

## 因式分解 - 双十字相乘, 主元法作业

### 一、用双十字相乘因式分解

1.  $x^2 - 3xy - 10y^2 + x + 9y - 2$

解答

$na$

2.  $x^2 + 2xy - 3y^2 + 2xz + 14yz - 8z^2$

解答

3.  $2x^2 + xy - y^2 - 4x + 5y - 6$

解答

4.  $x^2 + x - 4y^2 + 10y - 6$

解答

$(x - 2y + 3)(x + 2y - 2)$

5.  $3x^2 + 5xy - 2y^2 + x + 9y - 4$

解答

6.  $x^2 + 3xy + 2y^2 + 4x + 5y + 3$

解答

### 二、用主元法因式分解

7.  $2x^2 - 7xy + 3y^2 + 5xz - 5yz + 2z^2$

解答

$(2x - y + z)(x - 3y + 2z)$

$$8. \quad x^3 + (2y + 1)x^2 + (y^2 + 2y - 1)x + y^2 - 1$$

**解答**

此题用  $x$  做主元无法分解, 故而可选取  $y$  做主元。

$$\begin{aligned} & x^3 + (2y + 1)x^2 + (y^2 + 2y - 1)x + y^2 - 1 \\ &= x^3 + 2x^2y + x^2 + xy^2 + 2xy - x + y^2 - 1 \\ &= (x + 1)y^2 + (2x^2 + 2x)y + (x^3 + x^2 - x - 1) \\ &= (x + 1)[y^2 + 2xy + (x^2 - 1)] \\ &= (x + 1)(x + y + 1)(x + y - 1) \end{aligned}$$

$$9. \quad x^2y - xy^2 + x^2z - xz^2 - 3xyz + y^2z + yz^2$$

**解答**

此题用  $x$  做主元

$$\begin{aligned} & x^2y - xy^2 + x^2z - xz^2 - 3xyz + y^2z + yz^2 \\ &= (y + z)x^2 - (y^2 + z^2 + 3yz)x + yz(y + z) \\ &= [(y + z)x - yz][x - (y + z)] \\ &= (xy + xz - yz)(x - y - z) \end{aligned}$$

$$10. \quad 9 - 3a + 3b + 3ab - a^2b + ab^2$$

**解答**

此题可以用  $a$  做主元然后十字相乘, 但用常数 3 做主元更方便

$$\begin{aligned} & 9 - 3a + 3b + 3ab - a^2b + ab^2 \\ &= (3 + ab)[3 - (a - b)] \\ &= (3 + ab)(3 - a + b) \end{aligned}$$