Consideraciones generales

La entrega de este TP debe contar con un informe explicando el procedimiento utilizado para resolver cada ejercicio y justificando las conclusiones a las que se arriba en cada punto. Se debe incluir también el código fuente utilizado para resolver cada ejercicio en uno o más archivo(s) por ejercicio.

Procesos de Poisson

Ejercicio 1

Utilizando Matlab, Octave o Python (sin utilizar Simpy) se debe determinar con cuál de las siguientes 2 arquitecturas nos permite tener un menor tiempo de procesamiento.

A un procesador arriban instrucciones siguiendo una distribución exponencial con una tasa de 250 instrucciones por microsegundo.

Las instrucciones se pueden agrupar en las siguientes categorías, y en función de ella es el tiempo que demoran en ser ejecutadas el cual sigue una distribución exponencial con parámetro lambda especificado a continuación.

Tipo de instrucción	Probabilidad	Tasa del tiempo de ejecución (instrucciones por µseg)
Simple	0,6	60
Compleja	0,4	10

Se sabe que el 65% de las instrucciones requieren buscar datos en memoria para antes de ser ejecutadas.

En este punto se plantean dos alternativas:

Alternativa 1: Cada vez que se requiera un dato de memoria se lo busca en memoria principal. Tarea cuyo tiempo corresponde a una distribución exponencial con una tasa de 2000 instrucciones por microsegundo.

Alternativa 2: Implementar un Caché, con el cual existiría una probabilidad de .6 de encontrar el dato requerido y no tener la necesidad de buscarlo en memoria principal.

El tiempo de acceso a este caché se puede modelar siguiendo una distribución exponencial con una tasa de 500 instrucciones por microsegundo.

Cuando el dato no es encontrado en el caché y debe buscarse en memoria principal donde su demora también sigue una distribución exponencial con una tasa de 1500 instrucciones por microsegundo.

Cadenas de Markov

Ejercicio 2

Una entidad bancaria se encuentra analizando cuantos clientes en simultáneo están conectados a su home banking.
Para ello comenzó a monitorear cada minuto la cantidad de clientes activos, y analizó como se modifica esta cantidad de una observación a la siguiente.
Se determinó que la probabilidad que la cantidad de clientes conectados aumentara, o se mantenga igual, podía modelarse utilizando una distribución de probabilidad Binomial, mientras que la probabilidad de tener menos clientes conectados respondía a una distribución uniforme.
Siendo i y j dos cantidades de usuarios conectados al sistema.

$$P\left(i \to j\right) = \begin{cases} \binom{n}{j-i} p^{j-i}(1-p)^{n-j-i} & si\ j \geq i \\ \dfrac{1 - \sum_{j=i}^{j=n} P\left(i \to j\right)}{i-1} & si\ j < i \end{cases}$$

Se sabe además que la probabilidad que un cliente se conecte al sitio es p=0,7
(Por simplicidad supondremos que el servidor de este home banking permite cómo máximo 50 clientes en simultáneo)

a) Determinar la matriz de transición de estados explicando cómo se obtiene la misma.
b) Utilizando Matlab, Octave o Python simular una posible evolución del sistema a lo largo de 100 observaciones graficando cómo se modifica la cantidad de clientes conectados en cada momento.
c) Simulando 100.000 observaciones realizar un histograma mostrando cuantas veces el sistema estuvo en cada estado.
(Recomendación: utilizar tantas categorías en el histograma como estados tiene el sistema).
d) Determinar el % de tiempo que en el home banking no tuvo clientes conectados.
e) Se está evaluando migrar el home banking a un servidor que permitiría cómo máximo 40 clientes conectados en simultáneo. La migración sólo se realizaría si la probabilidad de tener más de 40 clientes es menor a 10%. Indique si se puede recomendar realizar la migración.

Sistemas dinámicos

Ejercicio 3

El siguiente sistema dinámico es conocido como “Modelo de la telaraña”.
Mediante el mismo se puede modelar la formación de precios de productos cuya oferta se establece en función del precio de mercado en el período de tiempo anterior.

$$\begin{cases} Q_t^{demanda} = a - bP_t \\ Q_t^{oferta} = dP_{t-1} - c \\ Q_t^{demanda} = Q_t^{oferta} = Q_t \end{cases}$$

Con:
a=9
b=1,1
c=0,4
d=1
P_0=8

Se pide:

1. Determinar el tipo de sistema (discreto/continuo, lineal/ no lineal, autónomo/no autónomo, de primer orden / orden superior)
2. Hallar el o los puntos de equilibrio.
3. Realizar un análisis asintótico del sistema.
   ¿Cómo afectan las condiciones iniciales al estado asintótico del sistema? Justifique.
   Simule el sistema para distintas condiciones iniciales e interprete los resultados.
4. Graficar la variable precio en función del período (t) para 100 períodos.
5. Graficar el espacio de faces del sistema a través de 100 períodos para pares ordenados (Q_t , P_t) (mostrar los puntos vinculados mediante una recta).

Simpy

Ejercicio 4

Resolver el Ejercicio 1 utilizando Simpy y comparar los resultados obtenidos con los obtenidos en el Ejercicio1.

Ejercicio 5

Siguiendo una distribución Exponencial negativa de media 45 ms arriban solicitudes a un cluster de base de datos, compuesta por 6 servidores y un balanceador de carga.
El tiempo de procesamiento de cada solicitud dependerá del tipo de solicitud que se trate:

Tipo	Probabilidad	Tiempo de proceso (mseg)
A	.6	75 ± 10
B	.25	60 ± 15
C	.15	90 ± 20

Se necesita determinar la mejor política de asignación de procesos a utilizar en el balanceador entre las siguientes:

a. Utilizando una política Round Robin (la primer solicitud se asigna al servidor 1, la segunda al 2, etc).
b. La solicitud es asignada al azar entre los 6 servidores.

(Justifique la respuesta midiendo todos los indicadores que considere necesarios)