

Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în \mathbb{R}^n)

Lucrare de control la grupele 111 și 312 (10.4.2014)

1. a) Scrieți polinomul Maclaurin de gradul al treilea asociat funcției $f(x) = \operatorname{arctg} x$.
b) Determinați $\lim_{x \searrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^n}$ (discuție după $n \in \mathbb{N}$).
c) Determinați toate numerele $\alpha \in \mathbb{R}$ pentru care integrala improprie $I(\alpha) := \int_{0+0}^1 \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx$ este convergentă.
d) Determinați $I(3)$.
2. a) Demonstrați că pentru orice mulțimi $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ are loc egalitatea $\operatorname{int}(A \cap B) = (\operatorname{int} A) \cap (\operatorname{int} B)$.
b) Dați exemplu de mulțimi $A, B \subseteq \mathbb{R}^2$ pentru care $\operatorname{int}(A \cup B) \neq (\operatorname{int} A) \cup (\operatorname{int} B)$.
c) Fie $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ o funcție continuă pe \mathbb{R}^n și fie A o submulțime a lui \mathbb{R}^n . Demonstrați că $f(\operatorname{cl} A) \subseteq \operatorname{cl} f(A)$.
d) Dați exemplu de funcție $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, continuă pe \mathbb{R} , precum și de mulțime $A \subseteq \mathbb{R}$ pentru care $f(\operatorname{cl} A) \neq \operatorname{cl} f(A)$.