

整式综合 2

一、对整式综合 2

1. 在三角形 ABC 中, $a^2 - 16b^2 - c^2 + 6ab + 10bc = 0$, 其中 a, b, c 是三角形的三个边, 求证: $a + c = 2b$

2. 已知 $a^2b + ac^2 + b^2c = b^2a + bc^2 + a^2c$, 求 $(a - b)(b - c)(c - a)$ 的值。

3. 解方程 $(16x + 27)^2(8x + 15)(2x + 3) = 7$

4. 已知 a, b, c, d 满足 $a + b = c + d$, $a^3 + b^3 = c^3 + d^3$, 求证: $a^{2021} + b^{2021} = c^{2021} + d^{2021}$

5. 证明: $(b+c-2a)^3 + (c+a-2b)^3 + (a+b-2c)^3 = 3(b+c-2a)(c+a-2b)(a+b-2c)$

6. 已知 $x + y + z = 3$, 且 $(x - 1)^3 + (y - 1)^3 + (z - 1)^3 = 0$, 求证 x, y, z 中至少有一个为 1.

7. 设 $x^3 + mx^2 + nx + r$ 是关于 x 的一次式的完全立方, 求证: $3mr = n^2$ 。

8. 已知 a, b, c 两两不相等, 并且 $a^2 + b^2 + mab = b^2 + c^2 + mbc = c^2 + a^2 + mca$ 。

(1) 求 m 的值;

(2) 证明: $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a^2 + b^2 + mab)$.

9. 已知 $m^2 + n^2 = 1, p^2 + q^2 = 1, mp + nq = 0$, 求证: $m^2 + p^2 = 1, n^2 + q^2 = 1, mn + pq = 0$ 。

10. 设 $x + y + z = xyz$, 求证: $x(1 - y^2)(1 - z^2) + y(1 - z^2)(1 - x^2) + z(1 - x^2)(1 - y^2) = 4xyz$