$\sigma(\tilde\theta) = \sqrt{\nabla^T g(\tilde\theta)\, I^{-1}(\tilde\theta)\, \nabla g(\theta)}$

$I(\theta) = M\left[((\ln p)'_\theta)^2 \right] = M\left[\left(\frac{1}{\theta-1} - \ln x\right)^2\right] = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{\theta-1} - \ln x\right)^2 p(x,\theta)\,dx =$

$= \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{\theta-1} - \ln x\right)^2 \frac{\theta-1}{x^2}\,dx = \frac{1}{(\theta-1)^2}$ непр на $\theta > 1$

$\nabla g(\tilde\theta) = -\frac{\ln 2 \cdot 2^{\frac{1}{\tilde\theta-1}}}{\tilde\theta-1}$ $\quad \sigma(\tilde\theta) = -\frac{\ln 2 \cdot 2^{\frac{1}{\tilde\theta-1}}}{\tilde\theta-1}$

$\sqrt{n}\,\frac{g(\tilde\theta)-g(\theta)}{\sigma(\tilde\theta)} \rightsquigarrow N(0,1)$

$\frac{1{,}96\,\sigma(\tilde\theta)}{\sqrt{n}} + g(\tilde\theta) < g(\theta) < \frac{-1{,}96\,\sigma(\tilde\theta)}{\sqrt{n}} + g(\tilde\theta)$

a) $\sqrt{n}\,\frac{\tilde\theta-\theta}{\sigma(\theta)} \rightsquigarrow N(0,1)$

$\sigma(\tilde\theta) \xrightarrow{P} \sigma(\theta)$

$\sigma(\theta) = \theta - 1 \Rightarrow \sqrt{n}\,\frac{\tilde\theta-\theta}{\tilde\theta-1} \rightsquigarrow N(0,1)$

$\frac{-1{,}96(\tilde\theta-1)}{\sqrt{n}} + 1 + \frac{1}{\overline{\ln x_i}} < \theta < \frac{1{,}96(\tilde\theta-1)}{\sqrt{n}} + 1 + \frac{1}{\overline{\ln x_i}}$

T7 Гипотеза: $H_0: \xi \sim \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ $\quad k = \overline{0,4}$ $\quad$ выборка 200 $\quad$ 122 смерти

$\alpha = 0{,}05$

~~H_0~~ $H_1: \overline{H_0}$ $\quad$ λ - ср число смертей в корпусе

ОМП $\to \lambda$

$L = \prod_{i=0}^{4} p_i(x) = (e^{-\lambda})^{109} \cdot (\lambda e^{-\lambda})^{65} \cdot \left(\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}\right)^{22} \cdot \left(\frac{\lambda^3}{6} e^{-\lambda}\right)^{3} \cdot \left(\frac{\lambda^4}{24} e^{-\lambda}\right)^{1} = \frac{\lambda^{122} e^{-200\lambda}}{2^{22} \cdot 6^{3} \cdot 24}$

$\ln L = 122 \ln\lambda - 200\lambda - \ln C$

$(\ln L)'_\lambda = \frac{122}{\lambda} - 200 = 0$ $\quad \lambda = 0{,}61$ точка max по дост усл.

$(\ln L)''_{\lambda\lambda} = -\frac{122}{\lambda^2} < 0$ $\quad < 5$, объед

	0	1	2	3	4
np_i	108,67	66,29	20,22	4,11	0,63

Пересчет ☹

$$L = \left(e^{-\lambda}\right)^{109} \cdot \left(\lambda e^{-\lambda}\right)^{65} \left(\frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda}\right)^{22} + \left(\left(\frac{4\lambda^3+\lambda^4}{24}\right) e^{-\lambda}\right)^{4} = \frac{e^{-200\lambda}\lambda^{109}}{c}\left(4\lambda^3+\lambda^4\right)^4$$

$$\ln L = 109\ln\lambda - 200\lambda - \ln c + 4\ln\left(4\lambda^3+\lambda^4\right)$$

$$(\ln L)'_\lambda = \frac{109}{\lambda} - 200 + \frac{4}{4\lambda^3+\lambda^4}\left(12\lambda^2+4\lambda^3\right) = \frac{109}{\lambda} - 200 + \frac{47+16\lambda}{4\lambda+\lambda^2} = 0$$

$$200\lambda^2 + 6+5\lambda - 4\lambda\cdot 4 = 0 \qquad \lambda = 0{,}608$$

	0	1	2	3, 4
$np_i =$	108,88	66,2	20,13	4,7

в 20% случаев можно, в 20% случаев у меня хорошие нестрашные поэтому не портим

$$\tilde{\Delta} = \sum \frac{(np_i - m_i)^2}{np_i} = \frac{(108{,}68-109)^2}{108{,}68} + \frac{(66{,}2-65)^2}{66{,}2} + \frac{(20{,}13-22)^2}{20{,}13} + \frac{(4{,}7-4)^2}{4{,}7} \approx 0{,}3$$

$$p\text{-value} = \int_{0{,}3}^{+\infty} q(t)\,dt \approx 0{,}96 > \alpha = 0{,}05$$

нет причин отвергать гипотезу

T8

25	50	25	I партия	$n=100$	$k=2$	$l=3$
52	41	7	II партия			

$$\tilde{\Delta} = \sum_{i=0}^{n} \frac{(np_i - m_i)^2}{np_i} = \frac{\left(200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{77}{200}-25\right)^2}{200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{77}{200}} + \frac{\left(200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{77}{200}-52\right)^2}{200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{77}{200}} + \ldots + \frac{\left(200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{32}{200}-7\right)^2}{200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{32}{200}} \approx 20{,}48$$

$$\Delta \sim \chi^2\big(\underbrace{(2-1)}_{k}\underbrace{(3-1)}_{l}\big) = \chi^2(2)$$

$$p\text{-value} = P(\tilde{\Delta} \geq \Delta \mid H_0) = \int_{20{,}48}^{+\infty} q(t)\,dt = \int_{20{,}48}^{+\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}\,dx = \frac{1}{2}\int_{20{,}48}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma(1)}\,dx = \frac{1}{2}\int_{20{,}48}^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}}\,dx = 3{,}57\cdot 10^{-5}$$

$$\ll 0{,}05$$

$\Gamma(1) = 1$ Всё очень плохо!!! очень подозрительно!!!

Вторая партия выбивается из колеи!! Гипотеза о независимости опровергнута!!

T9

$$\tilde{\Delta}_1 = \frac{\left(\frac{72}{600}\cdot 300-33\right)^2}{\frac{72}{600}\cdot 300} + \ldots + \frac{\left(\frac{292}{600}\cdot 300-144\right)^2}{\frac{292}{600}\cdot 300} \approx 1{,}039$$

будто бы и так очевидно что однородные

$$\tilde{\Delta}_2 = \frac{\left(\frac{72}{600}\cdot 300-39\right)^2}{\frac{72}{600}\cdot 300} + \ldots + \frac{\left(\frac{78}{600}\cdot 300-35\right)^2}{\frac{78}{600}\cdot 300} \approx 1{,}039$$

$$\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_1 + \tilde{\Delta}_2 = 2\cdot 1{,}039 \qquad \Delta \sim \chi^2\big((k-1)(l-1)\big) = \chi^2(1\cdot 3) = \chi^2(3)$$

нет оснований отвергать однородность

$p\text{-value} = 0{,}55$

T10

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$p_i = \frac{1}{10}$
5	8	6	12	14	18	11	6	13	7	$np_i = 10$

H_0: равномерн. распр. $\quad H_1: \overline{H_0}$

нет оснований
отвергать ~~гипот~~ гипотезу

$\Delta \sim \chi^2(10-1) = \chi^2(9)$

$\tilde{\Delta} = \sum_{i=0}^{9} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = 16{,}4$

$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{16{,}4}^{\infty} q(t)\,dt \approx 0{,}056 > 0{,}05$

б) np_i: 6,72 6,85 10,54 13,28 15,65 15,10 12,42 8,21 5,33 4,65

естрание

H_0: норм. распр. $\quad H_1: \overline{H_0}$

$\xi \sim N(\alpha, \delta^2)$

$\tilde{\alpha} = \overline{x} = \sum_{i=0}^{9} \frac{m_i}{n} \cdot i = 4{,}77$

$\delta^2 = S^2 = \sum_{i=1}^{9} \frac{m_i(i-\tilde{\alpha})}{n-1} = 6{,}34$

$p(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\delta^2}}$

$\tilde{\Delta} = \sum_{i=0}^{9} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = 16{,}77$

$\Delta \sim \chi^2(10-1-2)$

$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{16{,}77}^{\infty} q(t)\,dt \approx 0{,}018$

$\Rightarrow H_0$ отвергнута

< 0.05

$57 \cdot 10^{-5}$

о!!!

!

Без
основания
рода не