

Chapitre IV : Algèbre relationnelle

Introduction : L'objectif d'une base de données est entre autres la structuration des données et leur stockage sur des supports de masse pour simplifier leur utilisation. Il est, alors, nécessaire de définir les moyens permettant d'extraire une information spécifique dans une masse importante d'informations. L'algèbre relationnelle fournit les opérations permettant d'interroger les bases de données. C'est un support mathématique cohérent sur lequel repose le modèle relationnel. En algèbre relationnelle, on dit comment obtenir un résultat.

C'est une algèbre qui applique des opérations sur un ensemble de relations. Le résultat de chaque opération est une nouvelle relation. Les opérations de l'algèbre relationnelle sont des opérations ensemblistes. Certaines opérations portent sur une seule relation (opérations unaires), d'autres portent sur deux relations (opérations binaires).

I. Les opérations unaires

I. 1. Les opérations unaires fondamentales

I. 1. 1. La sélection

La sélection permet d'extraire des enregistrements spécifiques dans l'instance d'une relation. Les enregistrements extraits répondent à une condition booléenne qui est le critère de sélection. Cette condition est généralement le regroupement d'un ensemble de sous-conditions booléennes et qui doit être évaluée à *Vrai* ou *Faux*. Elle utilise les opérateurs suivants :

- ✓ Opérateurs arithmétiques : =, >, <, >=, <=, <>, +, -, /, * ;
- ✓ Opérateurs logiques : ET, OU, NON ;

- a. Le résultat obtenu est une nouvelle relation ayant le même schéma que la relation sur laquelle porte la sélection.
- b. Son instance contient tous les enregistrements qui répondent au critère de sélection.

Remarque : La Sélection fait un partitionnement horizontal de la relation sur laquelle elle porte.

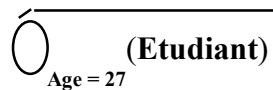
La syntaxe de la sélection est :

SELECTION (Relation, Condition)

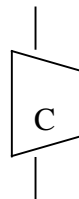
Représentation en algèbre relationnelle : $\sigma_{\text{Condition}}(\text{Relation})$

Exemple**Etudiant**

Identificateur	Age	Nom	Prénom	LieuNaiss
ETU1	27	Badji	Aïssatou	Kolda
ETU2	26	Diop	Moustapha	Ziguinchor
ETU3	20	Diatta	Cheikh	Ziguinchor
ETU4	27	Fall	Mbaye	Diourbel
ETU5	23	Ndiaye	Fatoumata	Ziguinchor



Identificateur	Age	Nom	Prénom	Région
ETU1	27	Badji	Aïssatou	Kolda
ETU4	27	Fall	Mbaye	Diourbel

Représentation graphique :**Résultat**

C est la condition de sélection

Relation**I. 1. 2. La projection**

La projection permet d'afficher certains attributs d'une relation pour en cacher d'autres. Ainsi, pour chaque enregistrement appartenant à l'instance de la relation seules les valeurs des attributs choisis sont affichées.

- Le résultat obtenu est une nouvelle relation dont le schéma contient les attributs cités dans la requête.
- Son instance a le même nombre d'enregistrements que la relation sur laquelle porte la projection. Chaque enregistrement sera donc représenté dans le résultat.

Remarque : La projection permet de faire un partitionnement vertical d'une relation.

La syntaxe de la projection est :

Syntaxe : PROJECTION (Relation ; Liste attributs)

Représentation en algèbre relationnelle : $\prod_{\text{Liste, attribut}}(\text{Relation})$

Exemple :

Considérant la relation Etudiant ci-dessus, la projection $\Pi_{\text{Age, Nom}}(\text{Etudiant})$ Donne la relation **Etudiant1** suivante :

Etudiant1

Age	Nom
27	Badji
26	Diop
20	Diatta
27	Fall
23	Ndiaye

Remarque :

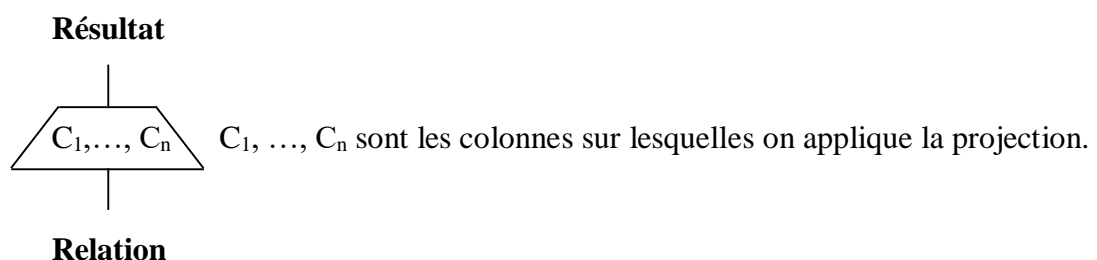
- ✓ Il est possible de renommer un attribut lors d'une projection en donnant le nouveau nom suivi du caractère ":" et de son ancien nom ;
- ✓ Il est possible d'afficher une colonne obtenue à partir d'un calcul portant sur des valeurs d'autres attributs de la relation.

Exemple :**Produit**

Numéro	PrixUnitaire	Nom	Quantité
1	250	Cahier	5
2	100	Stylo	10

$\Pi_{\text{Numéro, Nom, PrixTotal : PrixUnitaire*Quantité}}(\text{Produit})$

Numéro	Nom	PrixTotal
1	Cahier	1250
2	Stylo	1000

Représentation graphique :

Remarque : Il est possible de combiner dans une requête une sélection et une projection. Dans ce cas, la projection doit porter sur le résultat de la sélection pour éviter qu'elle ne supprime les attributs sur lesquels porte la condition de sélection avant l'exécution de celle-ci.

Exemple : La requête "Donnez le nom et le prénom de chaque étudiant né à Ziguinchor" appliquée sur la table Etudiant ci-dessus s'écrit comme suit :

$$\begin{array}{ll}
 \sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\text{Etudiant}) & \mathbf{a.1} \\
 \pi_{\text{Nom, Prénom}}(\sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\text{Etudiant})) & \mathbf{a.2} \\
 \pi_{\text{Nom, Prénom}}(\text{Etudiant}) & \mathbf{b.1} \\
 \sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\pi_{\text{Nom, Prénom}}(\text{Etudiant})) & \mathbf{b.2}
 \end{array}$$

L'exécution de la requête **a.1** donne la relation suivante :

a.1 Les étudiants nés à Ziguinchor

Identificateur	Age	Nom	Prénom	LieuNaiss
ETU2	26	Diop	Moustapha	Ziguinchor
ETU3	20	Diatta	Cheikh	Ziguinchor
ETU5	23	Ndiaye	Fatoumata	Ziguinchor

La requête **a.2** fait une projection sur les attributs Nom et Prénom appliquée au résultat de la requête **a.1**. Elle donne la relation suivante :

a.2 Nom et Prénom des étudiants nés à Ziguinchor

Nom	Prénom
Diop	Moustapha
Diatta	Cheikh
Ndiaye	Fatoumata

La requête **b.1** donne la relation suivante :

b.1 Nom et Prénom de chaque étudiant

Nom	Prénom
Badji	Aïssatou
Diop	Moustapha
Diatta	Cheikh

Fall	Mbaye
Ndiaye	Fatoumata

La requête **b.2** s'applique sur le résultat de la requête **b.1**. Elle fait une sélection selon la condition « *LieuNaiss = 'Ziguinchor'* ». Il est impossible d'exécuter cette requête car le résultat de la requête **b.1** ne contient pas l'attribut *Région* sur lequel doit porter la condition de sélection.

I. 2. L'opération unaire simple : le complément

Le complément est une opération unaire qui permet d'avoir tous les enregistrements possibles de la relation qui n'appartiennent pas à son instance à un moment donné.

- Le résultat obtenu est une nouvelle relation ayant le même schéma que la relation de départ.
- Les domaines des attributs ayant généralement une cardinalité infinie ou non connue, le complément regroupe les enregistrements non présents dans la relation dont toutes les valeurs possibles sont déjà prises par des attributs.

La syntaxe du complément est :

Syntaxe : COMPLEMENT (Relation)

Représentation en algèbre relationnelle : - Relation

Remarque : - - Relation = Relation

Exemple :

Cours		
Code	Libellé	Volume
CR001	Informatique	48
CR002	Analyse	36

- Cours		
Code	Libellé	Volume
CR001	Informatique	36
CR001	Analyse	36
CR001	Analyse	48
CR002	Informatique	36
CR002	Informatique	48
CR002	Analyse	48

II. Les opérations binaires

II. 1. Les opérations binaires fondamentales

II. 1. 1. L'union de deux relations

L'union est une opération binaire commutative. Les deux relations doivent avoir le même schéma, c'est-à-dire qu'elles doivent avoir le même nombre d'attributs et que leurs attributs doivent avoir les mêmes domaines deux à deux.

- La relation résultat aura le même schéma que les relations unies.
- Son instance contient tous les enregistrements dans les instances des deux relations unies. Les doublons éventuels sont éliminés.

La syntaxe de l'union est :

Syntaxe : UNION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \cup \text{Relation2}$

Exemple :

Produit

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier
2	1990	Stylo

Matériel

Numéro	Année	Nom
4	2005	Cahier
2	1990	Stylo
3	2004	Ardoise

Produit \cup Matériel

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier
2	1990	Stylo
4	2005	Cahier
3	2004	Ardoise

II. 1. 2. La différence de deux relations

La différence est une opération binaire non commutative. Elle porte aussi sur deux relations de même schéma.

- a. Le résultat aura le même schéma que les relations opérandes.
- b. Son instance contiendra les enregistrements de la première relation qui ne figurent pas dans la deuxième.

La syntaxe de la différence est :

Syntaxe : DIFFERENCE (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : Relation1 – Relation2

Exemple :

Produit – Matériel

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier

II. 1. 3. Le produit cartésien de deux relations

Le produit cartésien est une opération binaire commutative. Les deux relations ne doivent pas avoir le même schéma, en plus elles ne doivent avoir aucun attribut en commun (attribut de même nom).

- a. Le résultat sera une nouvelle relation ayant comme schéma la concaténation des schémas des deux relations opérandes.
- b. Son instance contiendra des enregistrements obtenus en complétant chaque enregistrement de la première relation par tous les enregistrements de la deuxième.

Remarque : Le nombre d'enregistrements du résultat est le produit des nombres d'enregistrements des deux relations.

La syntaxe du produit cartésien est :

Syntaxe : PRODUIT (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : Relation1 x Relation2

Exemple :

Cours x Matériel

Code	Libellé	Volume	Numéro	Année	Nom
CR001	Informatique	48	4	2005	Cahier
CR001	Informatique	48	2	1990	Stylo

CR001	Informatique	48	3	2004	Ardoise
CR002	Analyse	36	4	2005	Cahier
CR002	Analyse	36	2	1990	Stylo
CR002	Analyse	36	3	2004	Ardoise

II. 2. D'autres opérations binaires

II. 2. 1. L'intersection de deux relations

L'intersection est une opération binaire ensembliste commutative. Elle porte sur deux relations de même schéma.

- Le résultat est une nouvelle relation ayant le même schéma que les deux relations.
- Son instance regroupe l'ensemble des enregistrements contenus dans les deux relations à la fois.

La syntaxe de l'intersection est :

Syntaxe : INTERSECTION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \wedge \text{Relation2}$

Exemple :

Produit \wedge Matériel

Numéro	Année	Nom
2	1990	Stylo

II. 2. 2. La division de deux relations

La division est une opération binaire non commutative. Pour diviser une relation R_1 par une relation R_2 , tous les attributs de R_2 doivent aussi être des attributs de R_1 . R_1 doit avoir au moins un attribut de plus que R_2 . L'instance de la relation R_2 ne doit pas être vide.

- Le résultat est une nouvelle relation ayant tous les attributs de R_1 qui ne sont pas des attributs de R_2 .
- Son instance contiendra les valeurs des attributs du résultat qui sont composées avec toutes les valeurs existantes dans R_2 .

La syntaxe de la division est :

Syntaxe : DIVISION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \div \text{Relation2}$

Exemple :

Joueur

Prénom	Catégorie
Mamadou	Senior
Moustapha	Senior
Mamadou	Junior
Abdoulaye	Junior
Boubacar	Cadet
Mamadou	Cadet

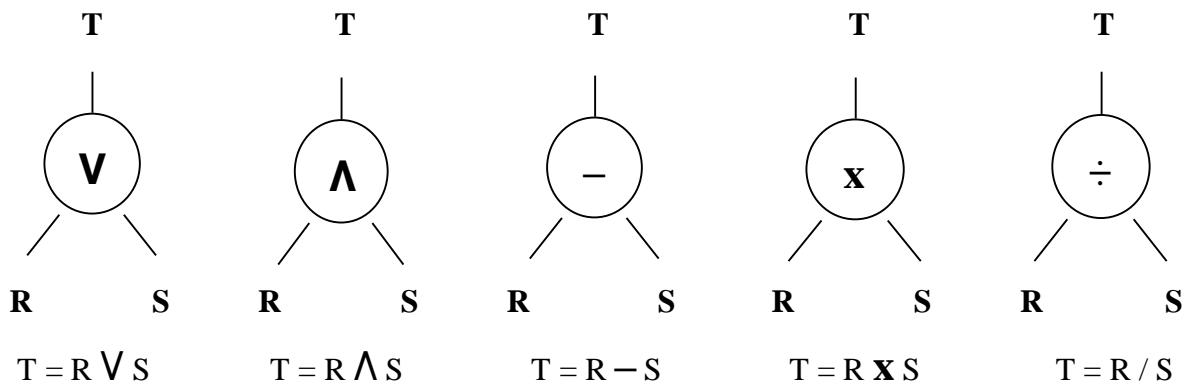
Catégorie

Catégorie
Senior
Junior
Cadet

Joueur ÷ Catégorie

Prénom
Mamadou

Représentation graphique : L'union, l'intersection, la différence, le produit cartésien et la division sont représentés graphiquement comme suit :



III. Les jointures

III. 1. La jointure naturelle


La jointure naturelle est une opération binaire commutative. Elle porte sur deux relations liées par la contrainte d'intégrité référentielle.

- a.** Le résultat est une nouvelle relation qui a tous les attributs des deux relations.

- b. Son instance est composée d'enregistrements issus de la concaténation de ceux des relations d'origines qui vérifient la condition de jointure.

La syntaxe de la jointure naturelle est :

Syntaxe : JOINTURE (Relation1, Relation2, condition)

Représentation en algèbre relationnelle : Relation1  condition Relation2

Exemple :

Produit

Numéro	PrixProduit	NomProduit	CodeCmd
1	250	Cahier	Cm01
2	100	Stylo	Cm01
3	200	Ardoise	Cm03

Commande

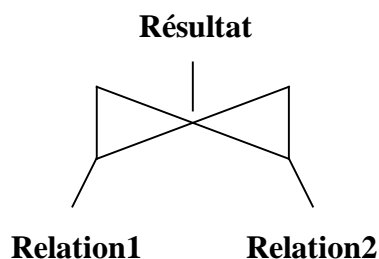
Code	Date
Cm01	28/05/2007
Cm02	30/01/2008
Cm03	04/03/2008

Commande  **Commande.CodeCmd = Produit.CodeCmd** **Produit**

Code	Date	Numéro	PrixProduit	NomProduit	CodeCmd
Cm01	28/05/2007	1	250	Cahier	Cm01
Cm01	28/05/2007	2	100	Stylo	Cm01
Cm03	04/03/2008	3	200	Ardoise	Cm03

Remarque : Une jointure naturelle est un produit cartésien suivi d'une sélection dont la condition est l'égalité entre la clé étrangère et la clé primaire qu'elle référence.

Représentation graphique :



III. 2. Le théta-jointure

Le théta-jointure est une opération binaire commutative. Elle permet de joindre deux relations selon une condition booléenne (généralement une comparaison de valeurs d'attributs).

- Le résultat est une nouvelle relation ayant tous les attributs des deux relations jointes.
- Son instance regroupe toutes les possibilités de combinaison des enregistrements des relations jointes qui satisfont la condition.

La syntaxe du Théta-jointure est :

Syntaxe : THETA-JOINTURE (Relation1, Relation2, condition)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \bowtie_{\text{condition}} \text{Relation2}$

Exemple :

Produit

Numéro	PrixProduit	NomProduit
1	250	Cahier
2	100	Stylo

Matériel

Code	PrixMatériel	NomMatériel
Ca	400	Cahier
St	75	Stylo
Ar	150	Ardoise

Matériel $\bowtie_{\text{PrixMatériel} > \text{PrixProduit}}$ Produit

Code	PrixMatériel	NomMatériel	Numéro	PrixProduit	NomProduit
Ca	400	Cahier	1	250	Cahier
Ca	400	Cahier	2	100	Stylo
Ar	150	Ardoise	2	100	Stylo

Représentation graphique : Pour représenter un théta-jointure, on peut la transformer en sélection comme suit :

$$\text{Relation1} \bowtie_{\text{condition}} \text{Relation2} = \sigma_{\text{Condition}} \left(\overline{(\text{Relation1} \times \text{Relation2})} \right)$$

