



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Course notes

MATH-250 — Analyse numérique

Professeur — Buffa Annalisa

École Polytechnique Fédérale de Lausanne
2017

Exercices Matlab - Analyse Numérique - 2017
Section MA
Prof. A. Quarteroni
Séance 1 - Introduction à Matlab

Exercice 1

On considère les matrices

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -4 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Créer un répertoire de travail et écrire un fichier ".m" dans lequel placer les instructions pour calculer (sans utiliser de boucles), la matrice $C = AB$ (produit matriciel) et la matrice D qui a comme éléments $D_{ij} = A_{ij}B_{ij}$ (produit composante par composante).

Solution 1

Dans le script `ex1.m`, nous avons :

```
1  clc
2  clear all
3  close all
4
5  A= [5 3 0; 1 1 -4; 3 0 0];
6  B= [4 3 2; 0 1 0; 5 0 1/2];
7
8  C = A*B
9  D = A.*B
```

On obtient

```
1  >> ex1
2
3  C =
4
5      20  18  10
6      -16  4  0
7      12  9  6
8
9
10 D =
11
12      20  9  0
13      0  1  0
14      15  0  0
```

Exercice 2

Définir (sans utiliser de boucles) la matrice diagonale de taille $n = 5$ dont la diagonale est un vecteur de points équirépartis entre 3 et 6 (i.e. $[3, 3.75, 4.5, 5.25, 6]$).

Solution 2

```
1 >> M = diag(linspace(3,6,5))
2
3 M =
4 3.0000 0 0 0 0
5 0 3.7500 0 0 0
6 0 0 4.5000 0 0
7 0 0 0 5.2500 0
8 0 0 0 0 6.0000
```

Exercice 3

Écrire une fonction pour calculer :

1. le produit, composante par composante, entre deux vecteurs x et y ;
2. le produit scalaire entre les mêmes vecteurs x et y ;
3. un vecteur dont les éléments sont définis par :

$$v_1 = x_1 y_n, \quad v_2 = x_2 y_{n-1}, \quad \dots, \quad v_{n-1} = x_{n-1} y_2, \quad v_n = x_n y_1.$$

Utiliser et compléter la définition suivante :

```
1 function [ElByElProd, ScalProd, v] = operations(x,y)
2
3 (ELBYELPROD) = OPERATIONS(X,Y) is the element by element product of vectors ...
   X and Y. NOTE: X and Y can be row or column vectors.
4 [ELBYELPROD, SCALPROD] = OPERATIONS(X,Y) returns also the scalar product of
5 vectors X and Y.
6 [ELBYELPROD, SCALPROD, V] = OPERATIONS(X,Y) returns also the vector V which ...
   is defined as: V(1) = X(1)Y(n)
7 V(2) = X(2)Y(n-1) V(N) = X(N)Y(1)
8 return
```

Tester la fonction avec MATLAB .

Solution 3

Exercice 4

En utilisant la commande `diag`, définir en MATLAB la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ avec $n = 10$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & -1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ensuite, calculer les quantités suivantes :

1. le déterminant de A ;
2. les normes $\|A\|_1$, $\|A\|_2$, $\|A\|_\infty$ (tapez `help norm` pour voir les options) ;
3. le rayon spectral de A , noté $\rho(A)$. On rappelle que $\rho(A) = \max_{j=1,\dots,n} |\lambda_j(A)|$, ou $\lambda_j(A)$ sont les valeurs propres de A . Vérifier que, puisque A est symétrique et définie positive, on a $\rho(A) = \|A\|_2$;

Visualiser les vecteurs propres $\mathbf{v}_j, j \in \{1, \dots, 10\}$ en utilisant les commandes `[v, lambda]=eig(A)` et `plot(v)`.

En utilisant MATLAB, vérifier que la matrice V (dont les colonnes sont égales aux vecteurs propres de A) permet de diagonaliser la matrice A . En particulier, vérifier que

$$V^{-1}AV = D = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}.$$

Visualiser finalement la structure des matrices A, V, D (avec la commande `spy`).

Solution 4

On peut définir la matrice A avec la commande suivante

Exercice 5

1. Soit

$$f(x) = \frac{x^2}{2} \sin(x), \quad x \in [1, 20]$$

une fonction qu'on veut représenter graphiquement en choisissant 10 points, 20 points et 100 points dans l'intervalle de définition. Écrire un fichier ".m" pour réaliser les trois graphiques sur la même figure et avec trois couleurs différentes. Quelle est la meilleure représentation ?

2. Faire la même chose pour les fonctions :

$$g(x) = \frac{x^3}{6} \cos(\sin(x)) \exp(-x) + \left(\frac{1}{1+x}\right)^2, \quad x \in [1, 20]$$

$$h(x) = x(1-x) + \frac{\sin(x) \cos(x)}{x^3}, \quad x \in [1, 20]$$

Solution 5

1. Le script IMG
2. On remplace
FIG