



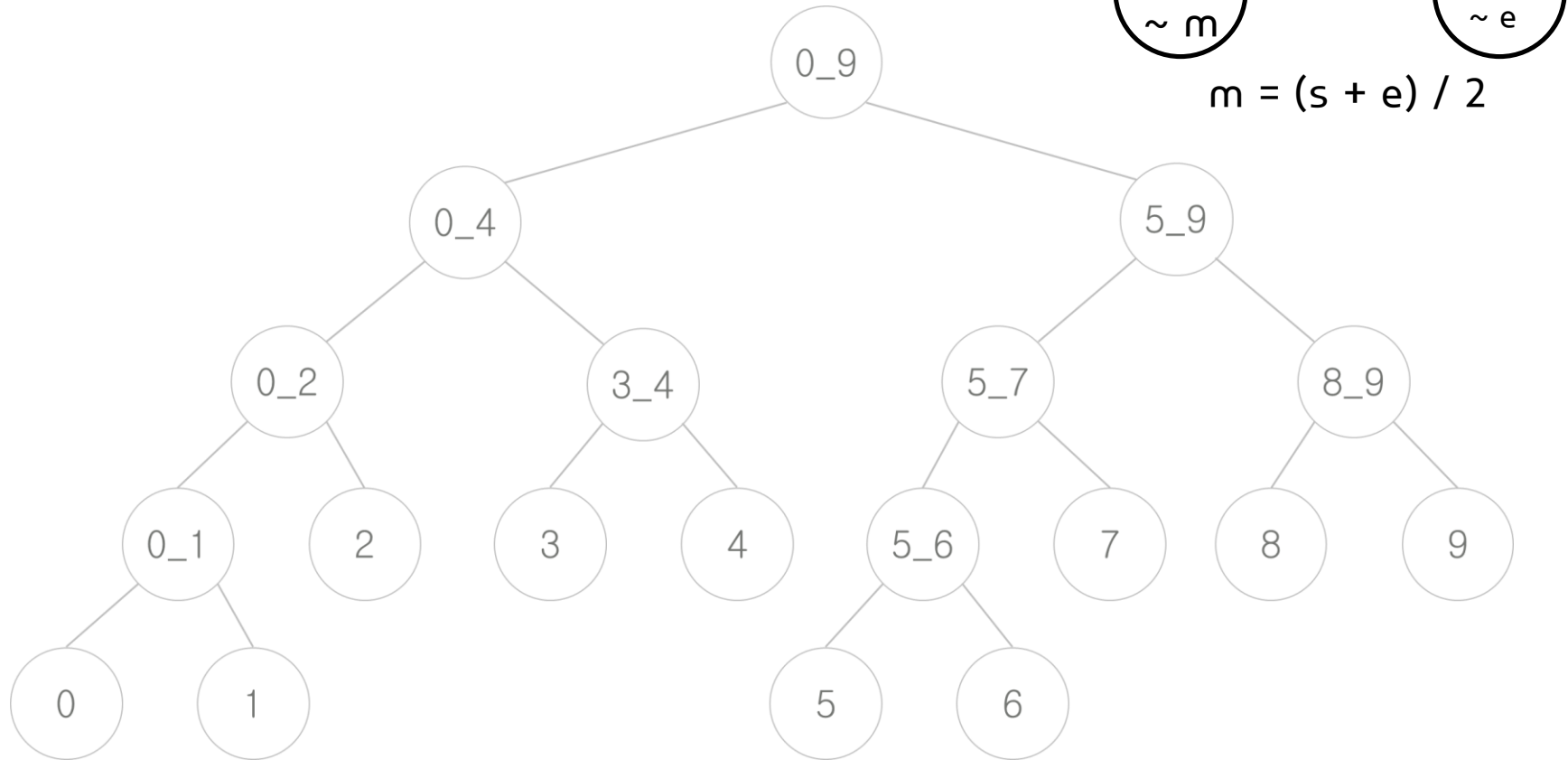
# 세그먼트 트리(Segment Tree)

---

# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

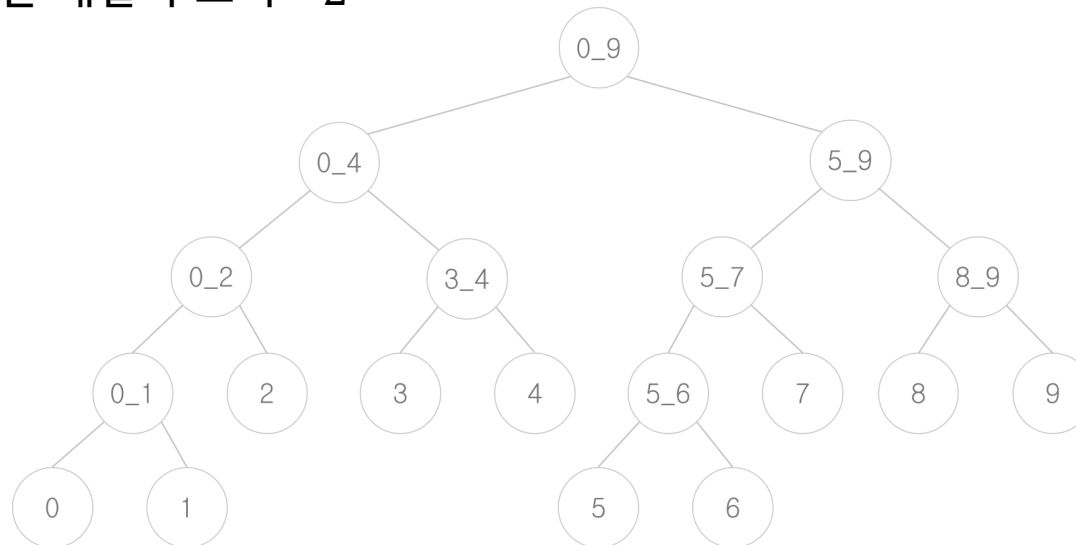
- 세그먼트 트리는 다음과 같은 형식입니다.



# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

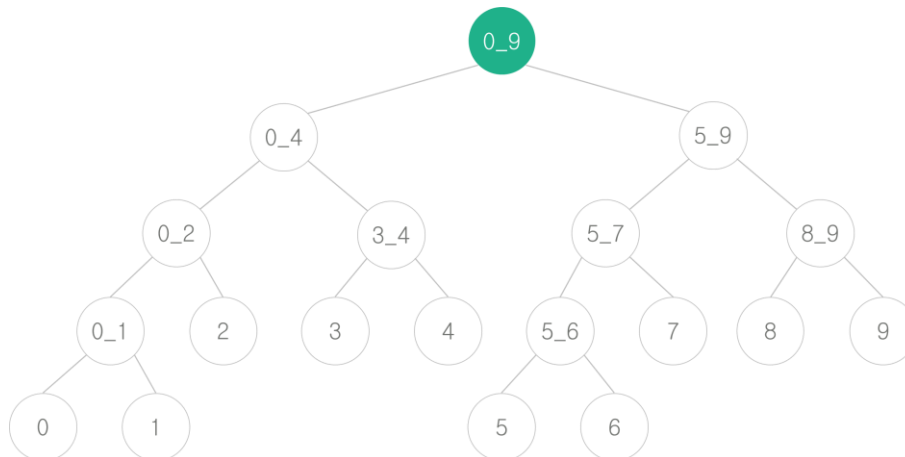
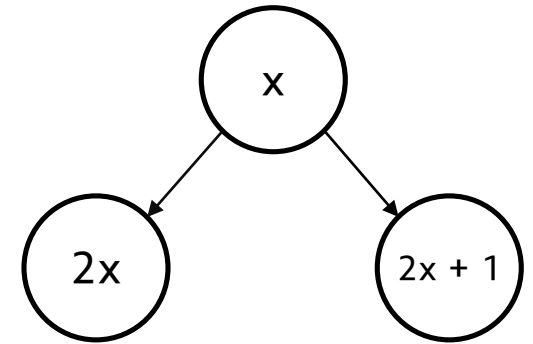
- 각 노드는 구간을 나타냅니다.
- 0 ~ 9는 0 ~ 9 까지의 최소값을 저장하고 있습니다. 0 ~ 1은 0 ~ 1까지의 최소값
- 노드는 3가지 인수를 통하여 정보를 저장합니다.
  - ① 저장된 칸의 번호
  - ② 구간 : 시작
  - ③ 구간 : 끝
- N이 2의 제곱 꼴인 경우 Full Binary Tree 이므로 높이  $H = \lceil \lg N \rceil$  입니다.  
이 때 필요한 배열의 크기 :  $2^{(H+1)}$



# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

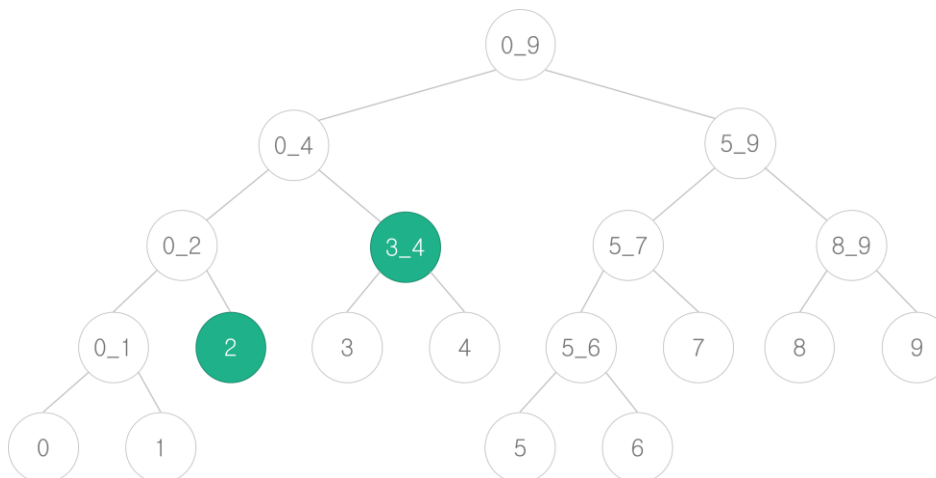
- $start == end$  인 경우에는 리프 노드
- node의 왼쪽 자식 :  $2*node$ , 오른쪽 자식 :  $2*node + 1$
- 어떤 노드가  $[start, end]$ 를 담당한다면  
왼쪽 자식 :  $[start, (start + end)/2]$ , 오른쪽 자식 :  $[(start + end)/2 + 1, end]$
- ※ 노드의 범위가 쿼리의 범위에 완전히 포함? 완전히 미포함 되는가?
  - ① 노드의 범위  $[start, end]$ 가 쿼리의  $[i, j]$  범위의 부분집합 이라면 구간의 최솟값을 리턴
  - ② 노드의 범위  $[start, end]$ 가 쿼리의  $[i, j]$  범위와 배타적 이라면 불가능한 값 리턴
  - ③ 그 외의 경우 왼쪽/오른쪽 노드를 나눈 후 분할하여 구간의 최솟값 확인
- 0 ~ 9 최솟값 구하기 : root node 구간에 완전히 포함되어 최솟값 리턴



# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

- 구간  $[2, 4]$  범위의 최소값 구하기
  - ① 노드  $[0, 9]$ 가 쿼리  $[2, 4]$ 에 부분집합/배타적 경우가 아니므로 왼쪽/오른쪽 자식으로 분할 한다.
  - ② 노드  $[5, 9]$ 는 쿼리  $[2, 4]$ 에 배타적이므로 불가능한 값 리턴
  - ③ 노드  $[0, 4]$ 는 쿼리  $[2, 4]$ 에 부분집합/배타적 경우가 아니므로 왼쪽/오른쪽 자식으로 분할 한다.
  - ④ 노드  $[3, 4]$ 는 쿼리  $[2, 4]$ 에 부분집합 이므로 구간  $[3, 4]$ 의 최소값을 리턴 한다.
  - ⑤ 노드  $[2]$ 는 쿼리  $[2, 4]$ 에 부분집합 이므로 구간  $[2]$ 의 최소값을 리턴 한다.
  - ⑥ 노드  $[0, 1]$ 은 쿼리  $[2, 4]$ 에 배타적이므로 불가능한 값 리턴



# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

```
vi A, tree;

void init(int node, int start, int end) {
    if (start == end) {
        tree[node] = A[start];
    }
    else {
        init(2*node, start, (start + end) / 2);
        init(2*node + 1, (start + end) / 2 + 1, end);
        tree[node] = min(tree[2*node], tree[2*node + 1]);
    }
}

int query(int node, int start, int end, int i, int j) {
    if (j < start || end < i) return -1;
    if (i <= start && end <= j) return tree[node];

    int m1 = query(2 * node, start, (start + end) / 2, i, j);
    int m2 = query(2 * node + 1, (start + end) / 2 + 1, end, i, j);
    if (m1 == -1) return m2;
    else if (m2 == -1) return m1;
    else return min(m1, m2);
}
```

세그먼트 트리 초기화

Minimum Query 함수



# 세그먼트 트리

## Range Minimum Query

```
void update(int node, int start, int end, int i, int new_val) {  
    if (i < start || end < i) return;  
    tree[node] = min(tree[node], new_val);  
    if (start != end) {  
        update(2 * node, start, (start + end) / 2, i, new_val);  
        update(2 * node + 1, (start + end) / 2 + 1, end, i, new_val);  
    }  
}
```

세그먼트 트리 업데이트

## 최소값

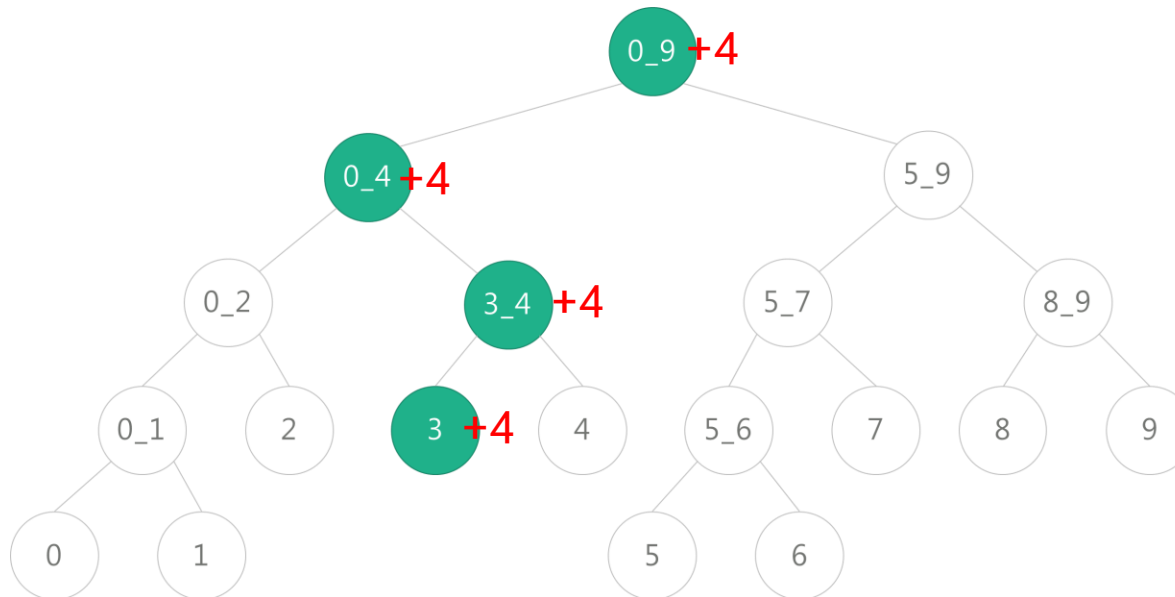
<https://www.acmicpc.net/problem/10868>



# 세그먼트 트리

## Range Sum Query

- 구간의 합을 구할 때 누적 합을 이용하면  $O(1)$ 에 구할 수 있지만 수정이 필요한 경우 누적 합은  $O(N)$ 의 시간이 드는 반면 세그먼트 트리는  $O(\lg N)$ 에 수정이 가능하다.
  - 구간의 최소값이 아니고 합을 구하는 경우 min 대신 **+**를 하면 되고 **결과를 return**으로 바꾼다.
  - 구간의 합을 구하는 경우 **중간에 수 변경이 필요**할 때 세그먼트 트리를 사용한다.
- 3 → 7로 변경할 때 : 변경 값(+4) 만큼 더해준다.





# 세그먼트 트리

## Range Sum Query

- RMQ와 비교 시 수정 된 코드 확인

```
11 init(int node, int start, int end) {  
    if (start == end) {  
        return tree[node] = A[start];  
    }  
    else {  
        11 m1 = init(2 * node, start, (start + end) / 2);  
        11 m2 = init(2*node + 1, (start + end) / 2 + 1, end);  
        return tree[node] = m1 + m2;  
    }  
}
```

세그먼트 트리 초기화

```
11 query(int node, int start, int end, int i, int j) {  
    if (j < start || end < i) return 0;  
    if (i <= start && end <= j) return tree[node];  
  
    11 m1 = query(2 * node, start, (start + end) / 2, i, j);  
    11 m2 = query(2 * node + 1, (start + end) / 2 + 1, end, i, j);  
    return m1 + m2;  
}
```

구간 합 Query



# 세그먼트 트리

## Range Sum Query

- update 함수 사용 시 기존 배열과 수정값의 차이를 매개변수로 넘겨 트리 update 수행

```
void update(int node, int start, int end, int i, ll diff) {  
    if (i < start || end < i) return;  
    tree[node] = tree[node] + diff;  
    if (start != end) {  
        update(2 * node, start, (start + end) / 2, i, diff);  
        update(2 * node + 1, (start + end) / 2 + 1, end, i, diff);  
    }  
}
```

## 구간 합 구하기

<https://www.acmicpc.net/problem/2042>

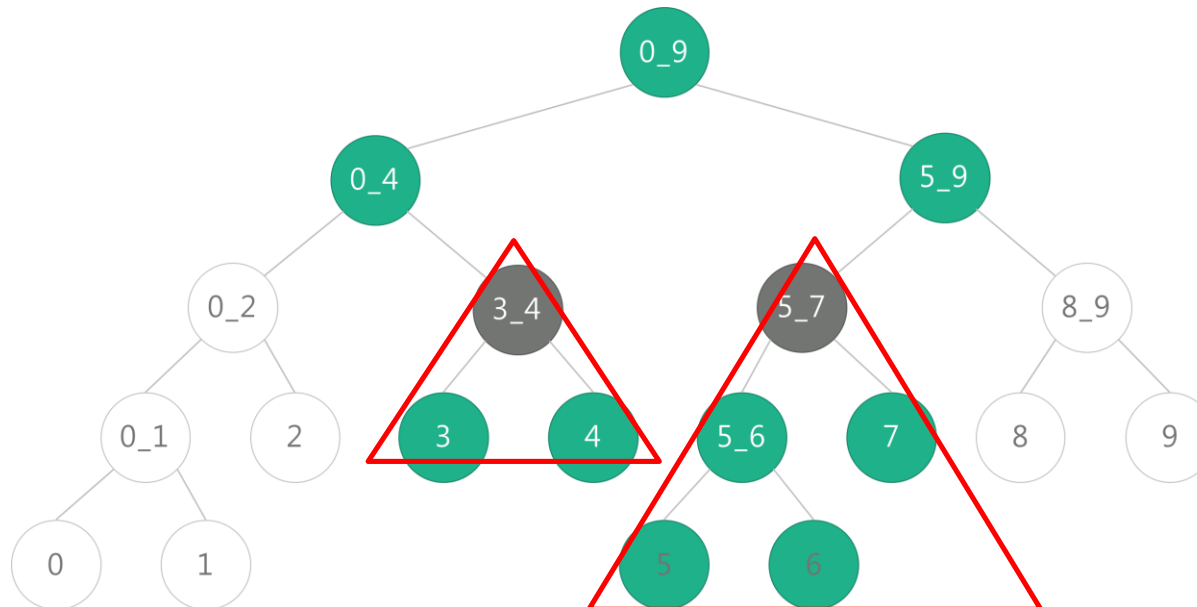
- 세그먼트 트리를 사용하여 구간 합을 구한다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

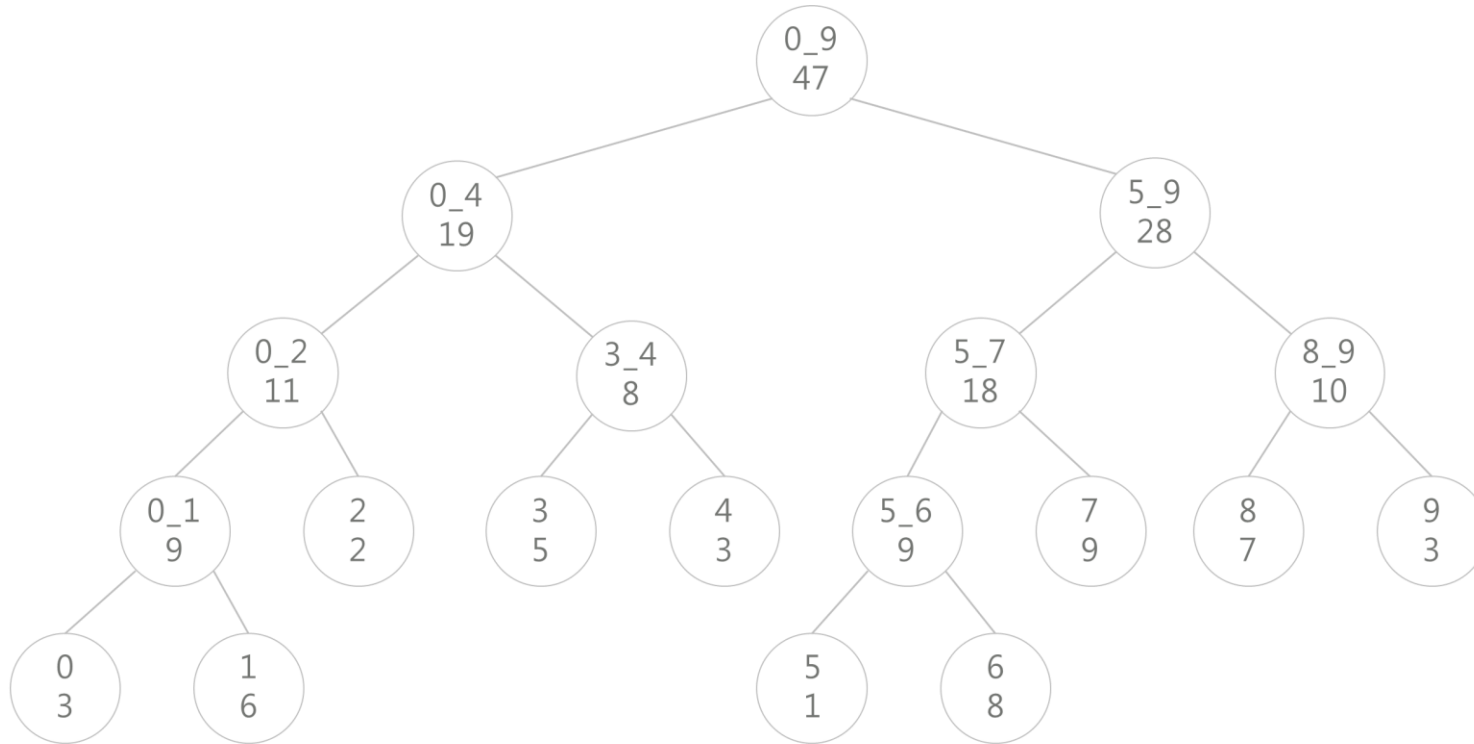
- 세그먼트 트리의 구간 업데이트를 효율적으로 하는 방법에 대하여 알아본다.
- 아래와 같이 구간의 업데이트가 필요할 때, 3~4 서브와 5~7의 서브는 업데이트할 필요가 없다.
- 서브 트리는 나중에 노드를 방문할 때, 업데이트를 진행하면 된다. (lazy 배열에 정보 저장)  
ex) ① 3~4를 나타내는 노드의 lazy에 10이 저장되어 있으면 3번째 수와 4번째 수에 10을 더해야 하나, 나중에 10을 더하겠다는 의미입니다.  
② 5~7을 나타내는 노드의 lazy에 20이 저장되어 있으면 5, 6, 7번째 수에 20을 더해야 하나 나중에 더하겠다는 의미 입니다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- 노드에 범위 / 저장하고 있는 값이 다음과 같은 세그먼트 트리가 있다고 가정



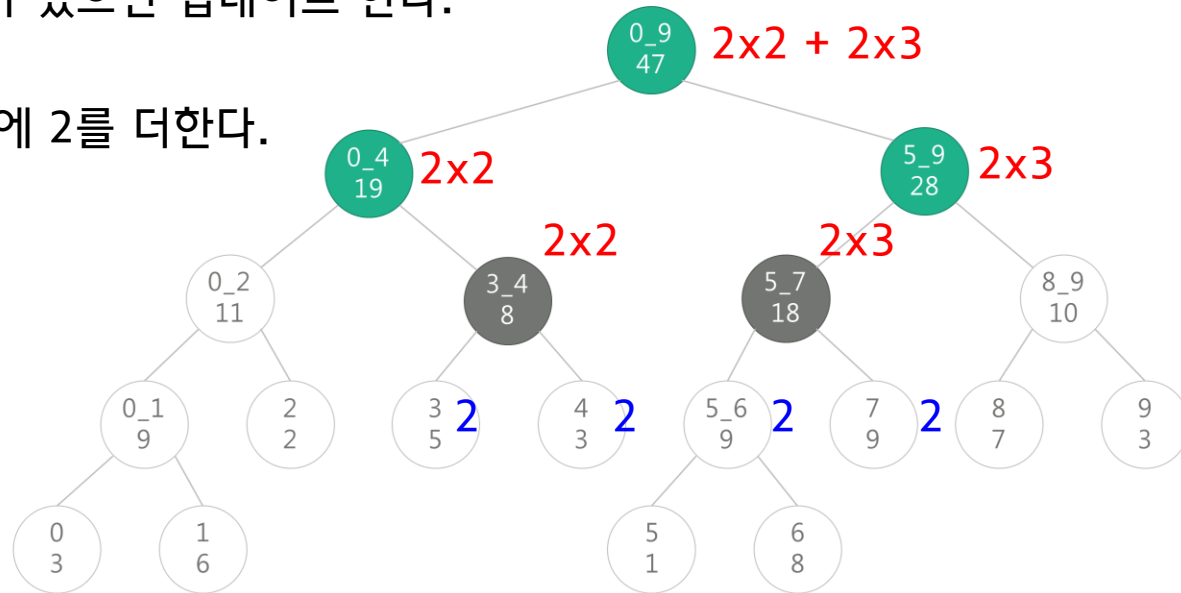
A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]	A[9]
3	6	2	5	3	1	8	9	7	3

# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- ※ 노드의 범위가 쿼리의 범위에 완전히 포함? 완전히 미포함 되는가?
  - ① 노드의 범위[start, end]가 쿼리의 [i, j] 범위의 부분집합 이라면 다음 값 만큼 노드에 더한다.  
: (update 크기) x (구간의 원소 개수)
  - ② 노드의 범위[start, end]가 쿼리의 [i, j] 범위와 배타적 이라면 리턴 한다.
  - ③ 그 외의 경우 왼쪽/오른쪽 노드를 나눈 후 분할하여 구간 확인
  - ④ Lazy가 있으면 업데이트 한다.

3 ~ 7번째 수에 2를 더한다.

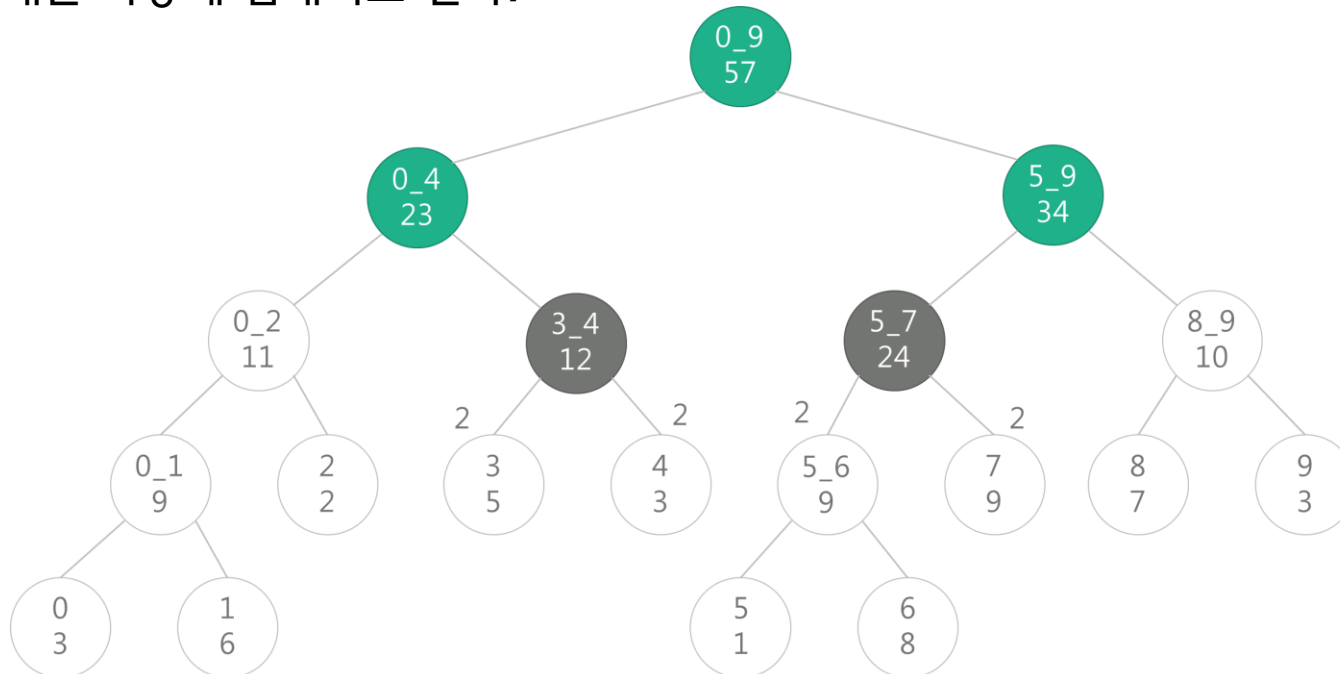


A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]	A[9]
3	6	2	5	3	1	8	9	7	3

# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- 3 ~ 7번째 수에 2를 더한다.
- 초록색 : 3 ~ 7 중 일부 범위에 포함됨
- 검정색 : 3 ~ 7에 완전히 포함됨 → (update 크기 : 2) x (구간의 원소 개수) 만큼 더해준다.
- 검정 아래는 나중에 업데이트 한다.

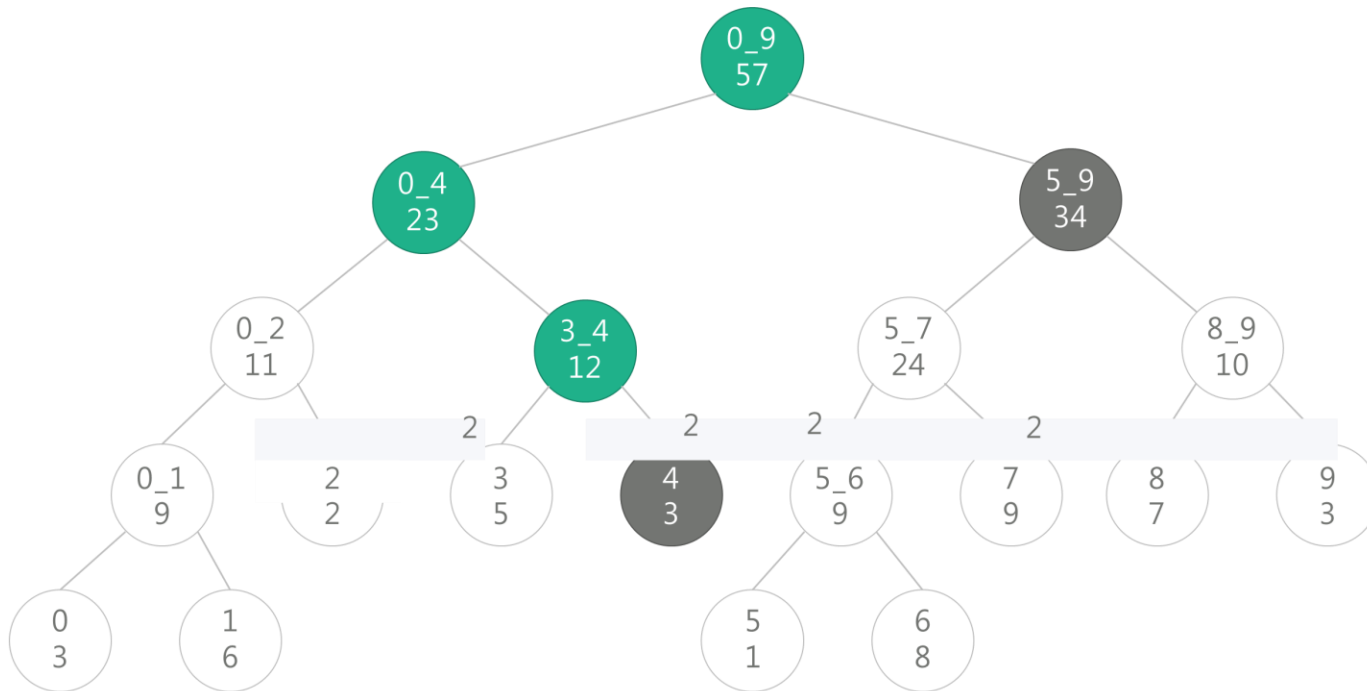


A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]	A[9]
3	6	2	7	5	3	10	11	7	3

# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- 4~9에 1을 더합니다.
- 이 때 해당하는 범위는 아래와 같고 검은색 노드 아래는 나중에 업데이트를 합니다.

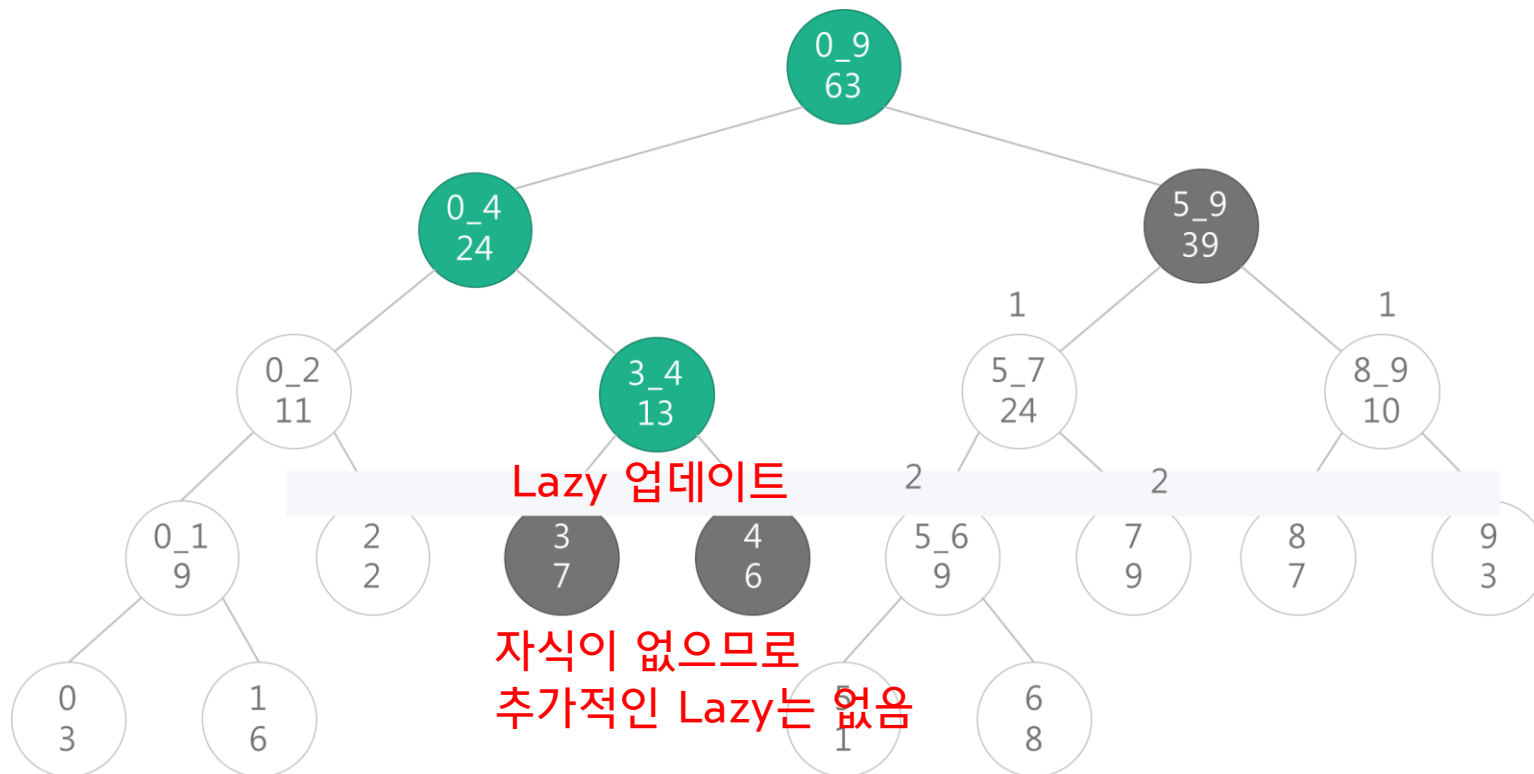


A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]	A[5]	A[6]	A[7]	A[8]	A[9]
3	6	2	7	5	3	10	11	7	3

# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- Lazy 값이 있으면 업데이트를 한다.
- 자식이 없으면 Lazy 추가 없이 업데이트 값 조상으로 갱신한다.

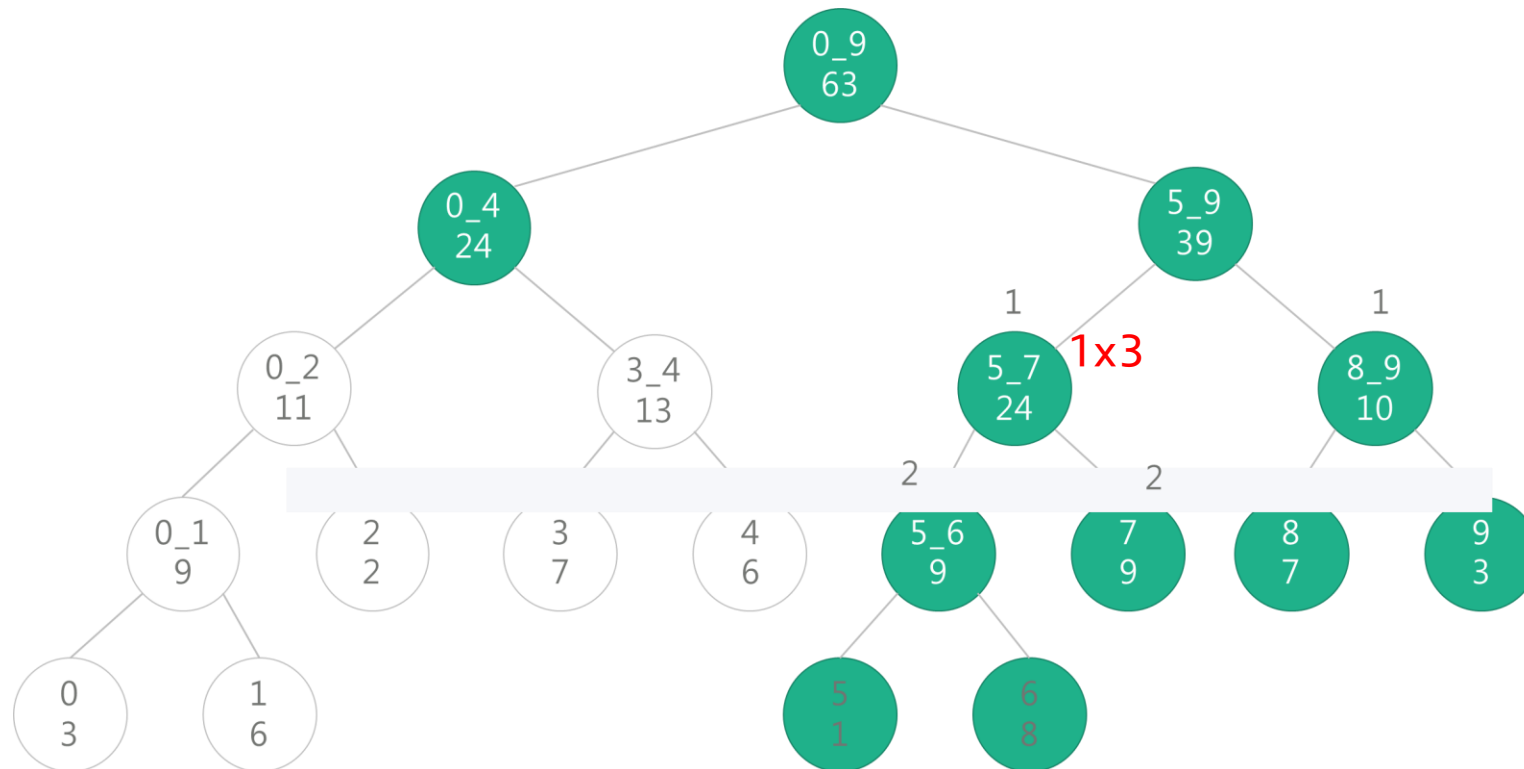




# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

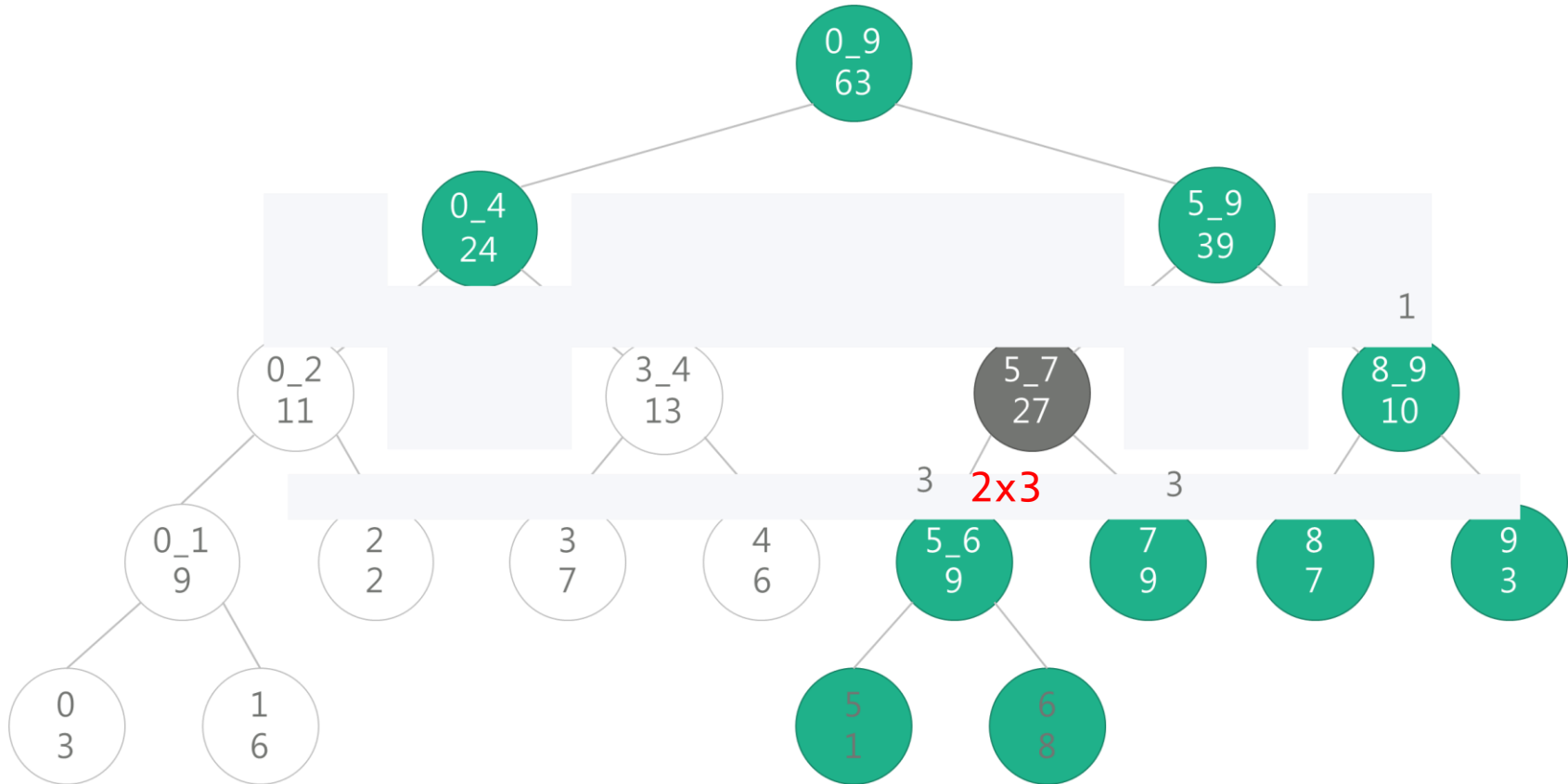
- 6 ~ 8 까지 합을 구해 본다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

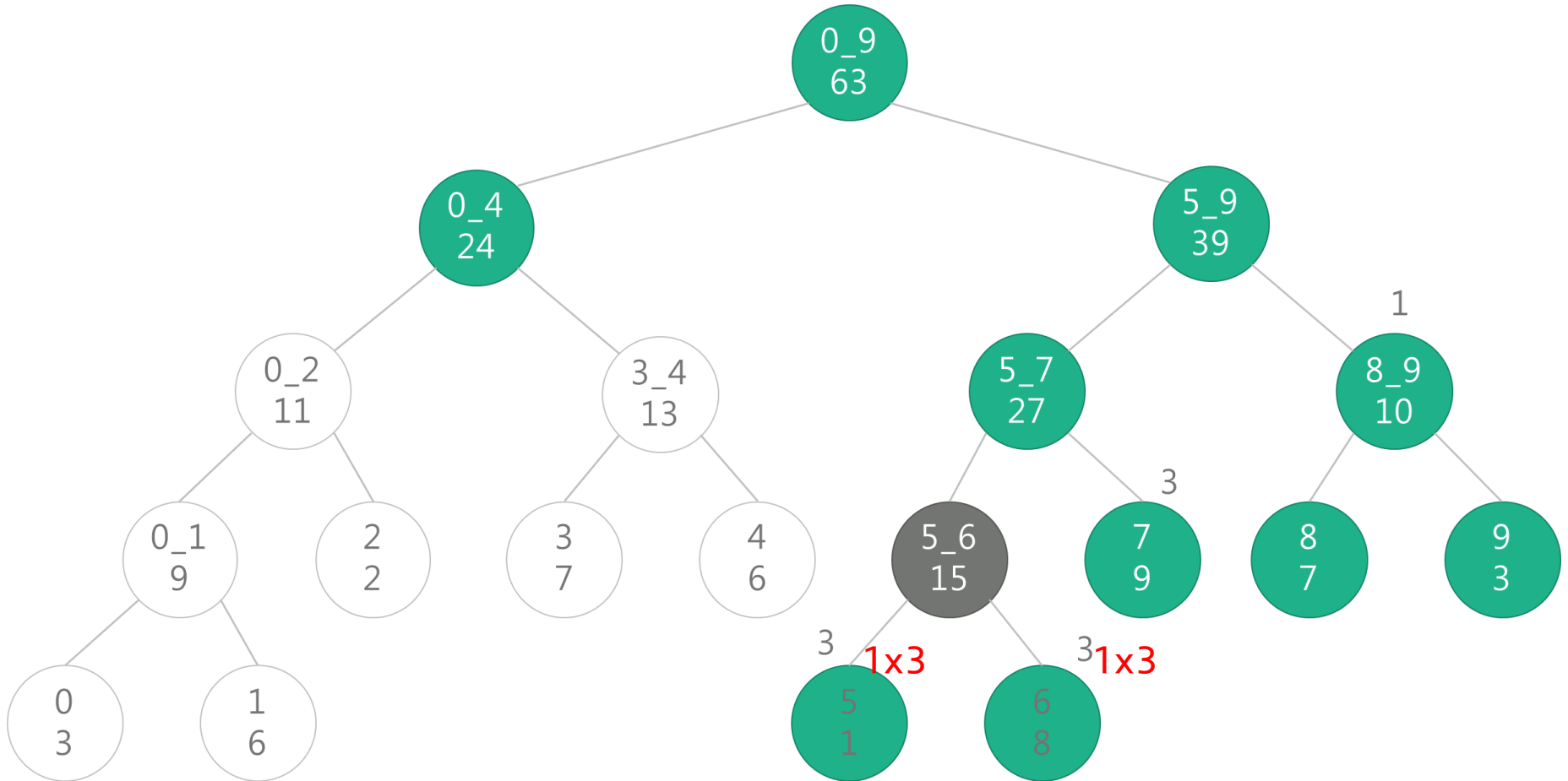
- 5~7을 방문하였을 때 lazy가 있기 때문에 업데이트를 하고 자식에게 물려준다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

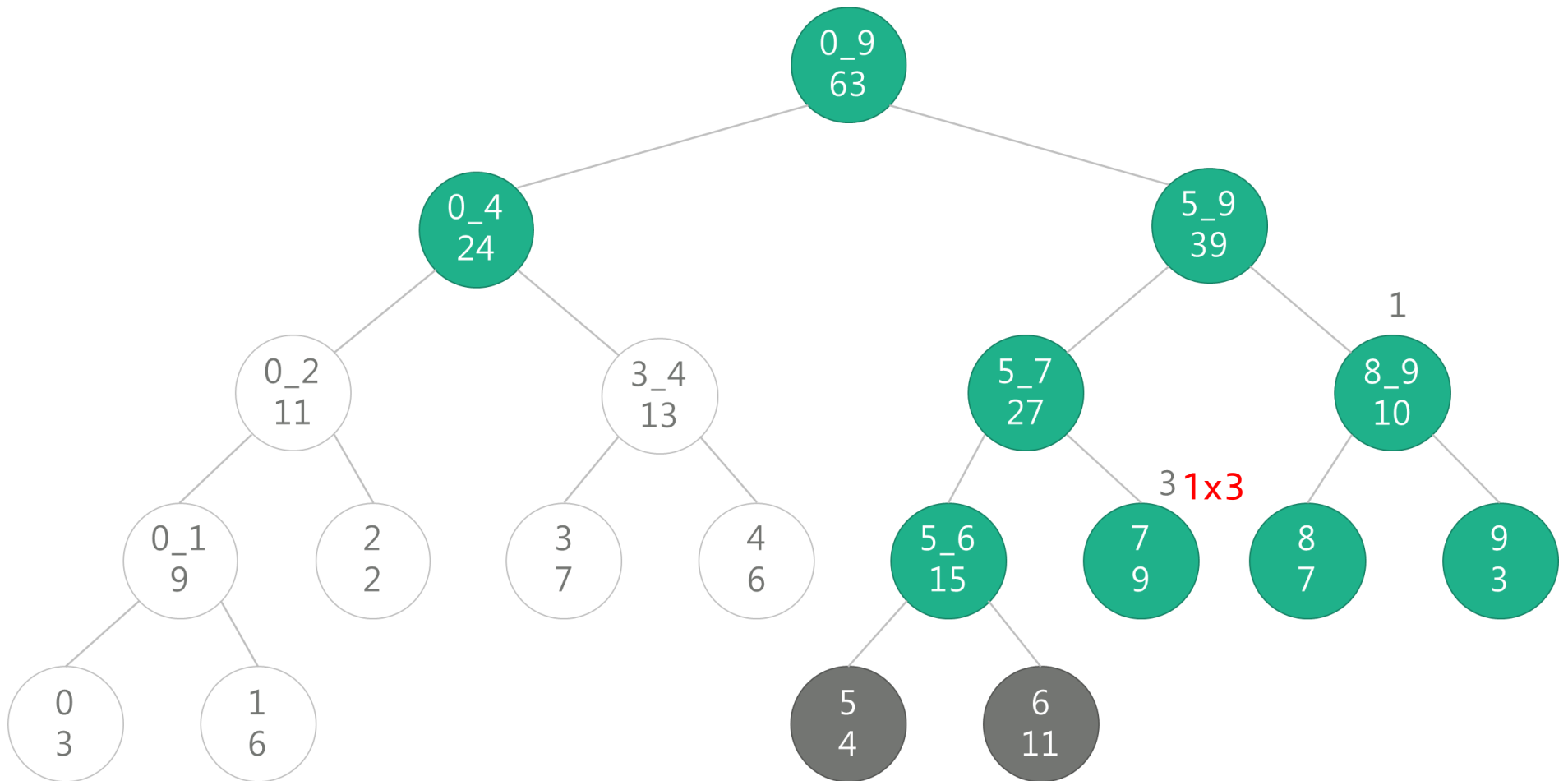
- 5~6을 방문하였을 때 lazy가 있기 때문에 업데이트를 하고 자식에게 물려준다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

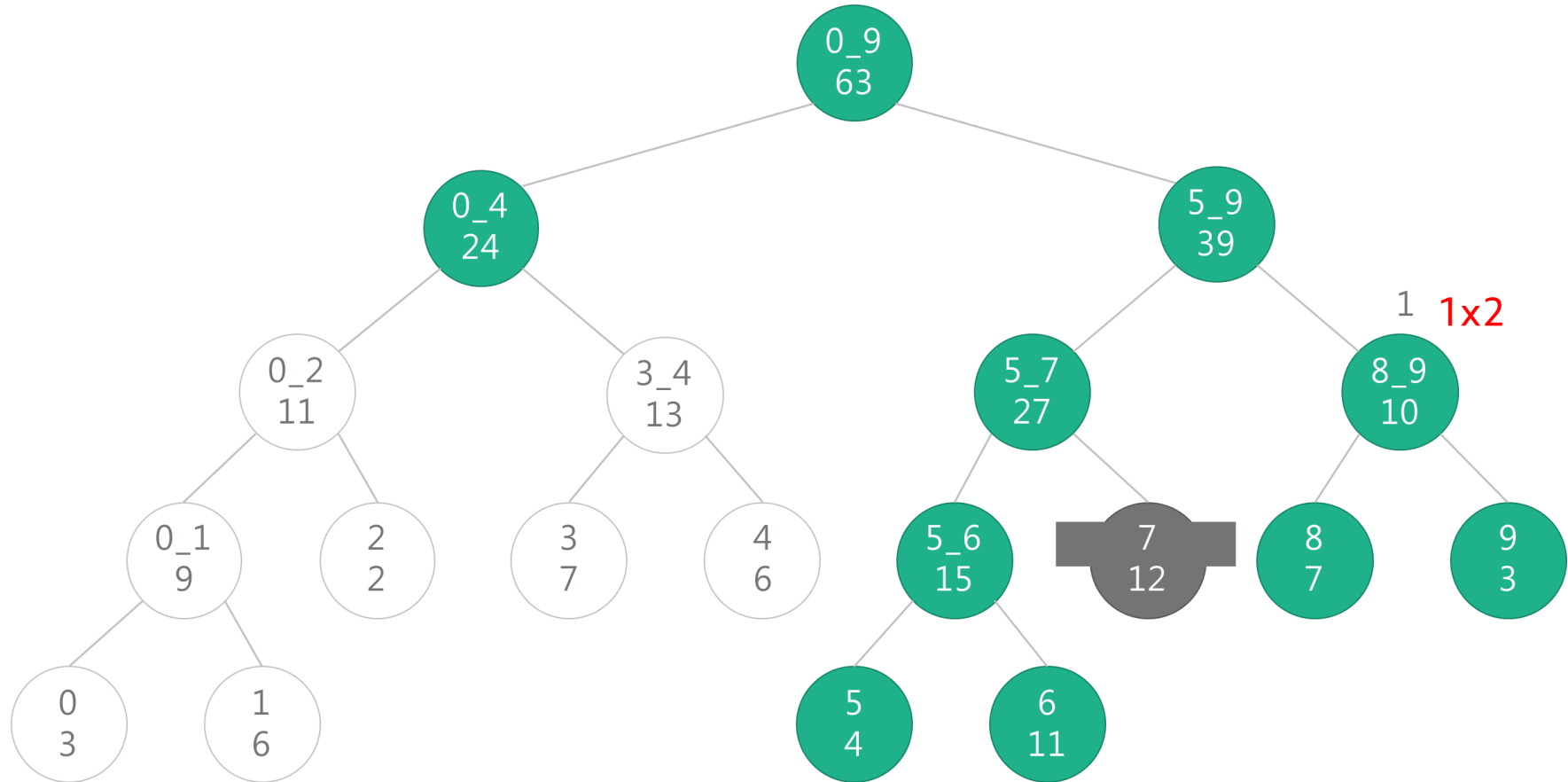
- 5와 6을 방문하였을 때 lazy가 있기 때문에 업데이트를 한다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

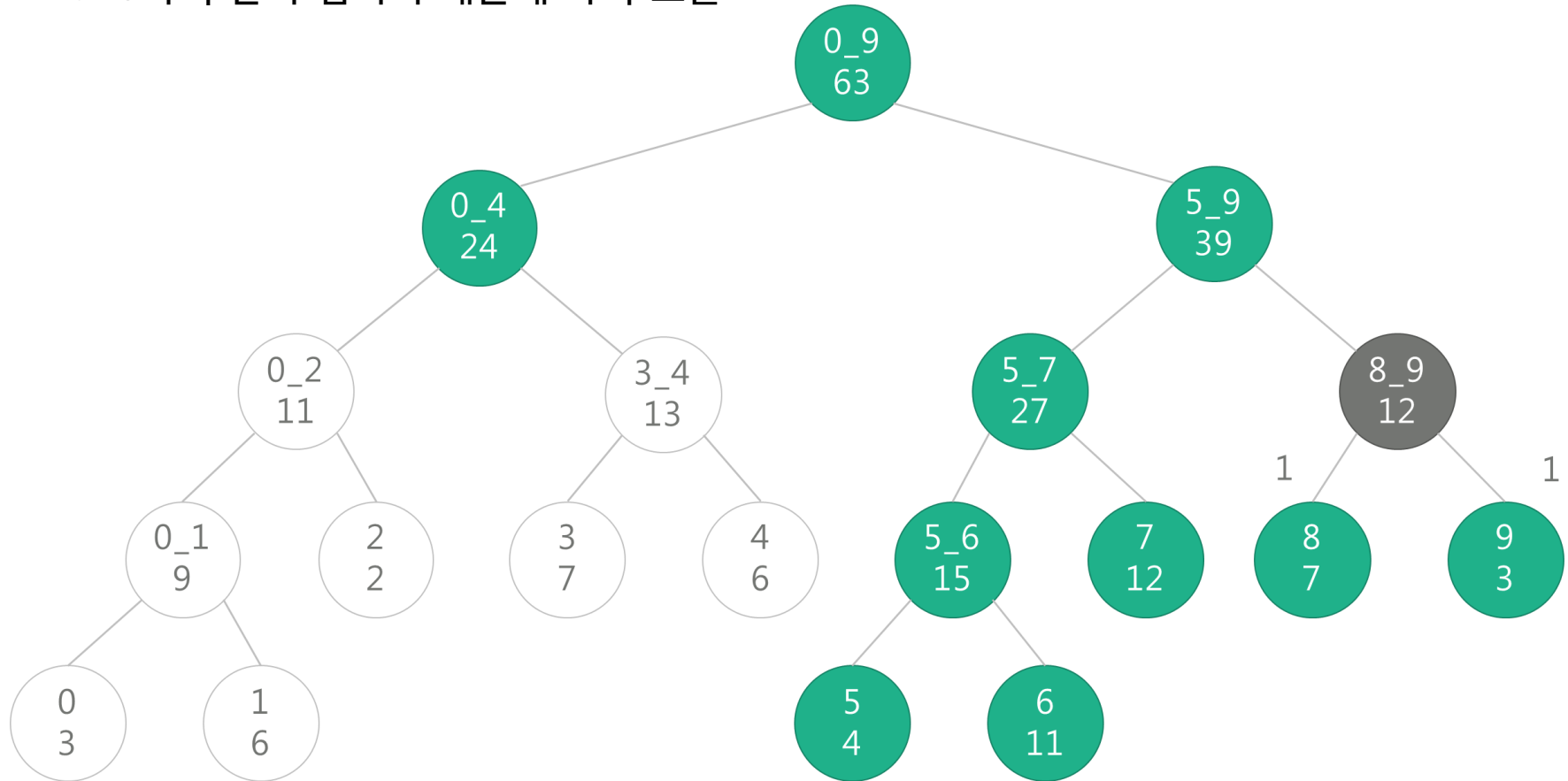
- 7을 방문하였을 때 lazy가 있기 때문에 업데이트를 한다.
- 6~8에 포함되기 때문에 리턴



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

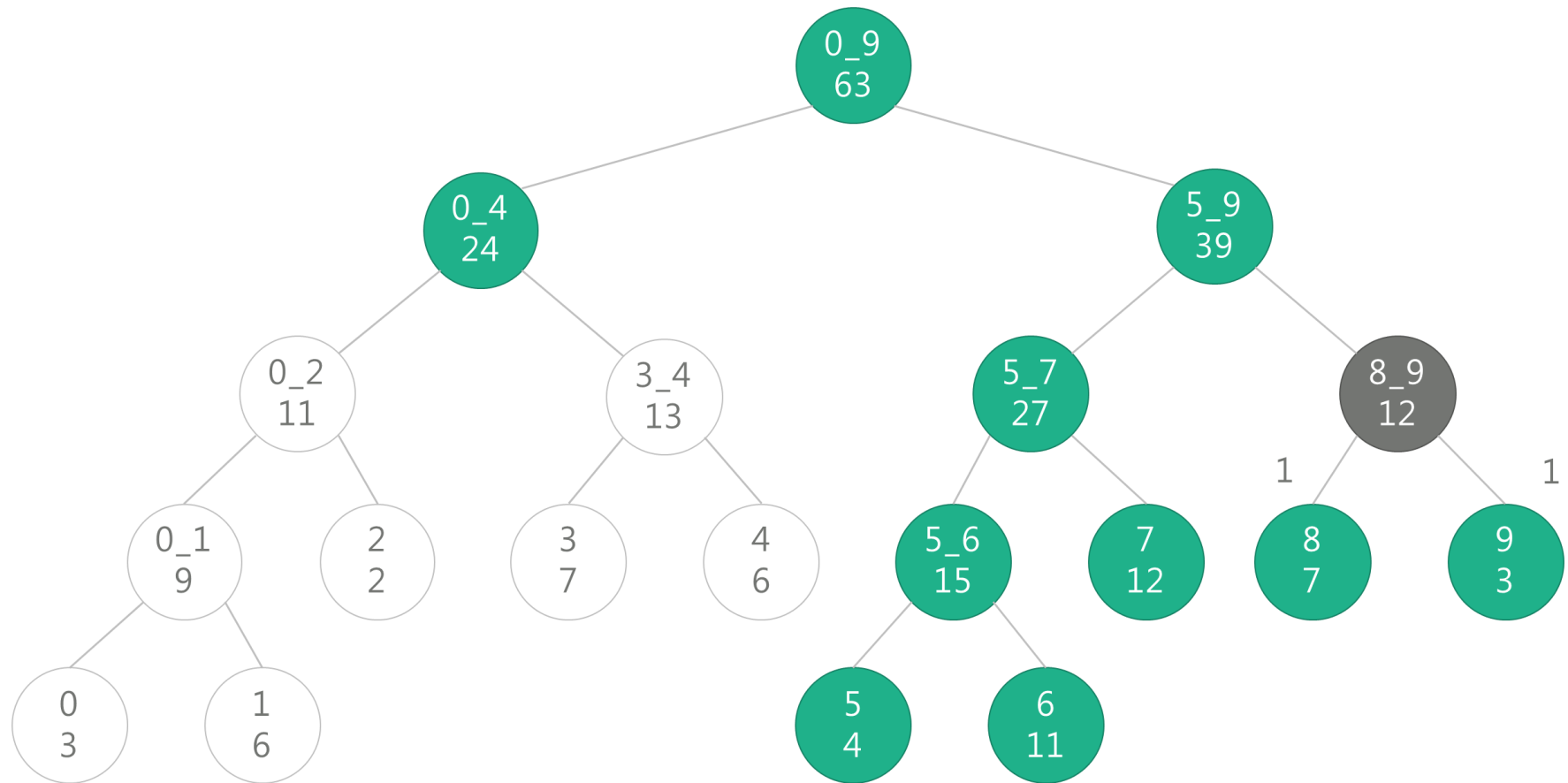
- 8~9를 방문했을 때 lazy가 있기 때문에 업데이트를 한다.
- 6~8과 구간이 겹치기 때문에 자식 호출



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

- 8은 포함되기 때문에 리턴, 9은 포함 안된다.



# Lazy Propagation

## Lazy Propagation

```
void update_lazy(int node, int start, int end) {  
    if (lazy[node] != 0) {  
        tree[node] += (end - start + 1)*lazy[node];  
        // leaf가 아니면  
        if (start != end) {  
            lazy[node * 2] += lazy[node];  
            lazy[node * 2 + 1] += lazy[node];  
        }  
        lazy[node] = 0;  
    }  
}
```

