[과제2] 다음 주어진 각 함수의 도함수를 도함수의 정의 $f'(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ 를 사용하여 유도하시오.

(1) $f(x)=\sqrt{x}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+h-\cancel{x}}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

(2) $f(x)=\sqrt[3]{x}$

$(x-y)(x^2+xy+y^2)=x^3-y^3$ 이용

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+h}-\sqrt[3]{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\left(\sqrt[3]{x+h}^2+\sqrt[3]{x+h}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}^2\right)}$$

$$=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

(3) $f(x)=\frac{1}{x}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x+h}-\frac{1}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{x(x+h)h}$$

$$=-\frac{1}{x^2}$$

(4) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{\sqrt{x+h}}-\frac{1}{\sqrt{x}}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{h\sqrt{x}\sqrt{x+h}}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-h}{h\sqrt{x}\sqrt{x+h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$=\lim_{h\to 0}-\frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x})}$$

$$=-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

(5) $\frac{1}{f(x)}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{f(x+h)}-\frac{1}{f(x)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-\{f(x+h)-f(x)\}}{hf(x)f(x+h)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left(-\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right)\frac{1}{f(x)f(x+h)}$$

$$=-f'(x)\frac{1}{\{f(x)\}^2}$$

$$=-\frac{f'(x)}{\{f(x)\}^2}$$

(6) $\frac{f(x)}{g(x)}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{f(x+h)}{g(x+h)}-\frac{f(x)}{g(x)}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x)-f(x)g(x+h)}{h\cdot g(x+h)g(x)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x)-f(x)g(x)-f(x)g(x+h)+f(x)g(x)}{h}\cdot\frac{1}{g(x+h)g(x)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\cdot g(x)-f(x)\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right\}\cdot\frac{1}{g(x+h)\cdot g(x)}$$

$$=\{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)\}\cdot\frac{1}{\{g(x)\}^2}$$

미 그 마 그 미

$$=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

분모 제곱 분에-