

Analiză matematică 2 (Calcul diferențial în \mathbb{R}^n)

Examen scris la grupa 111 (14.6.2012)

1. Să se calculeze $\int_{1+0}^{2-0} \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}.$

2. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)(y-1)}{xy-1} & \text{dacă } xy \neq 1 \\ 0 & \text{dacă } xy = 1. \end{cases}$$

a) Să se demonstreze că f nu este continuă în $a = (1, 1)$.

b) Este f derivabilă parțial în a ?

c) Să se determine direcțiile din \mathbb{R}^2 după care f este derivabilă în a .

3. Să se determine punctele critice ale funcției $f : (0, \infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definite prin

$$f(x, y) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 - y - \frac{x^2}{4y}$$

și să se precizeze natura acestora.

4. a) Teorema referitoare la imaginea unei mulțimi compacte printr-o funcție continuă (enunț și demonstrație).

b) Teorema lui Weierstrass (enunț).