

Chapitre II : Requêtes avancées

Introduction

L'algèbre relationnelle est une collection d'opérations formelles qui agissent sur des relations et produisent des relations en résultats. C'est un ensemble d'opérations élémentaires associées au modèle relationnel. À l'origine il y avait huit opérations, dont certaines peuvent être déduites des autres. Parmi elles il y a six opérations permettant de déduire les autres et qui sont appelées **opérations de base**. Les opérations déduites à partir d'autres opérations sont appelées **opérations dérivées**. À ces 8 opérations s'ajoutent quelques opérations additionnelles qui sont parfois utilisées dans des requêtes.

Les opérations de base peuvent être classées en deux types :

- ✓ Les opérations ensemblistes qui sont des opérations binaires, c'est-à-dire qu'à partir de deux relations elles en construisent une troisième. Ce sont l'**union**, la **différence** et le **produit cartésien** ;
- ✓ Les opérations spécifiques sont les opérations unaires de **projection** et **sélection** qui, à partir d'une relation, donnent une autre, et l'opération binaire de **jointure**.

I. Opérations dérivées

I. 1. L'Intersection

L'intersection est une opération redondante avec les opérations de base en ce sens qu'il est possible de l'obtenir à partir de la différence. La formule permettant de réécrire une l'intersection de deux relations en utilisant une suite de différences est la suivante :

$$\text{Relation}_1 \cap \text{Relation}_2 = \text{Relation}_1 - (\text{Relation}_1 - \text{Relation}_2)$$

L'intersection étant une opération commutative, on a également :

$$\text{Relation}_1 \cap \text{Relation}_2 = \text{Relation}_2 - (\text{Relation}_2 - \text{Relation}_1)$$

Exemple :

Soient T_1 et T_2 deux relations de même schéma (Numero, Date, Pays) avec les instances suivantes :

T₁			T₂		
Numero	Date	Pays	Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal	1	25/03/2022	Sénégal
2	18/04/2023	Mali	3	15/08/2021	Gambie
3	15/08/2021	Gambie	5	16/12/2022	Mauritanie
4	30/03/2023	Guinée			

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \cap \mathbf{T}_2$$

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal
3	15/08/2021	Gambie

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_2$$

Numero	Date	Pays
2	18/04/2023	Mali
4	30/03/2023	Guinée

$$\mathbf{T}_4 = \mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_3$$

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal
3	15/08/2021	Gambie

Alors,

✓ $\mathbf{T}_4 = \mathbf{T}$, d'où

✓ $\mathbf{T}_1 - (\mathbf{T}_1 - \mathbf{T}_2) = \mathbf{T}_1 \cap \mathbf{T}_2$

I. 2. Le Complément

Le complément est l'ensemble des tuples du produit cartésien des domaines des attributs d'une relation n'appartenant pas à cette relation. C'est une opération peu utilisée du fait qu'elle permet de générer des tuples qui ne sont pas dans la base, en général très nombreux. Le complément d'une relation Relation_1 de schéma $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$ est obtenu à partir du produit et de la différence comme suit :

$$- \text{Relation}_1 = (D_1 \times D_2 \times D_3 \times \dots \times D_n) - \text{Relation}_1$$

Remarque : Dans le domaine on ne considère que les valeurs déjà prises par des enregistrements appartenant à l'instance de la relation.

Exemple : En prenant la table **T₄** ci-dessus, on a :

- ✓ Domaine de **Numero** : $D_1 = \{1, 3\}$;
- ✓ Domaine de **Date** : $D_2 = \{25/03/2022, 15/08/2021\}$;
- ✓ Domaine de **Pays** : $D_3 = \{\text{Sénégal, Gambie}\}$;
- ✓ $T_5 = D_1 \times D_2 \times D_3 = \{(1, 25/03/2022, \text{Sénégal}), (1, 25/03/2022, \text{Gambie}), (1, 15/08/2021, \text{Sénégal}), (1, 15/08/2021, \text{Gambie}), (3, 25/03/2022, \text{Sénégal}), (3, 25/03/2022, \text{Gambie}), (3, 15/08/2022, \text{Sénégal}), (3, 15/08/2022, \text{Gambie})\}$;
- ✓ $T_6 = T_5 - T_2 = \{(1, 25/03/2022, \text{Gambie}), (1, 15/08/2021, \text{Sénégal}), (1, 15/08/2021, \text{Gambie}), (3, 25/03/2022, \text{Sénégal}), (3, 25/03/2022, \text{Gambie}), (3, 15/08/2022, \text{Sénégal})\}$. Son instance contient donc les enregistrements qui pouvaient appartenir à l'instance de T_2 , qui n'y sont pas et dont toutes valeurs sont déjà prises.

T₅

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal
1	25/03/2022	Gambie
1	15/08/2021	Sénégal
1	15/08/2021	Gambie
3	25/03/2022	Sénégal
3	25/03/2022	Gambie
3	15/08/2022	Sénégal
3	15/08/2021	Gambie

T₆

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Gambie
1	15/08/2021	Sénégal
1	15/08/2021	Gambie
3	25/03/2022	Sénégal
3	25/03/2022	Gambie
3	15/08/2022	Sénégal

I. 3. La Division

La division peut être réécrite en combinant le produit, la projection et la différence. Si on a deux relation Tab_1 et Tab_2 avec les attributs (X, Y) et (Y) respectivement, alors :

$$Tab_1 \div Tab_2 = \Pi_X(Tab_1) - \Pi_X((\Pi_X(Tab_1) \times Tab_2) - Tab_1)$$

Exemple :

Soient R_1 et R_2 de schémas respectifs (Numero, Date, Pays), (Numero, Pays) avec les instances suivantes :

R_1			R_2	
Numero	Date	Pays	Numero	Pays
1	25/03/2022	Sénégal	1	Sénégal
2	18/04/2023	Mali	2	Mali
2	25/03/2022	Mali	4	Gambie
4	15/08/2021	Gambie		
4	25/03/2022	Gambie		
4	18/04/2023	Gambie		

$$R = R_1 \div R_2$$

Date
25/03/2022

D'après la formule, on a :

$$R_1 \div R_2 = \Pi_{Date}(R_1) - \Pi_{Date}((\Pi_{Date}(R_1) \times R_2) - R_1)$$

On pose les hypothèses suivantes :

- ✓ $R_3 = \Pi_{Date}(R_1)$;
- ✓ $R_4 = R_3 \times R_2$;
- ✓ $R_5 = R_4 - R_1$;
- ✓ $R_6 = \Pi_{Date}(R_5)$;
- ✓ $R_7 = R_3 - R_6$

Alors, on a les instances suivantes :

R ₃		R ₄			R ₅			R ₆	
Date		Numero	Pays	Date	Numero	Pays	Date	Date	
25/03/2022		1	Sénégal	25/03/2022	1	Sénégal	18/04/2023	18/04/2023	
18/04/2023		2	Mali	25/03/2022	1	Sénégal	15/08/2021	15/08/2021	
15/08/2021		4	Gambie	25/03/2022	2	Mali	15/08/2021		
		1	Sénégal	18/04/2023					
		2	Mali	18/04/2023					
		4	Gambie	18/04/2023					
		1	Sénégal	15/08/2021					
		2	Mali	15/08/2021					
		4	Gambie	15/08/2021					

Finalement :

R ₇	
Date	
25/03/2022	

Alors,

✓ $R_7 = R$, d'où

✓ $R_1 \div R_2 = \Pi_{\text{Date}}(R_1) - \Pi_{\text{Date}}((\Pi_{\text{Date}}(R_1) \times R_2) - R_1)$

I. 4. Le Théta-Jointure

Le théta-jointure entre deux relations Relation₁ et Relation₂ est une opération binaire obtenue en appliquant une condition (comparaison de deux attributs) au résultat du produit de ces deux relations.

$$\text{Relation}_1 \bowtie_{\text{Condition}} \text{Relation}_2 = \bigcirc_{\text{Condition}} (\text{Relation}_1 \times \text{Relation}_2)$$

Exemple :

Soient les tables Personne et Voiture avec les instances suivantes :

Personne				Voiture		
Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 2154 A	Ford	2016
2	Ahmed	Moustapha	62	ZG 1987 A	Mercedes	2022
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 1452 A	Suzuki	2020

$R = \text{Personne} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Voiture}$

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016

$R_1 = \text{Personne} \times \text{Voiture}$

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 2154 A	Ford	2016
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1987 A	Mercedes	2022
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
2	Ahmed	Moustapha	62	ZG 2154 A	Ford	2016
2	Ahmed	Moustapha	62	ZG 1987 A	Mercedes	2022
2	Ahmed	Moustapha	62	ZG 1452 A	Suzuki	2020
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 1987 A	Mercedes	2022
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 1452 A	Suzuki	2020

$R_2 = \text{Personne} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Voiture}$

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016

Alors,

✓ $R = R_2$, d'où

✓ $\text{Personne} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Voiture} = \text{Personne} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Voiture}$

II. Autres opérations

II. 1. Les jointures spécifiques

Les jointures perdent des tuples d'au moins une relation quand les relations jointes n'ont pas de projections identiques sur l'attribut de jointure. Pour préserver toutes les informations dans tous les cas, il est nécessaire de définir des jointures qui conservent les tuples sans

correspondant avec des valeurs nulles associées quand c'est nécessaire. C'est dans ce but que les jointures externes sont introduites.

II. 1. 1. Jointure externe (External Join)

C'est une opération générant une relation R_3 à partir de deux relations R_1 et R_2 par jointure de ces deux relations et ajout des tuples de R_1 et R_2 ne participant pas à la jointure avec des valeurs nulles pour les attributs de l'autre relation. Elle se note en général comme suit :

$$R = \text{JOINTURE-EXTERNE}(R_1, R_2, \text{condition})$$

La jointure externe permet par exemple de joindre des tables Personne et Voiture en gardant les personnes dont le nom de famille n'est pas marque de voiture et les voiture dont la marque n'est pas nom de famille. Elle est donc en pratique très utile.

Exemple : La jointure externe entre Personne et Voiture sur la même condition a pour instance :

JOINTURE-EXTERNE (Personne, Voiture, Nom = Marque)

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
2	Ahmed	Moustapha	62	Null	Null	Null
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016
Null	Null	Null	Null	ZG 1987 A	Mercedes	2022

Remarque :

Il est possible de garder les tuples d'une des tables (de table de gauche) qui ne sont en relation avec aucun tuple de l'autre (table de droite). Dans ce cas, on ignore ceux de l'autre table (table de droite) qui ne sont en relation avec aucun tuple de la première (table de gauche). On parle alors de **jointure externe gauche** ou **jointure externe droite**.

Exemple :

JOINTURE-EXTERNE-GAUCHE (Personne, Voiture, Nom = Marque)

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
2	Ahmed	Moustapha	62	Null	Null	Null
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016

JOINTURE-EXTERNE-DROITE (Personne, Voiture, Nom = Marque)

Numero	Nom	Prenom	Age	Matricule	Marque	Annee
1	Suzuki	Yao	48	ZG 1452 A	Suzuki	2020
3	Ford	Jean Jacques	75	ZG 2154 A	Ford	2016
Null	Null	Null	Null	ZG 1987 A	Mercedes	2022

II. 1. 2. Semi-Jointure (Semi-join)

Dans certains cas, lors de l'exécution d'une jointure, il n'est pas nécessaire de conserver tous les attributs des deux relations en résultat : seuls les attributs d'une des deux relations sont conservés. Une opération spécifique de semi-jointure, très utile permet de le faire.

C'est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 donnant en résultat les tuples de R_1 qui participent à la jointure des deux relations. La semi-jointure de la relation R_1 par relation R_2 est notée :

$$R = \text{SEMI-JOINTURE}(R_1, R_2, \text{Condition})$$

Elle est équivalente à la jointure des relations R_1 et R_2 suivie par une projection du résultat sur les attributs de la relation R_1 .

À noter que l'opération n'est pas symétrique puisque seuls des tuples de la première relation sont conservés. Elle peut être vue comme une restriction de la relation R_1 par les valeurs des attributs de jointure figurant dans la relation R_2 .

Exemple : La semi-jointure entre Personne et Voiture sur la même condition avec Personne comme première table a pour instance :

Personne $\text{SJ}_{\text{Nom} = \text{Marque}}$ Voiture

Numero	Nom	Prenom	Age
1	Suzuki	Yao	48
3	Ford	Jean Jacques	75

Voiture $\text{SJ}_{\text{Nom} = \text{Marque}}$ Personne

Matricule	Marque	Annee
ZG 1452 A	Suzuki	2020
ZG 2154 A	Ford	2016

Remarque :

$$\text{Personne } \sigma_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{ Voiture} = \Pi_{\text{Personne}.*} (\text{Personne} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Voiture})$$

$$\text{Voiture } \sigma_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{ Personne} = \Pi_{\text{Voiture}.*} (\text{Voiture} \bowtie_{\text{Nom} = \text{Marque}} \text{Personne})$$

II. 2. L'Éclatement

L'éclatement est une opération qui n'appartient pas vraiment à l'algèbre relationnelle puisqu'il donne deux relations en résultats, à partir d'une. Elle est cependant utile pour partitionner une relation en deux sous-relations. À ce titre, elle est considérée comme une extension de l'algèbre relationnelle.

II. 2. 1. L'éclatement horizontal

C'est une opération consistant à créer deux relations à partir d'une relation. La première contient les tuples de R vérifiant une condition de sélection et la deuxième ceux ne la vérifiant pas.

Cette opération appliquée à la relation R génère donc deux relations R_1 et R_2 qui seraient obtenues par sélection comme suit:

$$R_1 = \text{SELECTION (R, Condition)}$$

$$R_2 = \text{SELECTION (R, Non Condition)}$$

Visite

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal
2	18/04/2023	Mali
3	15/08/2021	Gambie
4	30/03/2023	Guinée
5	16/12/2022	Mauritanie

Exemple :

L'éclatement horizontal de la table **Visite** ci-dessus suivant la condition « Les visites effectuées avant 2023 » donne les tables **Visite_1** et **Visite_2** suivantes :

$$\text{Visite}_1 = \bigcirc_{\text{Date} < '01/01/2023'} (\text{Visite})$$

Numero	Date	Pays
1	25/03/2022	Sénégal
3	15/08/2021	Gambie
5	16/12/2022	Mauritanie

$$\text{Visite}_2 = \bigcirc_{\text{Date} \geq '01/01/2023'} (\text{Visite})$$

Numero	Date	Pays
2	18/04/2023	Mali
4	30/03/2023	Guinée

II. 2. 2. L'éclatement vertical

C'est aussi une opération consistant à créer deux relations à partir d'une relation. La première contient les parties de tuples de R obtenues par projection sur les attributs cités et la deuxième les parties de tuples obtenues par projections sur les autres attributs.

Cette opération appliquée à la relation R (Att₁, Att₂, ..., Att_n) génère donc deux relations R₁ et R₂ qui seraient obtenues par projection comme suit :

$$R_1 = \text{PROJECTION} (R, \text{Att}_1, \text{Att}_2, \dots, \text{Att}_i)$$

$$R_2 = \text{PROJECTION} (R, \text{Att}_j, \dots, \text{Att}_n)$$

Avec :

$$\checkmark \quad j > i ;$$

$$\checkmark \quad n > j$$

Exemple :

L'éclatement vertical de la table **Visite** ci-dessus par la projection sur Numero et Pays donne les tables **Visite_3** et **Visite_4** suivantes :

$$\text{Visite_3} = \Pi_{\text{Numero, Pays}} (\text{Visite})$$

Numero	Pays
1	Sénégal
2	Mali
3	Gambie
4	Guinée
5	Mauritanie

$$\text{Visite_4} = \Pi_{\text{Date}} (\text{Visite})$$

Date
25/03/2022
18/04/2023
15/08/2021
30/03/2023
16/12/2022

III. Exercice d'application

Immeuble (Adresse, Nb_niveau, Annee)

Appartement (Numero, #Immeuble, Nb_piece, Prix, Niveau)

Locataire (Numero, Nom, Prenom, Age, Sexe, Profession)

Louer (#Appartement, #Immeuble, #Locataire, Date, Duree)

Ecrivez de deux manières les requêtes suivantes en utilisant les formules de transformation d'opérations :

1. Afficher la liste des appartements de même nombre de pièces, mais de prix différents et étant au même niveau.
2. Quel(s) locataire(s) a/ont loué tous les appartements du niveau 2 d'un immeuble situé au 25 Lindiane construit en 2000 ?
3. Afficher les appartements déjà loués par quelqu'un.