

因式分解 - 试根法, 因式定理和待定系数法作业

一、因式分解

1. 若多项式 $2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b$ 有因式 $x^2 + x - 2$, 求 $a : b$ 的值

解答

由因式定理 $f(-2) = 0, f(1) = 0$, 带入可得 $a = -12, b = 6$, 所以 $a : b = -2$

2. 因式分解: $x^3 - x^2 - 17x - 15$

解答

$$(x + 1)(x - 5)(x + 3)$$

3. 因式分解: $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8$

解答

$$(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 4)$$

4. 因式分解: $2x^3 - 9x^2 + x + 12$

解答

$$(x + 1)(x - 4)(2x - 3)$$

5. 因式分解: $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$

解答

$$(2x - 1)(x - 2)(x + 1)^2$$

6. 因式分解: $(a - 1)x^3 - ax^2 - (a - 3)x + (a - 2)$

解答

$$(x - 1)^2[(a - 1)x + (a - 2)]$$

系数相加为 0, 所以 1 是它的根。先长除法除以 $x - 1$

$$(x - 1)[(a - 1)x^2 - x - (a - 2)]$$

第二项继续长除法

$$(x - 1)^2[(a - 1)x + (a - 2)]$$

7. 因式分解: $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 4x + 2$

解答

$$(x^2 + 1)(x^2 + 4x + 2)$$

8. 多项式 $x^2 + axy + by^2 - 5x + y + 6$ 的一个因式是 $x + y - 2$, 试确定 $a + b$ 的值.

解答

由已知可以设另一个因式为 $x + by - 3$. 所以

$$x^2 + axy + by^2 - 5x + y + 6 = (x + y - 2)(x + by - 3) = x^2 + (b + 1)xy + by^2 - 5x - (2b + 3)y + 6$$

比较系数

$$\begin{cases} b + 1 = a \\ 2b + 3 = -1 \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

即 $a + b = -3$