Newtons avkjølingslov - saltlampe

Forfatter: Gavin Minjae Kim

Semester: Høsten 2024

Innledning

I faget TMA4101 må alle kandidater utføre en oppgave for at man får tillatelse til å komme opp til eksamen. Det er mange oppgaver man kan velge mellom, og jeg har valgt newtons avkjølingslov. Jeg utførte eksperimentet ved å måle temperaturen til saltlampen som er på soverommet. Deretter lagde jeg en kode som sammenligner den praktiske modellen med den teoretiske funksjonen.

Teori

Newtons avkjølingslov er en modell som sier at temperaturendringen er proporsjonal med differansen mellom temperaturen i omgivelsene og temperaturen til objektet i det gitte øyeblikket. Det gjør at man kan modellere temperaturendringen til et objekt med relativt god nøyaktighet. Denne modellen har likevel begrenset nøyaktighet fordi den ignorerer andre faktorer som påvirker temperaturendringen. Et eksempel er når varmekapasiteten er en funksjon av temperaturen. En annen er at den ikke tar hensyn til fordampning for væsker.

Likningen er oppsatt som en første-ordens differensiallikning. Den første linjen nedenfor er hvordan likningen er oppsatt. α er proporsjonalitetskonstanten, som er et vilkårlig tall. Dette tallet blir bestemt av varmekapasiteten til objektet og temperaturforskjellen mellom objektet og omgivelsene. Man skal løse for $T(t)$ $T(t)$ er funksjonen som viser temperaturen for objektet i tidspunktet t.

$$\dot{T}(t) = \alpha(T_k - T(t)) \Rightarrow$$

$$\dot{T}(t) + \alpha T(t) = \alpha T_k | \cdot e^{\alpha t}$$

$$\Rightarrow \dot{T}(t)e^{at} + \alpha T(t)e^{\alpha t} = \alpha T_k e^{\alpha t}$$

Her ser vi at man kan bruke produktregelen på venstresiden. Da er $u = T(t)$ og $v = e^{\alpha t}$

$$\frac{d}{dt}(T(t)e^{\alpha t} = \alpha T_k e^{\alpha t}$$

$$\int_0^t \frac{d}{dt}(T(s)e^{\alpha s}) = \int_0^t \alpha T_k e^{\alpha s}$$

$$T(t)e^{\alpha t} - T(0)e^0 = T_k e^{at} - T_k e^0 | \cdot e^{-\alpha t}$$

$$T(t)e^{at} - T(0) = T_k e^{at} - T_k | \cdot e^{-\alpha t}$$

$$T(t)e^{at} = T_k e^{\alpha t} + T(0) - T_k | \cdot e^{-\alpha t}$$

$$T(t) = T_k + (T(0) - T_k)e^{-\alpha t}$$

Man kan også finne α ved å løse funksjonen overfor med hensyn til α.

$$T(t) = T_k + (T(0) - T_k)e^{-\alpha t} \Rightarrow$$

$$e^{-\alpha t} = \frac{T(t) - T_k}{T(0) - T_k} | \, ln()$$

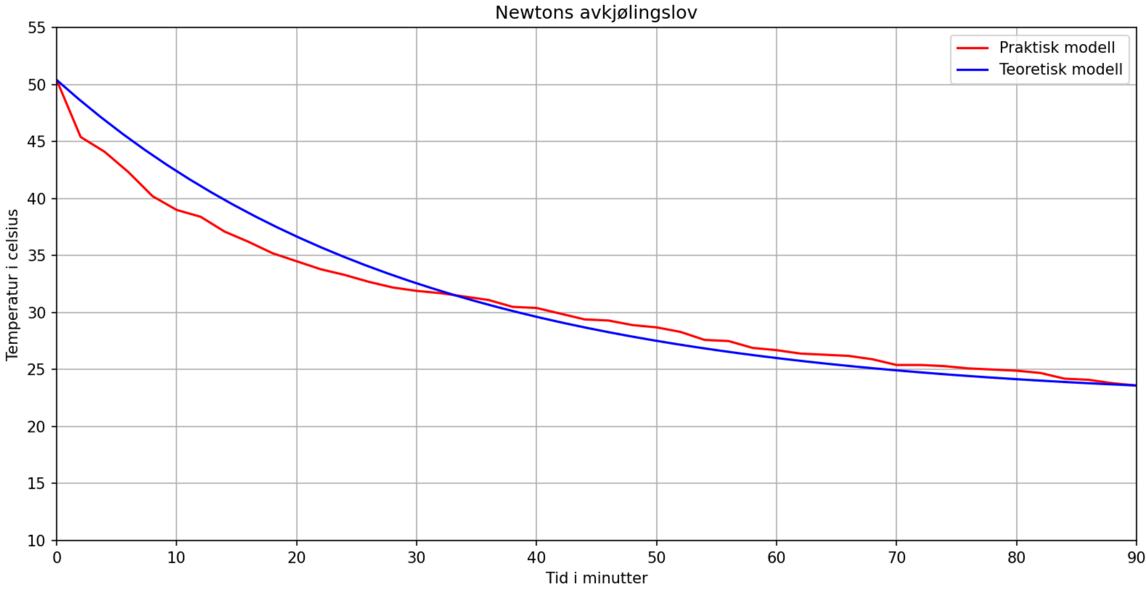
$$-\alpha t = ln\left(\frac{T(t) - T_k}{T(0) - T_k}\right)$$

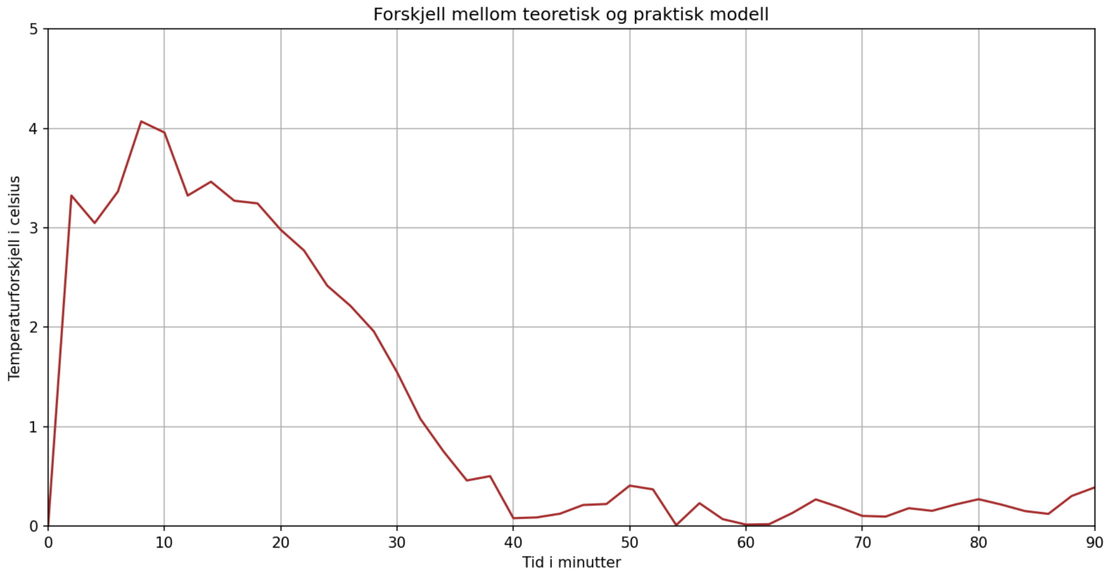
$$\alpha = -\frac{ln\left(\frac{T(t)-T_k}{T(0)-T_k}\right)}{t}$$

Koden min inneholder både Newtons avkjølingslov og likningen som løser α.

Utførelse

Først var saltlampen på i to timer for at det skulle være tilstrekkelig varmt. Deretter skrudde jeg saltlampen av og målte temperaturen hvert andre minutt. Dette gjorde jeg i 90 minutter, som betyr at jeg fikk 45 målinger. Utstyret som jeg bruke for å måle temperaturen var en infrarød temperaturmåler fra Biltema. Det var krevende å måle det samme punktet i saltlampen. Likevel fikk jeg tilstrekkelig bra målinger for at Newtons avkjølingslov skulle delvis gjelde. Romtemperaturen var 22.2^oC. Da jeg kjørte koden min fikk jeg to modeller:





Newtons avkjølingslov har varierende grad av gyldighet når man sammenligner med de virkelige resultatene som jeg fikk. Usikkerheten er på sitt største i de første 30 minuttene. Etter 40 minutter derimot er den virkelige modellen relativt presis, med tanke på at usikkerheten er mindre enn $1^o c$. α for den teoretiske modellen er omtrent -0.033365.

Drøfting

Mulige årsaker på hvorfor newtons avkjølingslov kan bli ganske upresis kan være flere grunner. Den ene grunnen er at modellen bare tar hensyn til varmetap gjennom luften. Gjenstanden som avkjøles kan miste varme gjennom fysisk kontakt, konveksjon og stråling. Ved høye temperaturer er varmetap gjennom stråling og konveksjon større enn det som er forutsatt av en lineær modell. Det kan man se på den praktiske modellen som demonstrerte raskere avkjøling enn den teoretiske grafen forutså. Varmetapet gjennom fysisk kontakt har mest sannsynlig ikke mye betydning. Det er fordi planken blir varmet opp sammen med saltlampen, siden dem mottar varme fra den. Når gjenstanden nærmer seg temperaturen til omgivelsene, vil varmetapet bli mer presis sammenlignet med den teoretiske modellen. Det er fordi konveksjon og stråling vil utføre et mindre bidrag for temperaturendringen til gjenstanden. Simms (2004)

Konklusjon

Newtons avkjølingslov har varierende gyldighet etter hvor høy temperaturforskjellen er. Man kan si at temperaturendringen er tilnærmet proporsjonal ved lave temperaturforskjeller. Ved høyere temperaturforskjeller følger ikke temperaturendringen som denne likningen

$\dot{T}(t) = \alpha(T_k - T(t))$ viser. For å få en mer presis modell, så må man ta hensyn til andre faktorer som kan påvirke varmetapet til gjenstanden.

References

Simms, D. (2004). Newton's contribution to the science of heat. *Annals of science*, 61(1):49–50.