Şiruri de funcţii

Studiaţi convergenţa punctuală (precizând mulţimea de convergenţă şi funcţia limită punctuală) şi convergenţa uniformă pentru următoarele şiruri de funcţii:

1. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{\cos nx}{n^\alpha}$ unde $\alpha > 0$;
2. $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{x(1+n^2)}{n^2}$;
3. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{x^2}{x^4+n^2}$;
4. $f_n : [0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{1}{1+nx}$;
5. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{2n^2x}{e^{n^2x^2}}$;
6. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+n^2x^2}$;
7. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \sqrt{x^2 + \dfrac{1}{n^2}}$;
8. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = n\left(\sqrt{x + \dfrac{1}{n}} - \sqrt{x}\right)$;
9. $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx^2}}$;
10. $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{x(1+n^2)}{n^2}$;
11. $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{1-x^n}{1+x^n}$;
12. $f_n : [-1,1] \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \dfrac{x}{1+n^2x^2}$;