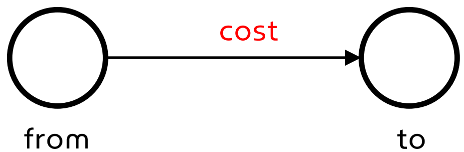
최단 경로 – 벨만포드 알고리즘

shortest path

- 최단경로 문제는 시작점의 개수에 따라 크게 2가지로 나뉜다. 정점이 V개가 있을 때,
  ① 시작점 1개 : 벨만포드, 다익스트라 알고리즘
  ② 시작점 V개 : 플로이드 알고리즘
- A → B로 가는 최단 경로는 최대 (V – 1)개의 간선으로 이루어져 있다.
- 근본적인 아이디어 : dist[i] = 시작점에서 i로 가는 최단 거리



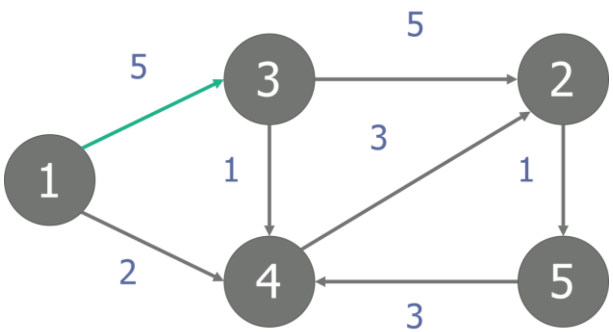

```
if(dist[to] > dist[from] + cost){
    dist[to] = dist[from] + cost
}
```

- 벨만 포드 : 비교식 x (V – 1) ☞ V – 1개의 간선을 방문하기 때문

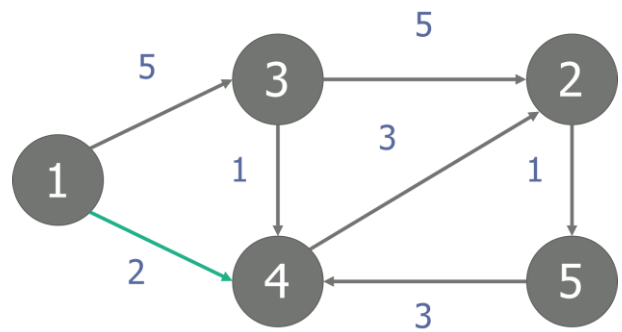
최단 경로 – 벨만포드 알고리즘

[shortest path]

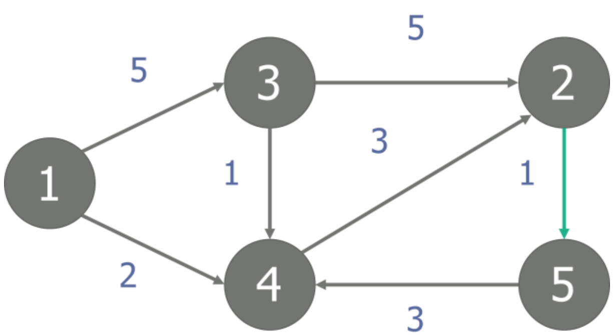
- dist[i] = 시작점에서 i까지 최단 경로



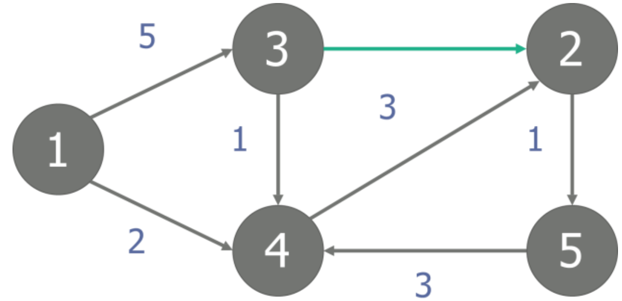
i	1	2	3	4	5
dist[i]	0	∞	5	∞	∞



i	1	2	3	4	5
D[i]	0	∞	5	2	∞



i	1	2	3	4	5
D[i]	0	∞	5	2	∞

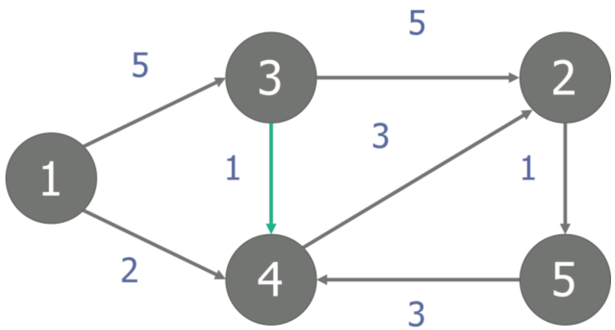


i	1	2	3	4	5
D[i]	0	10	5	2	∞

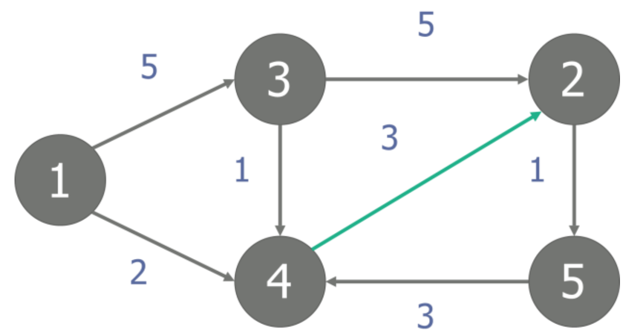
Gaussian

최단 경로 – 벨만포드 알고리즘

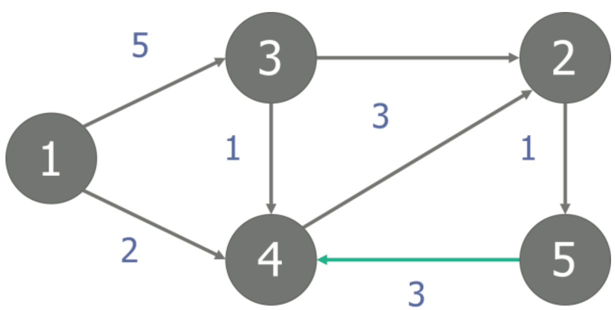
shortest path



i	1	2	3	4	5
D[i]	0	10	5	2	∞



i	1	2	3	4	5
D[i]	0	5	5	2	∞



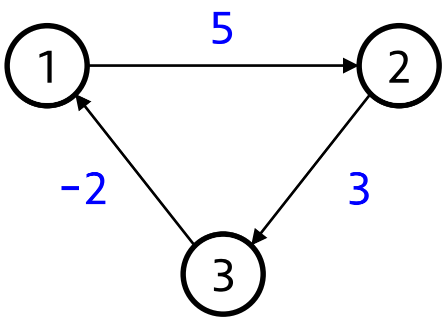
i	1	2	3	4	5
D[i]	0	5	5	2	∞

- 이 단계를 V - 1번 반복한다.
- 시간복잡도 : O(VE)
- E ≤ V^2이기 때문에 O(V^3) 으로도 표현 가능
- 가중치가 음수가 있는 경우에도 사용 가능

Gaussian

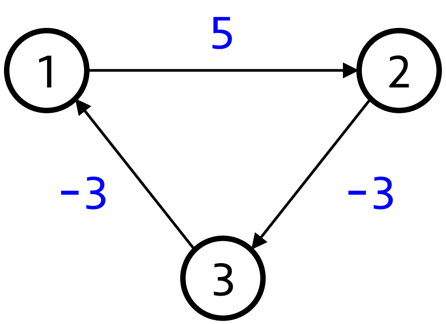
최단 경로 – 벨만포드 알고리즘
shortest path

- 음수 가중치가 있으나 사이클을 계속 반복할 수록 가중치의 합이 늘어나게 되어
  최단 경로 구성시 문제가 되지 않는다.



← (5+3-2) + (5+3-2) + (5+3-2) + … : 가중치가 점점 증가

- 음수 가중치로 인하여 사이클을 계속 반복할 수록 가중치의 합이 점점 줄어들게 되어
  최단 경로를 정의 할 수 없다.



← (5-3-3) + (5-3-3) + (5-3-3) + … : 가중치가 점점 감소
: 음수 사이클

Gaussian

최단 경로 – 벨만포드 알고리즘

shortest path

- 최단 경로에서는 총 정점이 V개 일 때, 최대 V – 1개의 간선을 이용하여 최단 경로를 구성할 수 있으므로 V – 1 번 만큼 전체 간선의 비교 update를 해주면 된다.
  V – 1 번 update 해 준 이후 1번 더 update를 하였을 때 최단 경로에 변화가 발생하면 음수 사이클이 있는 케이스 이다.

```
dist[1] = 0;
bool negative_cycle = false;

for (int i = 1; i <= N; i++) {
        for (int j = 0; j < M; j++) {
                int u = A[j].from;
                int v = A[j].to;
                int w = A[j].cost;
                if (dist[u] != INF && dist[v] > dist[u] + w) {
                        dist[v] = dist[u] + w;
                        if (i == N) {
                                negative_cycle = true;
                        }
                }
        }
}
```

← 시작점 거리 0 설정

← (정점의 개수 – 1) 만큼 update
+ 1번 추가 연산(음수 사이클 확인)

← update 시 모든 간선 비교 후 update

← 추가 연산 시 update 발생하면
음수 사이클 체크

Gaussian