



09·1 합의 기호 Σ

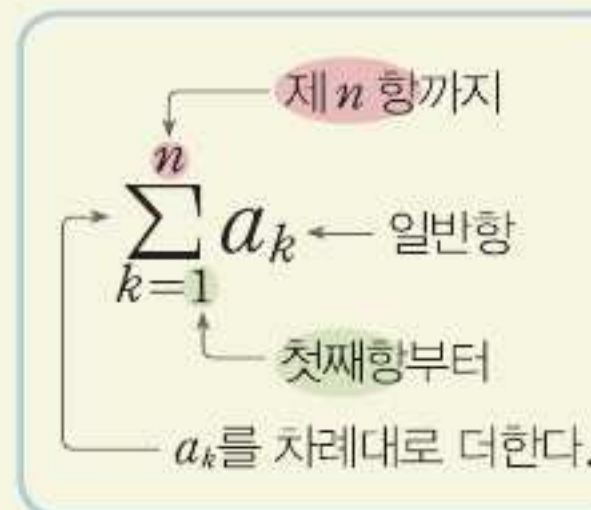
유형 01·02·03

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 을 합의 기호 Σ 를 사용하여 $\sum_{k=1}^n a_k$ 와 같이 나타낸다. 즉

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

ex $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \sum_{k=1}^n 2k$

tip $\sum_{k=1}^n a_k$ 는 k 대신 다른 문자를 사용하여 $\sum_{i=1}^n a_i$, $\sum_{m=1}^n a_m$ 등과 같이 나타낼 수 있다.



★ SEN note

○ 기호 Σ 는 합을 뜻하는 영어 Sum의 첫 글자 S에 해당하는 그리스 문자로 ‘시그마(sigma)’라 읽는다.

○ $m \leq n$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 제 m 항부터 제 n 항까지의 합

$$a_m + a_{m+1} + \dots + a_n = \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{m-1} a_k$$

09·2 Σ 의 성질

유형 04~10.13.14

$$(1) \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^n b_k$$

$$(3) \sum_{k=1}^n c a_k = c \sum_{k=1}^n a_k \quad (\text{단, } c \text{는 상수})$$

$$(4) \sum_{k=1}^n c = cn \quad (\text{단, } c \text{는 상수})$$

○ $\sum_{k=1}^n (p a_k + q b_k) = p \sum_{k=1}^n a_k + q \sum_{k=1}^n b_k$
(단, p, q 는 상수)

09·3 자연수의 거듭제곱의 합

유형 05~10.13.14

$$(1) \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(2) \sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(3) \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

ex (1) $\sum_{k=1}^{10} k = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$ (2) $\sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 385$ (3) $\sum_{k=1}^{10} k^3 = \left(\frac{10 \cdot 11}{2} \right)^2 = 3025$

○ $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2$

09·4 분수의 꼴인 수열의 합

유형 11·12

(1) 분수의 꼴인 수열의 합은 부분분수로 변형하여 구한다.

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+a)(k+b)} = \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+a} - \frac{1}{k+b} \right) \quad (\text{단, } a \neq b)$$

ex $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right)$
 $= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

(2) 분모에 근호가 포함된 수열의 합은 분모를 유리화하여 구한다.

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

○ $\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$
(단, $A \neq B$)

○ 항이 연쇄적으로 소거될 때, 앞에서 남는 항과 뒤에서 남는 항은 서로 대칭이 되는 위치에 있다.

09·1 합의 기호 Σ

[1005~1008] 다음을 합의 꼴로 나타내시오.

1005 $\sum_{k=1}^5 3k$

1006 $\sum_{n=1}^7 2^n$

1007 $\sum_{i=1}^n (4i+3)$

1008 $\sum_{j=1}^n j(j+2)$

[1009~1011] 다음을 기호 Σ 를 사용하여 나타내시오.

1009 $3+5+7+\cdots+(2n+1)$

1010 $3+3^2+3^3+\cdots+3^n$

1011 $-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{729}$

09·2 Σ 의 성질[1012~1013] $\sum_{k=1}^{10} a_k=4$, $\sum_{k=1}^{10} b_k=7$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

1012 $\sum_{k=1}^{10} (-a_k+3b_k)$

1013 $\sum_{k=1}^{10} 4(2a_k-5b_k)$

[1014~1015] 다음 식의 값을 구하시오.

1014 $\sum_{k=1}^{10} (k^2+3) - \sum_{k=1}^{10} (k^2-2)$

1015 $\sum_{k=1}^8 (k-2)^2 - \sum_{k=1}^8 (k^2-4k)$

09·3 자연수의 거듭제곱의 합

[1016~1017] 다음 식의 값을 구하시오.

1016 $\sum_{k=1}^{10} (k^2-k+1)$

1017 $\sum_{k=1}^{10} k(k-1)(2k+1)$

[1018~1019] 다음 식의 값을 구하시오.

1018 $4^2+5^2+6^2+\cdots+20^2$

1019 $3\cdot 6+5\cdot 10+7\cdot 14+\cdots+21\cdot 42$

09·4 분수의 꼴인 수열의 합

[1020~1022] 다음을 계산하시오.

1020 $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$

1021 $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

1022 $\frac{2}{1+\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{2}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$

[1023~1024] 다음 식의 값을 구하시오.

1023 $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{k(k+2)}$

1024 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k+3}}$



유형 보개기



유형 01 합의 기호 Σ

개념 09 · 1

1025 대표문제

$\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 4n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

- ① 100 ② 200 ③ 400
④ 800 ⑤ 1600

1026 하

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(20) = 30$, $f(2) = 4$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{18} f(k+2) - \sum_{k=3}^{20} f(k-1)$ 의 값을 구하시오.

1027 중

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^5 a_{2k-1} + \sum_{k=1}^5 a_{2k}$
ㄴ. $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = \sum_{k=1}^6 (-1)^{k-1}$
ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} k^3 = \sum_{k=2}^{11} (k-1)^3$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1028 중

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{30} (a_k + a_{k+1}) = 60$, $\sum_{k=1}^{15} (a_{2k-1} + a_{2k}) = 40$ 일 때, $a_1 - a_{31}$ 의 값을 구하시오.

1029 중

다음 중 $\sum_{k=0}^9 (2k+1)^2 + \sum_{k=1}^{10} (2k)^2$ 과 그 값이 같은 것은?

- ① $2 \sum_{k=1}^{10} k^2$ ② $\sum_{k=0}^{19} (k+1)^2$ ③ $\sum_{k=1}^{19} k^2$
④ $\sum_{k=0}^{20} (k+1)^2$ ⑤ $\left(\sum_{k=1}^{20} k \right)^2$

1030 상

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = \sum_{k=1}^{n+1} (2k+1)^2 - \sum_{k=1}^n (2k-1)^2$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 제 8 항을 구하시오.

유형 02 Σ 와 등차수열, 등비수열

개념 09 · 1

1031 대표문제

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 1$, $a_7 = -7$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{100} a_{2k} - \sum_{k=1}^{100} a_{2k+1}$ 의 값을 구하시오.

1032 하

다항식 $P(x) = x^{2n-1}(x-2)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^n a_k$ 를 n 에 대한 식으로 나타내면?

- ① $\frac{5(5^n-1)}{8}$ ② $\frac{5(25^n-1)}{8}$ ③ $\frac{5(5^n-1)}{4}$
 ④ $\frac{5(25^n-1)}{4}$ ⑤ $\frac{5(5^n-1)}{2}$

1033 중

등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_4 + a_9 = 5a_5, \sum_{k=1}^{10} a_k = -15$$

를 만족시킬 때, a_6 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

1034 중 서술형

등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3a_5 = a_9$, $a_2 = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^n a_k = 252$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

유형 03 특정한 값이 반복되는 수열의 합

개념 09 · 1

1035 대표문제

자연수 n 에 대하여 n^2 을 4로 나누었을 때의 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{2000} a_n$ 의 값은?

- ① 998 ② 999 ③ 1000
 ④ 1001 ⑤ 1002

1036 중

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 은 0, 1, 2의 값 중 어느 하나를 갖는다.

$\sum_{i=1}^n x_i = 13$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 23$ 일 때, $\sum_{i=1}^n x_i^5$ 의 값을 구하시오.

1037 상

$x = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 이고 자연수 n 에 대하여 $1 \leq k \leq n$ 일 때, x^k 이 실수가 되는 자연수 k 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 이때 $\sum_{n=1}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)

유형 04 Σ 의 성질

집중
공략

개념 09 · 2

1038 대표문제

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 4$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (3a_k - 1)^2$ 의 값은?

- ① 49 ② 58 ③ 73
 ④ 99 ⑤ 121



1039 하 서술형

$\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)^2 = 100$, $\sum_{k=1}^n a_k b_k = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^n (a_k^2 + b_k^2)$ 의 값을 구하시오.

1040 중

$\sum_{k=1}^n a_k = 7n$, $\sum_{k=1}^n b_k = -3n^2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k + 6)$ 의 값을 구하시오.

1041 중

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 12$, $\sum_{k=1}^{20} a_k = 42$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 20$, $\sum_{k=1}^{20} b_k = 60$ 일 때, $\sum_{k=11}^{20} (3b_k - 2a_k)$ 의 값을 구하시오.

1042 상

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{1+a_k} = n^2 + n$ 일 때, $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{1+a_k}$ 를 n 에 대한 식으로 나타내시오.

유형 05 자연수의 거듭제곱의 합



개념 09 · 2, 3

1043 대표문제

$\sum_{k=1}^{30} \frac{1+2+3+\cdots+k}{k}$ 의 값은?

- ① $\frac{485}{2}$ ② 245 ③ $\frac{495}{2}$
④ 250 ⑤ $\frac{505}{2}$

1044 하

$\sum_{k=1}^{n-1} (4k+3) = 52$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1045 중

이차방정식 $x^2 - kx - k = 0$ 의 두 근을 α_k, β_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^6 (\alpha_k^3 + \beta_k^3)$ 의 값은?

- ① 694 ② 714 ③ 734
④ 754 ⑤ 774

1046 중

자연수 n 에 대하여 직선 $y = -x + a_n$ 이 원

$(x-n)^2 + (y+2n^3-3n)^2 = 4n$ 의 넓이를 이등분할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.

1047 중

$\sum_{k=1}^{10} (k-c)^2$ 의 값이 최소가 되도록 하는 상수 c 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

1048 상

$\sum_{k=1}^7 k^2 + \sum_{k=2}^7 k^2 + \sum_{k=3}^7 k^2 + \cdots + \sum_{k=7}^7 k^2$ 의 값을 구하시오.

유형 06 Σ 를 여러 개 포함한 식

개념 09 · 2, 3

1049 대표문제

$\sum_{m=1}^n \left\{ \sum_{l=1}^m \left(\sum_{k=1}^l 6 \right) \right\}$ 을 간단히 하면?

- ① $n(n+1)(n+2)$ ② $n(n+1)(n+3)$
③ $n(n+1)(2n+1)$ ④ $n(n+2)(2n+1)$
⑤ $n(n+1)(2n+3)$

1050 중

$m+n=13$, $mn=40$ 일 때, $\sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^n (i+j) \right\}$ 의 값은?

- ① 220 ② 240 ③ 260
④ 280 ⑤ 300

1051 중 서술형

$\sum_{n=1}^5 \left(\sum_{m=1}^n mn \right)$ 의 값을 구하시오.

1052 상

$\sum_{n=1}^4 \left(\sum_{k=1}^n 2^{k+n} \right)$ 의 값은?

- ① 620 ② 660 ③ 700
④ 740 ⑤ 780

유형 07 일반항이 다항식인 수열의 합



개념 09 · 2, 3

1053 대표문제

수열의 합 $1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \cdots + 12 \cdot 25$ 의 값은?

- ① 1300 ② 1378 ③ 1456
④ 1950 ⑤ 2028

1054 하

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n=3n-2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{2n} a_{2k}$ 를 n 에 대한 식으로 나타내면?

- ① $6n^2+n$ ② $6n^2+2n$ ③ $12n^2+n$
④ $12n^2+2n$ ⑤ $12n^2+4n$

1055 중 서술형

수열 $2 \cdot 2^2, 4 \cdot 3^2, 6 \cdot 4^2, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)}{6} f(n)$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.

1056 중 서술형

첫째항이 -2 , 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 첫째항이 4 , 공차가 2 인 등차수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k b_k$ 의 값을 구하시오.

1057 상

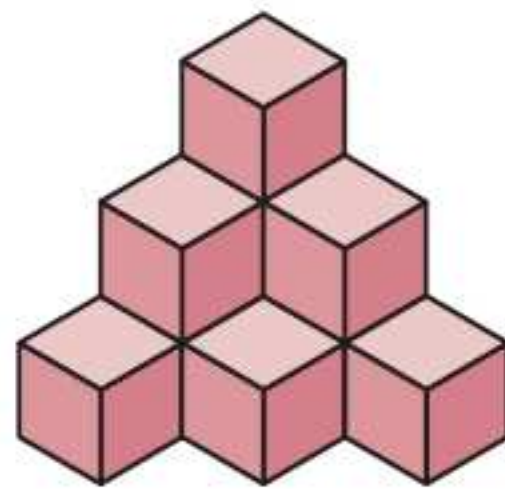
수열 $\{a_n\}$ 이

$$1, 2+4, 3+6+9, 4+8+12+16, \dots$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.

1058 상

오른쪽 그림과 같은 모양으로 3층 탑을 쌓는 데 필요한 크기가 같은 정육면체의 개수는 10이다. 같은 방법으로 7층 탑을 쌓는 데 필요한 정육면체의 개수는?



- ① 76 ② 80
③ 84 ④ 88
⑤ 92

유형 08 Σ 로 표현된 수열의 합과 일반항 집중공략 개념 09 · 2, 3

1059 대표문제

$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오.

1060 중

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = 3 \cdot 4^n - 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{15} \frac{1}{a_k}$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{27} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{14} \right\}$ ② $\frac{4}{9} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{14} \right\}$
③ $\frac{4}{27} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{15} \right\}$ ④ $\frac{4}{9} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{15} \right\}$
⑤ $\frac{4}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{16} \right\}$

1061 중

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 a_{4k+1} = 70, \sum_{k=1}^5 a_{4k+2} = 80$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_{3k}$ 의 값은?

- ① 500 ② 520 ③ 540
④ 560 ⑤ 580

1062 중 서술형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - 2n$ 일 때, $\sum_{n=1}^5 2^{a_n}$ 의 값을 S 라 하자. $2S$ 의 값을 구하시오.

유형 09 일반항이 k, n 에 대한 식인 수열의 합 개념 09 · 2, 3

1063 대표문제

다음을 계산하시오.

$$1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$$

1064 중

다음을 계산하시오.

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n+2}{n}\right)^2 + \left(\frac{n+3}{n}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{2n}{n}\right)^2$$

1065 상

자연수 n 에 대하여 등식

$$1 \cdot (2n-1) + 2 \cdot (2n-3) + 3 \cdot (2n-5) + \cdots + n \cdot 1 \\ = \frac{n(n+1)(an+b)}{6}$$

가 성립할 때, $a+2b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

유형 10 로그가 포함된 수열의 합

개념 09 · 2, 3

1066 대표문제

첫째항이 3이고 공비가 9인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} \log_3 a_k \text{의 값은?}$$

- ① 90 ② 95 ③ 100
④ 105 ⑤ 110

1067 중

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_{2n-1} = 2^n$ 이고 $a_{2n} = 5^n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \log a_n$ 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

1068 상

$\sum_{k=2}^n \log\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \log 51 - 2$ 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

1069 상

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \log \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{20} a_{2k} = p$ 라 할 때, 10^p 의 값은?

- ① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24



유형 11

분수의 꼴인 수열의 합

집중
공략

개념 09 · 4

1070

대표문제

수열의 합

$$\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \frac{1}{9^2-1} + \cdots + \frac{1}{25^2-1}$$

의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

1071

중

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_n = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2}$$

이다. $a_m = \frac{120}{41}$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오.

1072

중

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_n = \frac{n^3+n^2+3}{n^2+n}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

① $\frac{615}{11}$

② $\frac{625}{11}$

③ $\frac{635}{11}$

④ $\frac{291}{5}$

⑤ $\frac{293}{5}$

1073

중

서술형

자연수 전체의 집합을 정의역으로 하는 두 함수 f, g 를 각각

$$f(n) = n+1, g(n) = (2n-1)(2n+1)$$

로 정의할 때, $\sum_{n=1}^{15} \frac{12}{(g \circ f)(n)}$ 의 값을 구하시오.

1074

중

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$

일 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$ 을 n 에 대한 식으로 나타내면?

① $\frac{n}{2(2n+1)}$

② $\frac{n}{2(2n+3)}$

③ $\frac{n}{3(n+2)}$

④ $\frac{n}{3(2n+1)}$

⑤ $\frac{n}{3(2n+3)}$

1075

상

자연수 n 에 대하여 $f(n) = \frac{1}{n+\sqrt{4n}}$ 일 때,

$$f(1) + f(4) + f(9) + \cdots + f(64)$$

의 값을 구하시오.

유형 12 근호가 포함된 수열의 합 개념 09 · 4

1076 대표문제

수열의 합

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$$

의 값은?

- ① $6-\sqrt{2}$ ② $7-\sqrt{2}$ ③ 6
- ④ 7 ⑤ $7+\sqrt{2}$

1077 중

첫째항이 9이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$$

의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

1078 중 서술형

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \sqrt{3} + 1, a_2 = \sqrt{4} + \sqrt{2}, a_3 = \sqrt{5} + \sqrt{3}, \dots$$

일 때, $\sum_{k=1}^n \frac{2}{a_k} = 2 + \sqrt{2}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1079 중

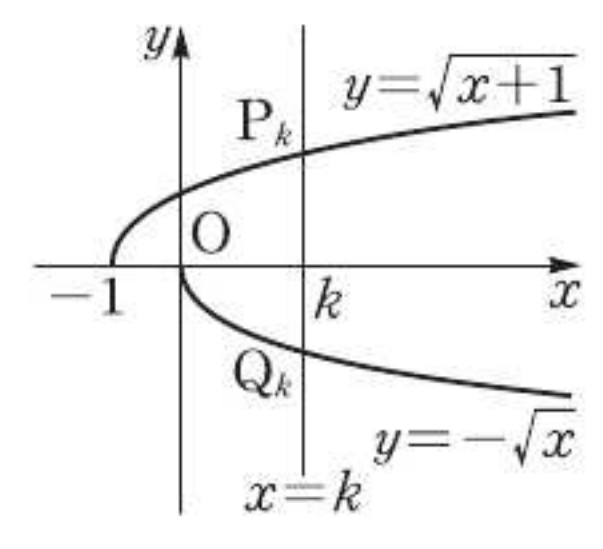
오른쪽 그림과 같이 두 곡선

$y = \sqrt{x+1}$, $y = -\sqrt{x}$ 가 직선 $x=k$ 와

만나는 점을 각각 P_k , Q_k 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{48} \frac{1}{P_k Q_k}$$

의 값을 구하시오.



유형 13 수열의 항을 묶어 규칙 찾기 (1) 개념 09 · 2, 3

1080 대표문제

수열

$$1, -2, -1, 3, 2, 1, -4, -3, -2, -1, \\ 5, 4, 3, 2, 1, \dots$$

에서 처음으로 나타나는 20은 제몇 항인가?

- ① 제 210 항 ② 제 212 항 ③ 제 215 항
- ④ 제 218 항 ⑤ 제 220 항

1081 중

1이 두 번만 나타나고 나머지 자리의 숫자는 모두 0인 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.

$$11, 101, 110, 1001, 1010, 1100, \dots$$

이 수열에서 10010000은 제몇 항인지 구하시오.

1082 중

다음 수열에서 제 64 항을 구하시오.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$$

1083 상

다음과 같이 순서쌍으로 이루어진 수열에서 (10, 11)은 제 몇 항인가?

$$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), \dots$$

- ① 제 180 항 ② 제 190 항 ③ 제 200 항
④ 제 210 항 ⑤ 제 220 항

유형 14 수열의 항을 묶어 규칙 찾기 (2) 개념 09 · 2, 3

1084 대표문제

다음과 같이 나열된 55개의 수의 합을 구하시오.

		1		
	2		4	
	3	6	9	
	4	8	12	16
5	10	15	20	25
		⋮		
10		...		100

1085 중

가로줄의 개수와 세로줄의 개수가 같은 정사각형 모양의 표에 다음과 같이 자연수를 규칙적으로 배열하였다. 이때 자연수 a, b, c 에 대하여 $b+c-a$ 의 값은?

1	2	3	4	5	...		
2	4	6	8	10			
3	6	9	12	15			
4	8	12	16	20			
5	10	15	20	25			
⋮					⋮		
						a	b
						c	400

- ① 395 ② 396 ③ 397
④ 398 ⑤ 399

1086 상

다음과 같이 2, 4, 6, 8, 10을 나열할 때, 위에서 15번째 줄에 나열된 모든 수의 합을 구하시오.

			2			
		4	6	8		
	10	2	4	6	8	
10	2	4	6	8	10	2
4	6	8	10	2	4	6
			⋮			



실력 굳히기

문제 풀이 동영상

정답 및 풀이 137쪽



1087

154쪽 유형 01

수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

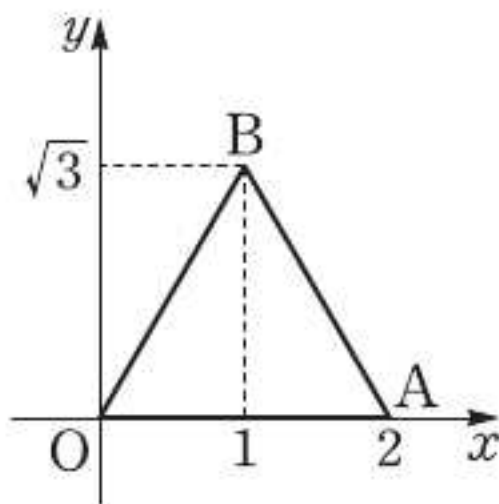
$$a_n = \begin{cases} \sqrt{n} & (\sqrt{n} \text{이 자연수일 때}) \\ 0 & (\sqrt{n} \text{이 자연수가 아닐 때}) \end{cases}$$

50 이하의 자연수 i 에 대하여 $\sum_{k=1}^i a_k < \sum_{k=1}^{i+1} a_k$ 를 만족시키는 i 의 최댓값을 m 이라 할 때, $m + \sum_{k=1}^m a_k$ 의 값을 구하시오.

1088 동영상 1

155쪽 유형 03

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(1, \sqrt{3})$ 을 꼭짓점으로 하는 정삼각형 OAB 가 있다. 자연수 n 에 대하여 정삼각형 OAB 를 원점 O 를 중심으로 시계바늘이 도는 반대



방향으로 $60^\circ \times n$ 만큼 회전시킨 정삼각형과 직선 $y = (-1)^n x + 1$ 이 만나는 점의 개수를 a_n 이라 하자. 이때 $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하시오.

1089 창의 문제 동영상 1

155쪽 유형 04

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킨다.

$$(가) a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$$

$$(나) a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} = \sum_{k=1}^n (-1)^k \left(\frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} \right)$$

$(a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + (a_5 - a_6) + \dots + (a_{39} - a_{40}) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

1090

155쪽 유형 04

2 이상인 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 a 의 최솟값을 $f(n)$ 이라 하자.

(가) $a \geq 2$

(나) 두 점 $(0, 1)$, (a, n^a) 을 지나는 직선의 기울기는 4보다 크다.

예를 들어 $f(4)=2$ 이다. $\sum_{n=2}^{40} f(n)$ 의 값을 구하시오.

1091 동영상 1

156쪽 유형 05

첫째항이 a 이고 공차가 a 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n + nb_n = \sum_{k=1}^n 3(k^2 + k)$$

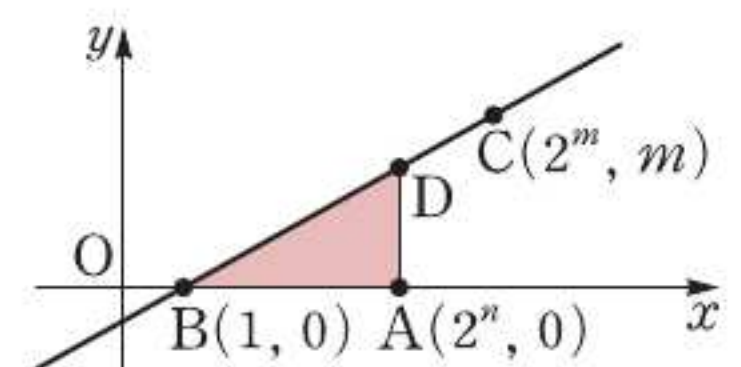
가 성립한다. $\sum_{k=1}^{10} b_k = 170$ 일 때, $a_n \leq 1000$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오.

1092 수능 기출

157쪽 유형 07

자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m

을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?



(가) 점 A 의 좌표는 $(2^n, 0)$ 이다.

(나) 두 점 $B(1, 0)$ 과 $C(2^m, m)$ 을 지나는 직선 위의 점 중 x 좌표가 2^n 인 점을 D 라 할 때, 삼각형 ABD 의 넓이는 $\frac{m}{2}$ 보다 작거나 같다.

① 109

② 111

③ 113

④ 115

⑤ 117

1093

157쪽 유형 07

등식

$$(1^3-2)+(2^3-4)+(3^3-6)+\cdots+(n^3-2n)=44^2-1$$

을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1094

수능 기출 동영상이

157쪽 유형 07

2 이상의 자연수 n 에 대하여 집합

$$\{3^{2k-1} | k \text{는 자연수}, 1 \leq k \leq n\}$$

의 서로 다른 두 원소를 곱하여 나올 수 있는 모든 값만을 원소로 하는 집합을 S 라 하고, S 의 원소의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(4)=5$ 이다. 이때 $\sum_{n=2}^{11} f(n)$ 의 값을 구하시오.

1095

158쪽 유형 08

두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (2a_k + b_k) = n^3 + 2n^2 + n,$$

$$\sum_{k=1}^n (a_k - b_k) = -2n^2 - 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (b_k^2 - a_k^2)$ 의 값은?

- ① 2000 ② 2120 ③ 2240
④ 2360 ⑤ 2480

1096

159쪽 유형 10

$$\sum_{k=1}^{63} (-1)^k \log_4 \frac{1}{k(k+1)} \text{의 값은?}$$

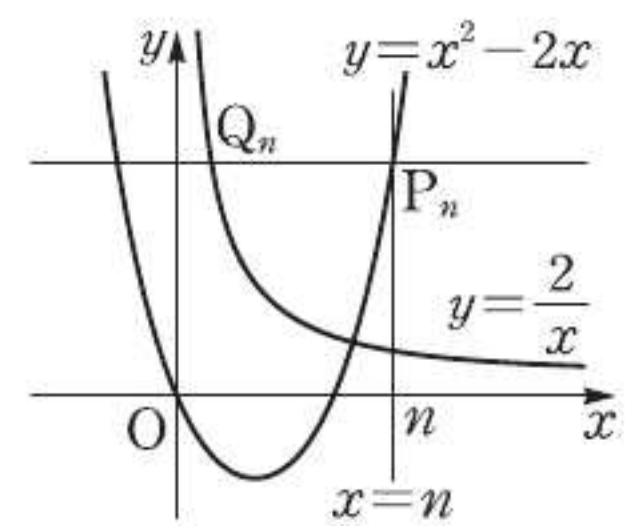
- ① -3 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 3

1097

동영상이

160쪽 유형 11

자연수 n 에 대하여 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=n$ 이 함수 $y=x^2-2x$ 의 그래프와 만나는 점을 P_n , 점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=\frac{2}{x} (x>0)$ 의 그래프와 만나는



점을 Q_n 이라 하자. 점 Q_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=3}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오.

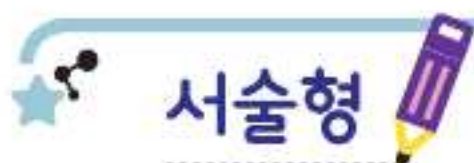
1098

동영상이

161쪽 유형 13

2 이상의 자연수 n 에 대하여 분모는 2^n 꼴이고, 분자는 분모보다 작은 홀수인 분수로 이루어진 다음 수열에서 첫째항부터 제 126 항까지의 합을 구하시오.

$$\frac{1}{2^2}, \frac{3}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{3}{2^3}, \frac{5}{2^3}, \frac{7}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{3}{2^4}, \dots$$



서술형

1099 동영상이

154쪽 유형 01

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$na_1 + (n-1)a_2 + (n-2)a_3 + \cdots + 2a_{n-1} + a_n = n^3 - n^2 + n$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

1100 동영상이

155쪽 유형 03

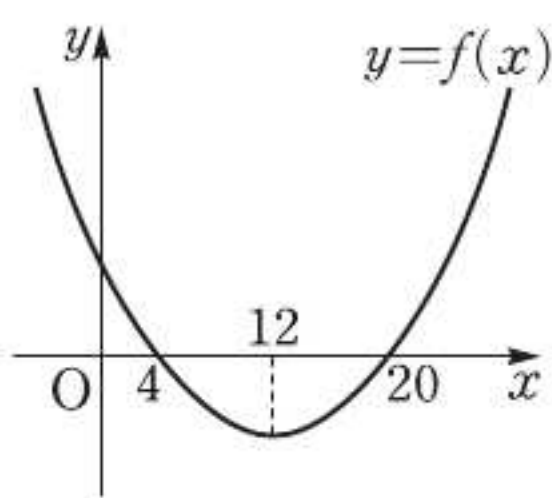
집합 $A_n = \{x \mid (x - \sqrt{n})(x - n^2) \leq 0, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 a_n 을

$$a_n = \begin{cases} 1 & (10 \in A_n) \\ -1 & (10 \notin A_n) \end{cases}$$

로 정의하자. $\sum_{k=1}^n a_k = S_n$ 이라 할 때, S_n 의 최댓값을 구하시오.

1101 동영상이

155쪽 유형 04

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(n) = \sum_{k=1}^n a_k$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 있다. m 이 2 이상 20 이하의 자연수일 때, $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{20} > 0$ 을 만족시키는 m 의 최솟값을 p , $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{20}$ 의 값이 최대가 되는 m 의 값을 q 라 하자. 이때 $p+q$ 의 값을 구하시오.

1102 창의 문제

157쪽 유형 07

두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항이 각각

$$a_n = (-1)^{1+\frac{n(n+1)}{2}}, b_n = (-1)^{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{20} (ka_k + k^2 b_k)$ 의 값을 구하시오.

1103

157쪽 유형 07

연속된 홀수의 합으로 만들어지는 다음과 같은 수열에서 제 10 항의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

$$\frac{1+3}{3+5}, \frac{1+3+5}{5+7+9}, \frac{1+3+5+7}{7+9+11+13}, \dots$$

1104 동영상이

160쪽 유형 11

부등식

$$\frac{1}{4 \cdot 1^2 - 1} + \frac{1}{4 \cdot 2^2 - 1} + \frac{1}{4 \cdot 3^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{4n^2 - 1} > 0.49$$

를 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.