시오.



0076 €

오른쪽 그림과 같이 \overline{AB} =6, \overline{BC} =5, \overline{CA} =4인 삼각형 ABC에서 두 점 B, C 를 초점으로 하고, 점 A를 지나는 타원의 단축의 길이를 구하시오.



0077 ♦

오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 5인 원기둥을 밑면과 45°의 각을 이루는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 타원이다. 이 타원의 두 초점 사이의 거리를 구하시오.



유형 10 타원의 평행이동

개념 01 - 2

0078 대표문제

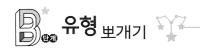
타원 $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{(y+3)^2}{12} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 할 때, 삼각형 OFF'의 넓이를 구하시오. (단, O는 원점이다.)

0079 하

타원 $2x^2-8x+3y^2+12y+14=0$ 을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 타원 $2x^2+3y^2=k$ 와 일 치한다. 이때 상수 m, n, k에 대하여 m+n+k의 값은?

- 1 4
- ② 5
- 3 6

- **4** 7
- **⑤** 8



0080 €

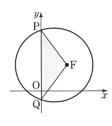
세 점 A(1, -2), B(-1, -5), C(1, -8)을 꼭짓점으로 하는 타원의 방정식이 $\frac{(x+a)^2}{b} + \frac{(y+c)^2}{d} = 1$ 일 때, 상수 a, b, c, d에 대하여 a+b+c+d의 값은?

- ① 14
- **②** 15
- ③ 16

- **(4)** 17
- (5) 18

0081 중 생서술형

오른쪽 그림과 같이 타원 $8(x-1)^2+9(y-2)^2=72$ 의 한 초점을 F라 하고, 타원이 y축과 만나는 두점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 FPQ의 넓이를 구하시오.



(단, 점 F는 제1사분면 위의 점이다.)

명 11 타원의 정의의 활용



0082 대표문제

오른쪽 그림과 같이 두 점 F(1,0)과 F'(-1,0)을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에서 점 F를 지나는 직선 이 타원과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 ABF'의 둘레의 길이가 12일 때, 상수 a, b에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 16
- (2) 17
- **(3)** 18

- **4** 19
- **⑤** 20

0083 하

타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$ 위의 한 점 P와 두 초점 F, F'에 대하여 $\overline{PF}:\overline{PF'}=3:1$ 일 때, $\frac{\overline{PF}}{\overline{FF'}}$ 의 값을 구하시오.

0084 €

두 타원이 점 F를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 두 타원의 장축의 길이가 각각 16, 24이고, 두 타원의 나머지 초점을 각각 F_1 , F_2 라 할 때,

 $|\overline{\mathrm{PF}_1} - \overline{\mathrm{PF}_2}| + |\overline{\mathrm{QF}_1} - \overline{\mathrm{QF}_2}|$ 의 값은?

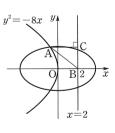
- 1 16
- 2 14
- **③** 12

- **4** 10
- **⑤** 8

0085 €

오른쪽 그림과 같이 타원

 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 과 포물선 $y^2 = -8x$ 의 교점 중 제2사분면 위의 점을 A라 하고, 직선 x = 2와 x축의 교점을 B라 하자. 점 A에서 직선 x = 2에 내린 수선의 발을 C라 할 때, $\overline{AB} + \overline{AC}$ 의 값은?

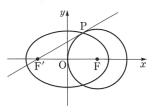


- ① $3\sqrt{3}$
- 2 6
- (3) $4\sqrt{3}$

- **4** 8
- (5) 10

n086 €

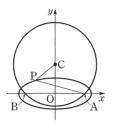
오른쪽 그림과 같이 두 점 F(c, 0), F'(-c, 0) (c>0)을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타워이 있다. 점 F를 중심 으로 하고 u축에 접하는 워이



타원과 점 P에서 만나고. 점 P에서의 원의 접선이 점 F'을 지 날 때, c의 값을 구하시오.

0087 (ੇ)

오른쪽 그림과 같이 점 C(0, c)를 중심 으로 하고 지름의 길이가 10인 원과 x축의 두 교점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B를 초점으로 하고 장축의 길이 가 k인 타워 위를 움직이는 점 P에 대



하여 $\overline{AP} - \overline{CP}$ 의 최댓값을 k에 대한 식으로 나타내면?

(단, 0<c<5, k<10)

- ① $\frac{k-6}{2}$ ② $\frac{k-5}{2}$
- $3\frac{k}{2}$

- $\bigcirc 4 \ k-6$
- (5) k-5

(명) 12) 타원의 정의의 활용; 최대·최소



0088 대표문제

타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 의 두 초점 A, B와 타원 위의 점 P에 대하 여 $\overline{AP} \cdot \overline{BP}$ 의 최댓값은?

- (1) 24
- (2) 27
- (3) 28

- **4** 48
- (5) 49

0089 (₹)•

타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 임의의 점 P(a, b)에 대하여 ab의 최댓값은?

- 1 8
- (2) 10
- (3) 12

- **(4)** 14
- (5) 16

0090 중 🔊 🗷 서술형

가로, 세로가 각각 x축, y축과 평행하고 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ 에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

0091 ঔ

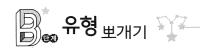
타원 $3x^2+2y^2=6$ 의 두 초점을 F, F'이라 할 때, 타원 위의 점 P에 대하여 $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 최속값을 구하시오.

유형 13) 자취의 방정식; 타원

개념 01 - 2

하시오.

x축 위의 점 A와 y축 위의 점 B에 대하여 \overline{AB} =4일 때, 선분 AB를 3:1로 내분하는 점 P의 자취의 방정식은 $px^2+qy^2=9$ 이다. 이때 상수 p, q에 대하여 p+q의 값을 구



0093 €

원 $x^2+y^2=16$ 위의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라할 때, 선분 PH의 중점 Q의 자취의 방정식은?

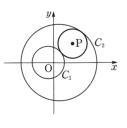
- $\bigcirc x^2 + 4y^2 = 4$
- ② $x^2 + 4y^2 = 16$
- $(3) 4x^2+y^2=4$
- $4x^2 + 9y^2 = 36$
- (5) $9x^2 + 4y^2 = 36$

0094 중

점 (3, 0)과 직선 x=6에 이르는 거리의 비가 1:2인 점 P의 자취는 타워이다. 이 타원의 초점의 좌표를 구하시오.

0095 ঔ

오른쪽 그림과 같이 중심이 점 P인 원이 원 C_1 : $(x+1)^2+y^2=9$ 와 서 로 바깥쪽에 있으면서 한 점에서 만 나고, 원 C_2 : $(x-1)^2+y^2=49$ 의 안쪽에 있으면서 한 점에서 만난다. 이때 점 P의 자취의 방정식을 구하시오.



유형 14 타원의 실생활에의 활용

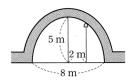
개념 01 - 2

0096 **대표**문제

태양을 한 초점으로 하여 타원 궤도를 도는 혜성이 있다. 혜성이 대양으로부터 가장 멀리 있을 때의 거리와 가장 가까이 있을 때의 거리가 각각 8×10^7 km, 4×10^7 km일 때, 혜성이 그리는 타원 궤도의 단축의 길이는 $a\times10^7$ km이다. 이때 상수 a의 값을 구하시오.

0097 중 🗗 🗗 세술형

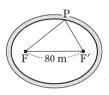
오른쪽 그림과 같이 폭이 8 m이고 높이가 5 m인 터널의 단면은 도로면을 단축으로 하는 타원의 일부와 같다 고 한다. 터널의 중심으로부터 2 m



떨어진 지점 위의 천장에 조명등을 설치하려고 할 때, 조명등의 높이를 구하시오.

0098 W

오른쪽 그림과 같이 타원 모양의 트랙이 있다. 타원의 두 초점 F, F' 사이의 거리는 $80 \, \text{m}$ 이고, 트랙 위의 한 점 P에서 두 점 F, F'까지의 거리의 합이 $120 \, \text{m}$



일 때, 삼각형 PFF'의 넓이의 최댓값을 구하시오.

(단, 트랙의 폭은 무시한다.)

유형 15) 쌍곡선의 방정식

개념 01 · 3

0099 대표문제

타원 $4x^2+9y^2=36$ 과 두 초점을 공유하고 주축의 길이가 4인 쌍곡선의 방정식은?

- $(1) x^2 4y^2 = -4$
- ② $x^2 4y^2 = 4$
- $(3) 4x^2-y^2=-4$
- $4x^2-y^2=4$
- $\bigcirc 9x^2-y^2=4$