

Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în \mathbb{R}^n)

Lucrare de control la grupele 111 și 311 (12.5.2010)

1. Să se calculeze:

a) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx;$

b) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{(x+1)^3} dx;$

c) $\int_{1+0}^2 \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2-1}} dx.$

2. a) Să se demonstreze că

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln(1-x) \quad \text{pentru orice } x \in [0, 1).$$

b) Folosind eventual a), să se calculeze

$$\int_{0+0}^1 2^{-[\frac{1}{x}]} dx.$$

3. Fiind date mulțimile $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$, să se demonstreze că:

a) Dacă $A \cup B = \mathbb{R}^n$, atunci $(\text{cl } A) \cup (\text{int } B) = \mathbb{R}^n$.

b) Dacă $A \cap B = \emptyset$, atunci $(\text{cl } A) \cap (\text{int } B) = \emptyset$.