

## Содержание

Введение	5
1 Вариант 1	6
2 Вариант 2	7
3 Вариант 3	8
4 Вариант 4	9
5 Вариант 5	9
6 Вариант 6	10
7 Вариант 7	11
8 Вариант 8	12
9 Вариант 9	13
10 Вариант 10	15
11 Вариант 11	15
12 Вариант 12	15

13 Вариант 13	15
14 Вариант 14	15
15 Вариант 15	15
16 Вариант 16	15
17 Вариант 17	15
18 Вариант 18	15
19 Вариант 19	15
20 Вариант 20	15
21 Вариант 21	15
22 Вариант 22	15
23 Вариант 23	15
24 Вариант 24	15
25 Вариант 25	15

# Введение

## 1. Вариант 1

**№1.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = x.$$

**№1.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№1.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, \frac{3h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№1.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 4x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№1.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 3t - e^t. \end{aligned}$$

**№1.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№1.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закреплённой на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 2. Вариант 2

**№2.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + \cos t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№2.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**№2.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, \frac{3h}{2})$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№2.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№2.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 4u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 0, \\ u|_{x=0} &= 1 + \sin t. \end{aligned}$$

**№2.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№2.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) движется по заданному закону  $u|_{x=0} = A \sin \omega t$ , а другой ( $x = l$ ) — свободен. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

### 3. Вариант 3

**№3.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№3.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№3.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№3.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = \frac{x_0}{2}$  и  $x = x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№3.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} 9u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= \sin x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№3.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№3.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 4. Вариант 4

**№4.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№4.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**№4.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, h)$ ,  $(3c, h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№4.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 2x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{3x_0}{2a}$ .

**№4.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x^2, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 2. \end{aligned}$$

**№4.6.** Решить задачу о колебаниях струны, оба конца которой ( $x = 0$ ,  $x = \pi$ ) — свободны. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№4.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны со свободным концом  $x = 0$ , если на конце  $x = l$  задано смещение  $u|_{x=l} = A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 5. Вариант 5

**№5.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2t, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№5.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 2, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

**№5.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№5.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = l$  и  $x = 2l$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{l}{2a}$ .

**№5.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x + 1, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \cos t. \end{aligned}$$

**№5.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}.$$

**№5.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 6. Вариант 6

**№6.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + x, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \cos x.$$



**№6.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0. \end{cases}$$

**№6.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{5c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 2h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№6.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = \frac{3x_0}{2}$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№6.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№6.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}.$$

**№6.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, если на конце  $x = 0$  задан закон движения  $u_{x=0} = A \sin \omega t$ , а конец  $x = l$  — жёстко закреплён. Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 7. Вариант 7

**№7.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + t, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№7.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{3\pi}{4a}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & |x| < \pi, \\ 0, & |x| > \pi. \end{cases}$$

**№7.3.** Построить профиль полуограниченной струны с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, 3h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№7.4.** Полуограниченной струне со свободным концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = 2x_0$  и  $x = 3x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№7.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 \sin x, \quad u_t|_{t=0} = x + 1, \\ u|_{x=0} &= \sin t. \end{aligned}$$

**№7.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) свободен, а другой ( $x = \pi$ ) — закреплён жёстко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \cos \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \cos \frac{3x}{2}.$$

**№7.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = l$  и подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 8. Вариант 8

**№8.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + xt, \quad u|_{t=0} = \cos x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№8.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в точке  $x = -\frac{1}{2}$ . Начальные функции имеют вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & -2 < x < 0, \\ 0, & x < -2 \text{ или } x > 0. \end{cases}$$

**№8.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 3h)$ ,  $(3c, 2h)$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№8.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = 5x_0$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{4x_0}{3a}$ .

**№8.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 1, \\ (u_t + 3u_x)|_{x=0} &= 3t - t^2. \end{aligned}$$

**№8.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = \sin \frac{x}{2}.$$

**№8.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, свободной на конце  $x = 0$  и подверженной на конце  $x = l$  действию силы  $A \sin \omega t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{3l}{2a}$ .

## 9. Вариант 9

**№9.1.** Используя формулу Даламбера, найти решение задачи

$$u_{tt} = u_{xx} + 2xt, \quad u|_{t=0} = x, \quad u_t|_{t=0} = \sin x.$$

**№9.2.** Определить решение начальной задачи для однородного волнового уравнения в момент времени  $t = \frac{1}{4a}$ . Начальные функции имеют

ВИД

$$\varphi(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \end{cases} \quad \psi(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < 1, \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

**№9.3.** Построить профиль полуограниченной струны со свободным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = \frac{3c}{2a}$ , если начальное отклонение отлично от нуля только на интервале  $(c, 4c)$  и имеет форму ломаной с вершинами в точках  $(c, 0)$ ,  $(2c, 4h)$ ,  $(3c, \frac{7h}{2})$ ,  $(4c, 0)$ .

Начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точки  $x = \frac{5c}{2}$ .

**№9.4.** Полуограниченной струне с жёстко закреплённым концом  $x = 0$  в начальный момент времени  $t = 0$  с помощью поперечного удара передаётся импульс  $I$  в точках  $x = x_0$  и  $x = \frac{3x_0}{2}$ . Найти отклонения точек струны в момент времени  $t = \frac{5x_0}{4a}$ .

**№9.5.** Найти решение начально-краевой задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \quad t > 0, \quad x > 0; \\ u|_{t=0} &= 2 - x, \quad u_t|_{t=0} = 2, \\ u_x|_{x=0} &= \sin t - 1. \end{aligned}$$

**№9.6.** Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой ( $x = 0$ ) закреплён жёстко, а другой ( $x = \pi$ ) — свободен. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$$u|_{t=0} = \sin \frac{3x}{2}, \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

**№9.7.** Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, подверженной на конце  $x = 0$  действию силы  $A \sin \omega_1 t$ , а на конце  $x = l$  — действию силы  $A \sin \omega_2 t$ . Начальные условия — нулевые. Найти решение при всех  $0 < t < \frac{l}{a}$ .

10. Вариант 10
11. Вариант 11
12. Вариант 12
13. Вариант 13
14. Вариант 14
15. Вариант 15
16. Вариант 16
17. Вариант 17
18. Вариант 18
19. Вариант 19
20. Вариант 20
21. Вариант 21
22. Вариант 22
23. Вариант 23
24. Вариант 24
25. Вариант 25