Exercice 1. Programmation Linéaire .
Une usine dispose de 2 ressources $R1$ et $R2$. Elle dispose de 160 unités de $R1$ et de 180 unités de $R2$. L'usine fabrique deux produits $P1$ et $P2$ à partir de ces 2 ressources. Pour fabriquer une tonne de $P1$, il faut 3 unités de $R1$ et 6 de $R2$.

Pour fabriquer une tonne de $P2$, il faut 4 unités de $R1$ et 3 de $R2$. Les produits $P1$ et $P2$ seront vendus et leurs prix sont déjà fixés. Le prix de $P1$ est 1200 par tonne et le prix de $P2$ est 1000 par tonne.

On veut maximiser le gain obtenu par la vente des deux produits.

1° Modéliser ce problème par un programme linéaire.

2° Résoudre le programme linéaire par l'algorithme du simplexe.

3° Vérifier que la solution obtenue satisfait les conditions de Karush-Kuhn-Tucker. Donner les multiplicateurs de Lagrange.

Exercice 2. Considérons le Problème Primal $(\mathcal{P})$:

$$\min_{x,y,z} f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

$$S.C. \quad \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x^2 + y^2 + 3z \leq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

1° Écrire, résoudre le problème dual de $(\mathcal{P})$.

2° On note $\mathbf{X}^\star$ la solution de $(\mathcal{P})$. Montrer que $\mathbf{X}^\star$ est un minimum local strict. Vérifier qu'il n'y a pas de saut de dualité.