

王争的算法训练营

习题课：爬楼梯问题



重中之重，大厂笔试、面试必考项、学习难但面试不难、掌握模型举一反三

DP专题：

- 专题：适用问题
 - 专题：解题步骤
 - 专题：最值、可行、计数三种类型
 - 专题：空间优化
- 一些特殊小类别：树形DP、区间DP、数位DP

经典模型：

- 背包问题（0-1、完全、多重、二维费用、分组、有依赖的）
- 路径问题
- 打家劫舍&股票买卖
- 爬楼梯问题
- 匹配问题（LCS、编辑距离）
- 其他（LIS）



配套习题 (24) :

背包:

[416. 分割等和子集](#)

[494. 目标和](#)

[322. 零钱兑换](#)

[518. 零钱兑换 II](#)

路径问题

[64. 最小路径和](#)

[剑指 Offer 47. 礼物的最大价值](#)

[120. 三角形最小路径和](#)

[62. 不同路径](#)

[63. 不同路径 II](#)

打家劫舍 & 买卖股票:

[198. 打家劫舍](#)

[213. 打家劫舍 II](#)

[337. 打家劫舍 III \(树形DP\)](#)

[714. 买卖股票的最佳时机含手续费](#)

[309. 最佳买卖股票时机含冷冻期](#)

爬楼梯问题

[70. 爬楼梯](#)

[322. 零钱兑换](#)

[518. 零钱兑换 II](#)

[剑指 Offer 14- I. 剪绳子](#)

[剑指 Offer 46. 把数字翻译成字符串](#)

[139. 单词拆分](#)

匹配问题

[1143. 最长公共子序列](#)

[72. 编辑距离](#)

其他

[437. 路径总和 III \(树形DP\)](#)

[300. 最长递增子序列](#)



爬楼梯问题

[70. 爬楼梯](#)

[322. 零钱兑换](#)

[518. 零钱兑换 II](#)

[剑指 Offer 14- I. 剪绳子](#)

[剑指 Offer 46. 把数字翻译成字符串](#)

[139. 单词拆分](#)



70. 爬楼梯

假设你正在爬楼梯。需要 n 阶你才能到达楼顶。

每次你可以爬 1 或 2 个台阶。你有多少种不同的方法可以爬到楼顶呢？

注意：给定 n 是一个正整数。

示例 1：

输入： 2

输出： 2

解释： 有两种方法可以爬到楼顶。

1. 1 阶 + 1 阶
2. 2 阶

示例 2：

输入： 3

输出： 3

解释： 有三种方法可以爬到楼顶。

1. 1 阶 + 1 阶 + 1 阶
2. 1 阶 + 2 阶
3. 2 阶 + 1 阶

之间，讲过递归的解法，现在，构建多阶段决策模型，通过DP解法

`int dp[n+1]` `dp[i]`表示走完 i 个台阶有多少种走法。

到达 i 这个状态，那上一步只有可能是走1、2个台阶，也就是从状态 $i-1$ ， $i-2$ 转化过来。`dp[i]`值也由 `dp[i-1]`、`dp[i-2]`推导出来。

$$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2]$$



70. 爬楼梯

```
class Solution {  
    public int climbStairs(int n) {  
        if (n <= 2) return n;  
  
        int[] dp = new int[n+1];  
        dp[1] = 1;  
        dp[2] = 2;  
        for (int i = 3; i <= n; ++i) {  
            dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2];  
        }  
        return dp[n];  
    }  
}
```

```
class Solution {  
    public int climbStairs(int n) {  
        int[] dp = new int[n+1];  
        dp[0] = 1;  
        for (int i = 1; i <= n; ++i) {  
            if (i-1 >= 0) dp[i] += dp[i-1];  
            if (i-2 >= 0) dp[i] += dp[i-2];  
        }  
        return dp[n];  
    }  
}
```

之间，讲过递归的解法。现在，构建多阶段决策模型，通过DP解法

int dp[n+1] dp[i]表示走完i个台阶有多少种走法。

到达i这个状态，那上一步只有可能是走1、2个台阶，也就是从状态i-1，i-2转化过来。dp[i]值也由 dp[i-1]、dp[i-2]推导出来。

$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2]$



322. 零钱兑换

给你一个整数数组 `coins`，表示不同面额的硬币；以及一个整数 `amount`，表示总金额。

计算并返回可以凑成总金额所需的 **最少的硬币个数**。如果没有任何一种硬币组合能组成总金额，返回 `-1`。

你可以认为每种硬币的数量是无限的。

示例 1:

输入: `coins = [1, 2, 5]`, `amount = 11`

输出: 3

解释: $11 = 5 + 5 + 1$

示例 2:

输入: `coins = [2]`, `amount = 3`

输出: -1

每个阶段从1、2、5种选择一个硬币

`int dp[amount+1]` `dp[i]`表示凑够*元最少需要多少硬币。*

到达*这个状态，那上一步只有可能是选了1、2、5，也就是从状态*i-1, i-2, i-5*转化过来。`dp[i]`值也由 `dp[i-1]`、`dp[i-2]`、`dp[i-5]`推导出来。*

$dp[i] = \min(dp[i-1], dp[i-2], dp[i-5]) + 1$



322. 零钱兑换

```
class Solution {
    public int coinChange(int[] coins, int amount) {
        int k = coins.length;
        int[] dp = new int[amount + 1];
        for (int i = 0; i <= amount; ++i) {
            dp[i] = Integer.MAX_VALUE;
        }
        dp[0] = 0;
        for (int i = 1; i <= amount; ++i) {
            for (int j = 0; j < k; ++j) {
                if (i-coins[j]>=0 &&
                    dp[i-coins[j]] != Integer.MAX_VALUE &&
                    dp[i-coins[j]]+1 < dp[i]) {
                    dp[i] = dp[i-coins[j]] + 1;
                }
            }
        }
        if (dp[amount] == Integer.MAX_VALUE) return -1;
        return dp[amount];
    }
}
```

每个阶段从1、2、5种选择一个硬币

int dp[amount+1] dp[i]表示凑够i元最少需要多少硬币。

到达i这个状态，那上一步只有可能是选了1、2、5，也就是从状态i-1, i-2、i-5转化过来。dp[i]值也由 dp[i-1]、dp[i-2]、dp[i-5]推导出来。

$dp[i] = \min(dp[i-1], dp[i-2], dp[i-5]) + 1$



518. 零钱兑换 II

给你一个整数数组 `coins` 表示不同面额的硬币，另给一个整数 `amount` 表示总金额。

请你计算并返回可以凑成总金额的硬币组合数。如果任何硬币组合都无法凑出总金额，返回 `0`。

假设每一种面额的硬币有无限个。

题目数据保证结果符合 32 位带符号整数。

示例 1：

输入：amount = 5, coins = [1, 2, 5]

输出：4

解释：有四种方式可以凑成总金额：

5=5

5=2+2+1

5=2+1+1+1

5=1+1+1+1+1

每个阶段从1、2、5种选择一个硬币

`int dp[amount+1]` `dp[i]`表示凑够*元*有多少种方法。

到达*i*这个状态，那上一步只有可能是选了1、2、5，也就是从状态*i-1*, *i-2*、*i-5*转化过来。`dp[i]`值也由 `dp[i-1]`、`dp[i-2]`、`dp[i-5]`推导出来。

$$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2] + dp[i-5]$$



剑指 Offer 14- I. 剪绳子

给你一根长度为 n 的绳子，请把绳子剪成整数长度的 m 段 (m, n 都是整数， $n > 1$ 并且 $m > 1$)，每段绳子的长度记为 $k[0], k[1] \dots k[m-1]$ 。请问 $k[0] * k[1] * \dots * k[m-1]$ 可能的最大乘积是多少？例如，当绳子的长度是8时，我们把它剪成长度分别为2、3、3的三段，此时得到的最大乘积是18。

示例 1:

输入: 2
输出: 1
解释: $2 = 1 + 1, 1 \times 1 = 1$

示例 2:

输入: 10
输出: 36
解释: $10 = 3 + 3 + 4, 3 \times 3 \times 4 = 36$

提示:

- $2 \leq n \leq 58$

每个阶段从绳子中割出1、2、...、 k 长度的一段。

$dp[i]$ 表示长度为 i 的绳子切割之后的最大乘积。

到达 i 这个状态，那上一步只有可能是割了1、2、...、 i 长度一段，也就是从状态 $i-1, i-2, i-3, \dots, 0$ 转化过来。 $dp[i]$ 值也由 $dp[i-1], dp[i-2], dp[i-3] \dots dp[0]$ 推导出来。

$dp[i] = \max(1 * dp[i-1], 2 * dp[i-2], 3 * dp[i-3], \dots, i * dp[0])$



剑指 Offer 14- I. 剪绳子

```
class Solution {  
    // 递归转非递归的写法，类比上台阶  
    public int cuttingRope(int n) {  
        if (n == 1) return 1;  
        if (n == 2) return 1;  
        if (n == 3) return 2;  
        // dp[i]表示长度为i的最大乘积  
        int[] dp = new int[n+1];  
        dp[0] = 1;  
        for (int i = 1; i <= n; ++i) {  
            for (int j = 1; j <= i; j++) {  
                if (dp[i] < j*dp[i-j]) {  
                    dp[i] = j*dp[i-j];  
                }  
            }  
        }  
        return dp[n];  
    }  
}
```

每个阶段从绳子中割出1、2、...、k长度的一段。

int dp[n+1] dp[i]表示长度为i的绳子切割之后的最大乘积。

到达i这个状态，那上一步只有可能是割了1、2、...、i长度一段，也就是从状态i-1, i-2, i-3, ..., 0转化过来。dp[i]值也由 dp[i-1]、dp[i-2]、dp[i-3]...dp[0]推导出来。

$dp[i] = \max(1*dp[i-1], 2*dp[i-2], 3*dp[i-3], \dots, i*dp[0])$



剑指 Offer 46. 把数字翻译成字符串

给定一个数字，我们按照如下规则把它翻译为字符串：0 翻译成 "a"，1 翻译成 "b"，.....，11 翻译成 "l"，.....，25 翻译成 "z"。一个数字可能有多个翻译。请编程实现一个函数，用来计算一个数字有多少种不同的翻译方法。

示例 1:

输入：12258

输出：5

解释：12258有5种不同的翻译，分别是"bccfi"，"bwfi"，"bczi"，"mcfi"和"mzi"

提示：

- $0 \leq \text{num} < 2^{31}$

每个阶段从1个或者和2个数字翻译

int dp[n+1] (n表示数字个数) dp[i]表示长度为i的数字序列有多少种翻译方法。

到达i这个状态，那上一步只有可能是选了1个或2个数字翻译，也就是从状态i-1，i-2转化过来。dp[i]值也由 dp[i-1]、dp[i-2]推导出来。

$\text{dp}[i] = \text{dp}[i-1] + \text{dp}[i-2]$ (前提是2个数字不超过25)



```
class Solution {
    public int translateNum(int num) {
        if (num <= 9) return 1;
        // 把十进制数转化成数字数组
        List<Integer> digitlist = new ArrayList<>();
        while (num != 0) {
            digitlist.add(num%10);
            num /= 10;
        }
        int n = digitlist.size();
        int[] digits = new int[n];
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            digits[i] = digitlist.get(n-i-1);
        }

        int[] dp = new int[n+1];
        dp[0] = 1;
        // dp[i]表示digits[0~i-1](长度为i)转化为字母有多少种方法
        // dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2](digits[i-2], i-1]可翻译)
        // dp[i] = dp[i-1] (digits[i-2], i-1]不可翻译)
        for (int i = 1; i <= n; ++i) { // 爬楼梯
            dp[i] = dp[i-1];
            if (i-2 >= 0 && isValid(digits[i-2], digits[i-1])) {
                dp[i] += dp[i-2];
            }
        }
        return dp[n];
    }

    private boolean isValid(int a, int b) {
        if (a == 1) return true;
        if (a == 2 && b >= 0 && b <= 5) return true;
        return false;
    }
}
```

每个阶段从1个或者和2个数字翻译

int dp[n+1] (n表示数字个数) dp[i]表示长度为i的数字序列有多少种翻译方法。

到达i这个状态, 那上一步只有可能是选了1个或2个数字翻译, 也就是从状态i-1, i-2转化过来。dp[i]值也由 dp[i-1]、dp[i-2]推导出来。

dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2] (前提是2个数字不超过25)



139. 单词拆分

给定一个非空字符串 s 和一个包含非空单词的列表 $wordDict$ ，判定 s 是否可以被空格拆分为一个或多个在字典中出现的单词。

说明：

- 拆分时可以重复使用字典中的单词。
- 你可以假设字典中没有重复的单词。

示例 1：

输入： $s = \text{"leetcode"}$, $wordDict = [\text{"leet"}, \text{"code"}]$

输出：true

解释：返回 true 因为 "leetcode" 可以被拆分成 "leet code"。

示例 2：

输入： $s = \text{"applepenapple"}$, $wordDict = [\text{"apple"}, \text{"pen"}]$

输出：true

解释：返回 true 因为 "applepenapple" 可以被拆分成 "apple pen apple"。
注意你可以重复使用字典中的单词。

示例 3：

输入： $s = \text{"catsanddog"}$, $wordDict = [\text{"cats"}, \text{"dog"}, \text{"sand"}, \text{"and"}, \text{"cat"}]$

输出：false

每个阶段从单词列表选择一个可以匹配的单词

$\text{boolean dp}[n+1]$ $\text{dp}[i]$ 表示 $s[0 \sim i-1]$ ，也就是长度为 i 的字符串被拆分

假设wordlist中word1、word2、word3能跟 $s[0 \sim i-1]$ 后缀匹配，那说明到达 i 这个状态，只有可能从 $i-\text{len1}$ ， $i-\text{len2}$ ， $i-\text{len3}$ 这三个状态过来

$\text{dp}[i] = \text{dp}[i-\text{len1}] \parallel \text{dp}[i-\text{len2}] \parallel \text{dp}[i-\text{len3}]$



139. 单词拆分

```
class Solution {
    public boolean wordBreak(String s, List<String> wordDict) {
        int n = s.length();
        // dp[i]表示长度为i的字符串是可拆分的
        boolean[] dp = new boolean[n+1];
        dp[0] = true;
        for (int i = 1; i <= n; i++) { //i表示长度
            for (String word : wordDict) { //走法
                int len = word.length();
                int startp = i-len;
                if (startp >= 0 && s.startsWith(word, startp) && dp[i-len]) {
                    dp[i] = true;
                    break;
                }
            }
        }
        return dp[n];
    }
}
```

每个阶段从单词列表中选择一个可以匹配的单词

`boolean dp[n+1]` `dp[i]`表示`s[0~i-1]`，也就是长度为`i`的字符串被拆分

假设wordlist中`word1`、`word2`、`word3`能跟`s[0~i-1]`后缀匹配，那说明到达`i`这个状态，只有可能从`i-len1`，`i-len2`，`i-len3`这三个状态过来

`dp[i] = dp[i-len1] || dp[i-len2] || dp[i-len3]`



提问环节

王争的算法训练营

关注微信公众号“**小争哥**”，
后台回复“**PDF**”获取独家算法资料

