Übung

Mathematik I - Theoretische Grundlagen der Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2023/2024

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger

Aufgabe 1 (Mengen) (9 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

(i) $\{a, b, c\} \cup \{b, c, d\}$

(ii) $\{a, b, c\} \cap \{b, c, d\}$

(iii) $\{a, b, c\} \setminus \{b, c, d\}$

(iv) $\mathscr{P}(\{1, a\})$

(v) $\mathscr{P}(\{1, \{1\}\})$

(vi) $\mathscr{P}(\{1, 2, 3\}) \setminus \mathscr{P}(\{1, 2\})$

(vii) $\bigcap_{i \in \{2,6\}} \{\frac{i}{2}, i + 1\}$ (Hinweis: $\bigcap_{i \in I} A_i = \{x | \forall i \in I : x \in A_i\}$ für eine Indexmenge I)

(viii) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, n + 1, 2n\}$ (Hinweis: $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x | \exists i \in I : x \in A_i\}$ für eine Indexmenge I)

(ix) $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\mathscr{P}(\emptyset)))$

Aufgabe 2 (Beweis) (5 Punkte)

Seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie

$$(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow C \subseteq A$$

Aufgabe 3 (Symmetrische Differenz) (4 Punkte)

Unter

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

versteht man die *symmetrische Differenz* der Mengen A und B.

(i) Machen Sie sich anhand eines Venn-Diagramms klar, was unter der symmetrischen Differenz anschaulich zu verstehen ist.

(ii) Beweisen Sie: $\forall A, B : A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Aufgabe 4 (Beweisen oder Widerlegen) (2 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie:

Aus $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$, $A_2 \cap A_3 \neq \emptyset$ und $A_1 \cap A_3 \neq \emptyset$ folgt $\bigcap_{i \in \{1.2.3\}} A_i \neq \emptyset$.

Aufgabe 5 (Mengenbeweise) (5 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

(i) $A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \subseteq C$

(ii) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

(iv) $(\bigcup_{i \in I} D_i) \cap B = \bigcup_{i \in I} (D_i \cap B)$

(v) $\bigcap_{\varepsilon \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \{x \in \mathbb{R} \mid |x - \pi| \leq |\varepsilon|\} = \{\pi\}$