

## Содержание

|               |    |
|---------------|----|
| Введение      | 5  |
| 1 Вариант 1   | 6  |
| 2 Вариант 2   | 7  |
| 3 Вариант 3   | 8  |
| 4 Вариант 4   | 9  |
| 5 Вариант 5   | 9  |
| 6 Вариант 6   | 10 |
| 7 Вариант 7   | 11 |
| 8 Вариант 8   | 12 |
| 9 Вариант 9   | 13 |
| 10 Вариант 10 | 14 |
| 11 Вариант 11 | 15 |
| 12 Вариант 12 | 16 |

|               |    |
|---------------|----|
| 13 Вариант 13 | 17 |
| 14 Вариант 14 | 18 |
| 15 Вариант 15 | 19 |
| 16 Вариант 16 | 20 |
| 17 Вариант 17 | 21 |
| 18 Вариант 18 | 22 |
| 19 Вариант 19 | 23 |
| 20 Вариант 20 | 24 |
| 21 Вариант 21 | 25 |
| 22 Вариант 22 | 26 |
| 23 Вариант 23 | 27 |
| 24 Вариант 24 | 28 |
| 25 Вариант 25 | 29 |

# Введение

## 1. Вариант 1

**№1.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = x.$$

**№1.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№1.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, \frac{3h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№1.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№1.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 3t - e^t. \end{aligned}$$

**№1.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№1.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закреплённой на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 2. Вариант 2

**№2.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \cos t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№2.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**№2.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, \frac{3h}{2})$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№2.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№2.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 4u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 0, \\ u|_{x=0} &= 1 + \sin t. \end{aligned}$$

**№2.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№2.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) движется по заданному закону  $u|_{x=0} = A \sin \omega t$ , а другой ( $x = l$ ) — свободен. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

### 3. Вариант 3

**№3.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№3.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№3.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№3.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = \frac{x_0}{2}$  и  $x = x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№3.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 9u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№3.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№3.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 4. Вариант 4

**№4.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№4.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**№4.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№4.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 2x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№4.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^2, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 2. \end{aligned}$$

**№4.6.** Решить задачу о колебаниях струны, оба конца которой ( $x = 0$ ,  $x = \pi$ ) — свободны. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№4.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны со свободным концом  $x = 0$ , если на конце  $x = l$  задано смещение  $u|_{x=l} = A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 5. Вариант 5

**№5.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№5.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№5.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№5.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = l$  и  $x = 2l$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{l}{2a}$ .

**№5.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x + 1, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \cos t. \end{aligned}$$

**№5.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}.$$

**№5.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 6. Вариант 6

**№6.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \cos x.$$



**№6.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0. \end{cases}$$

**№6.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№6.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = \frac{3x_0}{2}$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№6.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№6.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№6.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, если на конце  $x = 0$  задан закон движения  $u_{x=0} = A \sin \omega t$ , а конец  $x = l$  — жёстко закреплён. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 7. Вариант 7

**№7.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + t, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№7.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№7.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№7.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = 2x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№7.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x + 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№7.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}.$$

**№7.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 8. Вариант 8

**№8.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№8.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = -\frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0. \end{cases}$$

**№8.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 3h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№8.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 5x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{4x_0}{3a}$ .

**№8.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 3t - t^2. \end{aligned}$$

**№8.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}.$$

**№8.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 9. Вариант 9

**№9.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№9.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{4a}$ . Начальные функции имеют

ВИД

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№9.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, \frac{7h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№9.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = \frac{3x_0}{2}$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№9.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ u_x|_{x=0} &= \sin t - 1. \end{aligned}$$

**№9.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№9.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega_1 t$ , а на конце  $x = l$  — действию силы  $A \sin \omega_2 t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{l}{a}$ .

## 10. Вариант 10

**№10.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№10.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{2a}$ . Начальные функции имеют

ВИД

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin 2\pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№10.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, \frac{3h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{c}{2}$ .

**№10.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№10.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 4u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^3, \quad u_t|_{t=0} = x, \\ u_x|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№10.6.** Решить задачу о колебаниях струны, оба конца которой ( $x = 0$ ,  $x = \pi$ ) — свободны. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = \cos x.$$

**№10.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega_1 t$ . На конце  $x = l$  задано смещение  $u|_{x=l} = A \sin \omega_2 t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{l}{a}$ .

## 11. Вариант 11

**№11.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2x, \quad u|_{t=0} = x^2, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№11.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№11.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, \frac{3h}{2})$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{3c}{2}$ .

**№11.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 2x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№11.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 0, \quad u_t|_{t=0} = 0, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1 - \cos t. \end{aligned}$$

**№11.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№11.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если к концу  $x = 0$  приложена сила  $At$ , а к концу  $x = l$  — сила  $B \sin \omega_2 t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{l}{a}$ .

## 12. Вариант 12

**№12.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin x, \quad u|_{t=0} = x^2, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№12.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№12.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное

отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, \frac{3h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = 2c$ .

**№12.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№12.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^2, \quad u_t|_{t=0} = 0, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1 - \cos t. \end{aligned}$$

**№12.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{3x}{2}.$$

**№12.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если к концу  $x = 0$  приложена постоянная сила  $F$ , а конец  $x = l$  — жёстко закреплён. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 13. Вариант 13

**№13.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2 \sin t, \quad u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№13.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№13.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение

отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 3h)$ ,  $(3c, h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№13.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 2x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№13.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^3, \quad u_t|_{t=0} = 0, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1 - \cos t. \end{aligned}$$

**№13.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{5x}{2}.$$

**№13.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  свободен, а к концу  $x = l$  приложена сила  $Bt$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 14. Вариант 14

**№14.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2t, \quad u|_{t=0} = x^3, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№14.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**№14.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, \frac{3h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .



Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№14.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№14.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^2, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1 - \cos t. \end{aligned}$$

**№14.6.** Решить задачу о колебаниях струны, оба конца которой ( $x = 0, x = \pi$ ) — свободны. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \cos 2x.$$

**№14.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  жёстко закреплён, а к концу  $x = l$  приложена сила  $Vt$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 15. Вариант 15

**№15.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 3.$$

**№15.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№15.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№15.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся

импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№15.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 9u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1. \end{aligned}$$

**№15.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — жёстко закреплён. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№15.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  закреплён жёстко, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $B$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 16. Вариант 16

**№16.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + e^t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = x.$$

**№16.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = -\frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№16.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{3c}{2}$ .

**№16.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{2x_0}{3a}$ .

**№16.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= x, \quad u_t|_{t=0} = x, \\(u_x + u)|_{x=0} &= 1.\end{aligned}$$

**№16.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{5x}{2}.$$

**№16.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  закреплён жёстко, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $Bt$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 17. Вариант 17

**№17.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x + t, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 3.$$

**№17.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0; \end{cases} \\ \psi(x) &= \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0. \end{cases}\end{aligned}$$

**№17.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = 2c$ .

**№17.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся

импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№17.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned} 9u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^2 + 1, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ (u_x + u)|_{x=0} &= 1 + \sin t. \end{aligned}$$

**№17.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{3x}{2}.$$

**№17.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  закреплён жёстко, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $A \sin \omega t + Bt$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 18. Вариант 18

**№18.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = \cos x.$$

**№18.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = -\frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№18.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = 3c$ .

**№18.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№18.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = \cos x, \\u_x|_{x=0} &= 1.\end{aligned}$$

**№18.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{5x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№18.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  закреплён жёстко, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $B \cos \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 19. Вариант 19

**№19.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + t, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x.$$

**№19.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№19.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, \frac{h}{2})$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = 3c$ .

**№19.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{2x_0}{3a}$ .

**№19.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}u_{tt} - 9u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\(u_x + u)|_{x=0} &= 1.\end{aligned}$$

**№19.6.** Решить задачу о колебаниях струны, оба конца которой ( $x = 0$ ,  $x = \pi$ ) закреплены жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin 2x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№19.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  свободен, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $B \cos \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 20. Вариант 20

**№20.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin x, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 3.$$

**№20.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = 1$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№20.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 3h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№20.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{4x_0}{3a}$ .

**№20.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\(u_x + u)|_{x=0} &= 1 + \sin t.\end{aligned}$$

**№20.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 4 \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{5x}{2}.$$

**№20.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если на конец  $x = 0$  действует продольная сила  $A \sin \omega t$ , а конец  $x = l$  — жёстко закреплён. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 21. Вариант 21

**№21.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 3.$$

**№21.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{2}, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№21.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 3h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№21.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 5x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{2a}$ .

**№21.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\(u_x - 2u)|_{x=0} &= 1.\end{aligned}$$

**№21.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) жёстко закреплён, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 2 \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{5x}{2}.$$

**№21.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  свободен, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $B$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 22. Вариант 22

**№22.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x, \quad u|_{t=0} = \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 3.$$

**№22.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} x^2 - x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№22.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№22.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{3a}$ .

**№22.5.** Найти решение начально–краевой задачи

$$\begin{aligned}9u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\(u_x + u)|_{x=0} &= 1.\end{aligned}$$



**№22.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 5 \cos \frac{x}{2}.$$

**№22.7.** Рассмотреть задачу о продольных колебаниях стержня, если конец  $x = 0$  закреплён жёстко, а на конец  $x = l$  действует продольная сила  $B$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 23. Вариант 23

**№23.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2, \quad u|_{t=0} = 3 \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№23.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{5\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} 2 \sin 2x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№23.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№23.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№23.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x + 1, \\ u_x|_{x=0} &= \sin t + 2t. \end{aligned}$$

**№23.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное

отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 4 \cos \frac{3x}{2}.$$

**№23.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \cos \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 24. Вариант 24

**№24.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 4, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 2 \sin 2x.$$

**№24.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} \sin x + v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№24.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№24.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = 2x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№24.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 4u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x + 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№24.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = \pi$ ) свободен, а другой ( $x = 0$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 3 \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 5 \sin \frac{3x}{2}.$$

**№24.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, жёстко закреплённой на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \cos \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 25. Вариант 25

**№25.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + t, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№25.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x + (\pi^2 - x^2), & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№25.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№25.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = 2x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№25.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 \sin x + x, \quad u_t|_{t=0} = x + 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№25.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = 4 \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 3 \cos \frac{3x}{2}.$$

**№25.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $At$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .