

整式的恒等变换 1-例题

一、整式的恒等变换 1-例题

1. 若 a, b, c 都是自然数, 且满足 $a^5 = b^4, c^3 = d^2$, 并且 $c - a = 19$, 求 $d - b$ 的值
2. 计算 $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \cdots (2^{32} + 1) + 1$ 的值。
3. 已知整数 $a, b, (a - b)$ 都不是 3 的倍数, 试证明 $a^3 + b^3$ 是 9 的倍数。
4. 已知 a, b, c 为有理数, 并且 $a + b + c = 0, a^3 + b^3 + c^3 = 0$ 。求证 对于任何正奇数 n , 都有 $a^n + b^n + c^n = 0$ 。
5. 已知 a, b 为任意有理数, 求证 多项式 $a^2 + b^2 - 2a + 6b + 11$ 总是正数。

6. 若 $14(a^2 + b^2 + c^2) = (a + 2b + 3c)^2$, 求 $a : b : c$ 。

7. 若 a, b, c, d 是整数, 且 $m = a^2 + b^2, n = c^2 + d^2$, 求证 mn 可以表示成两个整数的平方和。

8. 若 m, n 是自然数, 且 $m \neq n$, 求证 自然数 $m^4 + 4n^4$ 一定可以表示成四个自然数的平方和。

9. 若 $x + y = 1, x^2 + y^2 = 2$, 求 $x^7 + y^7$ 的值。