

## 整式综合 2 作业

### 一、整式综合 2

1. 已知  $x - 3y + 4z = 1$ ,  $2x + y - 2z = 2$ , 化简  $x^2 - 2xy - 3y^2 + 2xz + 10yz - 8z^2$
2. 若  $a, b, c$  是整数, 且  $b$  是正整数, 同时他们满足  $a + b = c, b + c = d, c + d = a$ , 那么  $a + b + c + d$  的最大值
3. 若  $a^2 + 2a + 5$  是  $a^4 + ma^2 + n$  的一个因式, 求  $mn$  的值。
4. 若  $a + b = 10, a^3 + b^3 = 100$ , 求  $a^2 + b^2$
5. 若  $a^3 + b^3 + c^3 = a^2 + b^2 + c^2 = a + b + c = 1$ , 求  $abc$  的值。

6. 若  $x - y = 1 + m, y - z = 1 - m$ , 求  $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$
7. 已知直角三角形的直角边为  $a, b$ , 斜边为  $c$ 。其中  $a, b, c$  均为整数并且  $a$  为质数。求证:  $2(a + b + 1)$  是完全平方数。
8. 已知  $(1 - ab)^2 = (2ab - a - b)(a + b - 2)$ , 求证  $a, b$  中至少有一个为 1。
9. 若  $x$  是正整数, 则  $x^4 - 3x^2 + 9$  是质数还是合数, 并证明你的结论。