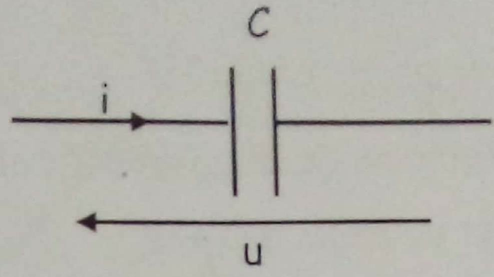
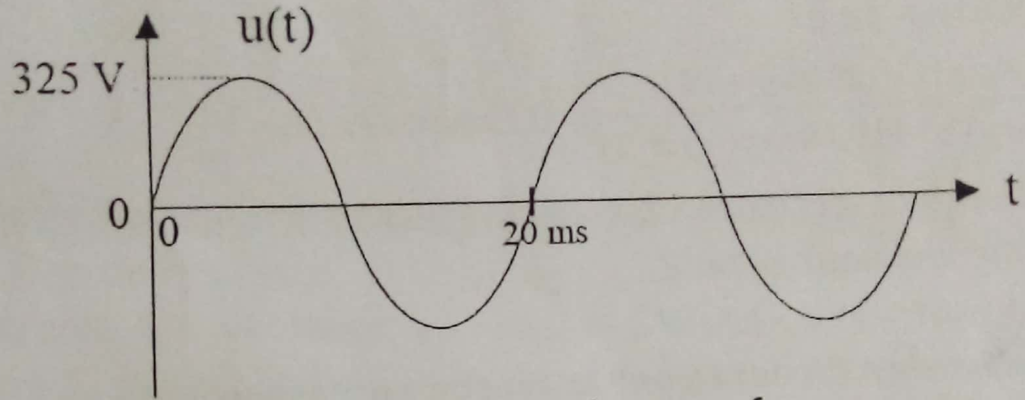
Exercice 6 : Régime sinusoïdal



u est une tension sinusoïdale alternative :



1) Calculer sa valeur efficace U et sa fréquence f.

On mesure la valeur efficace du courant : I = 0,72 A.

2) En déduire la capacité électrique C du condensateur (en µF).
3) Tracer i(t) en concordance de temps avec u(t).

Correction Exercice 6 : Régime sinusoïdal

1) Sur le graphe on lit U_{max}=325 V or $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{325}{\sqrt{2}} = 229{,}8\text{ V}$

D'où $U_{eff} \approx 230$ V

La fréquence est donnée par $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50\text{ kHz}$ et 50 Hz

2) La loi d'Ohm donne : $\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{I} = \frac{1}{jC\omega} \times \underline{I}$

Or par définition la valeur efficace est égale au module ce qui donne :

$$U = \left|\underline{U}\right| = \left|\underline{Z} \times \underline{I}\right| = \left|\frac{1}{jC\omega}\right| \times \left|\underline{I}\right| = \frac{1}{C\omega} \times I \text{ or } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2\pi f$$

D'où $\frac{1}{C\omega} \times I = U \Leftrightarrow C = \frac{I}{U\omega} = \frac{I}{2\pi f U} = \frac{0{,}72}{2 \times \pi \times 50 \times 230} = 9{,}972.10^{-6}\text{ F}$

C=9,97 µF

3) Tracer i(t) en concordance de temps avec u(t).

Pour le tracé de i(t) il faudrait alors déterminer le déphasage par rapport à u(t) u(t) étant la tension d'alimentation donc ayant une phase à l'origine égale à 0 (φ_u=0)

Par définition $\varphi=\varphi_u-\varphi_i$

Le courant i traversant un condensateur la phase à l'origine du courant est égale à $\varphi=-\pi/2$ qu'on peut déterminer facilement en évaluant le courant i en écriture complexe.

On $\underline{I}=\dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}}=\dfrac{|\underline{U}|\times\exp(j\varphi_U)}{|Z|\times\exp(j\varphi_Z)}=\dfrac{230\exp(j\times 0)}{319{,}18\exp(j\varphi_Z)}$

Avec $Z=|\underline{Z}|=\dfrac{1}{C\omega}=\dfrac{1}{9{,}972.10^{-6}\times 2\times\pi\times 50}=319{,}18\,\Omega$

Reste à déterminer la phase à l'origine du complexe Z ; elle est donnée par $\tan\varphi=\dfrac{-319{,}18}{0}=\infty$, cet angle est un angle de $-\pi/2$.

car en effet $\underline{Z}=a+jb=0-j319{,}18\,\Omega$

en revenant à l'équation on a :

$$\underline{I}=\frac{\underline{U}}{\underline{Z}}=\frac{|\underline{U}|\times\exp(j\varphi_U)}{|\underline{Z}|\times\exp(j\varphi_Z)}=\frac{230\exp(j\times 0)}{319{,}18\exp(-j\pi/2)}=0{,}72\exp(+j\pi/2)$$

on retrouve bien la valeur efficace du courant (I=0,72 A) et la valeur de la phase à l'origine du courant qui vaut $\varphi_I=\pi/2$.

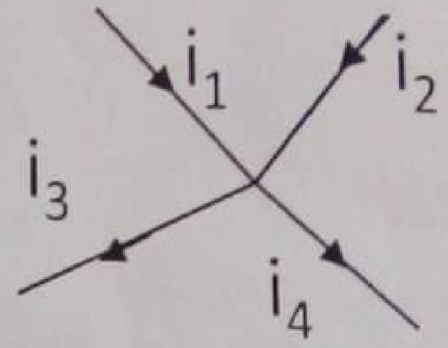
Enfin le déphasage vaut : $\varphi=\varphi_u-\varphi_i=-\pi/2$.

On peut alors représenter directement la courbe correspondante en prenant le soin de prendre une échelle grâce à la relation :

$\dfrac{\varphi}{\omega}=x$ (décalage entre les deux courbes) avec $\varphi=\pi/2$ (en valeur absolue) on a donc :

$$x=\frac{\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{2\times\frac{2\pi}{T}}=\frac{T}{4}=\frac{20\text{ ms}}{4}=5\text{ ms}$$

Exercice 9 : Méthodes Fresnel et complexe



Connaissant les équations horaires : $\begin{cases} i_1 = 3\sqrt{2}\sin(\omega t) \\ i_2 = 6\sqrt{2}\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{3}) \\ i_3 = 4\sqrt{2}\sin(\omega t + \dfrac{\pi}{4}) \end{cases}$

Déterminer i_4 par la méthode complexe et par la méthode de Fresnel.

Correction Exercice 9 : Méthodes Fresnel et complexe

Méthode complexe :

La loi des nœuds donnes : $\underline{I}_4 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3$

Ecrivons alors les complexes correspondants : $\underline{I}_1 = |\underline{I}_1|\exp(j\varphi_{i1}) = 3\exp(j\times 0) = 3$,

$\underline{I}_2 = |\underline{I}_2|\exp(j\varphi_{i2}) = 6\exp(j\times\dfrac{\pi}{3}) = 6\left(\cos(\dfrac{\pi}{3}) + j\sin(\dfrac{\pi}{3})\right) = 6(0,5 + j0,866)$ et

$$\underline{I}_3 = |\underline{I}_3|\exp(j\varphi_{i3}) = 4\exp(j\times\frac{\pi}{4}) = 4\left(\cos(\frac{\pi}{4}) + j\sin(\frac{\pi}{4})\right) = 4(0,707 + j0,707)$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 3 + 3 + 5,19j - 2,82 - 2,82j = 3,17 + 2,36j$$

Avec $\underline{I}_4 = |\underline{I}_4|\exp(j\varphi_{i4})$

$I_4 = |\underline{I}_4| = \sqrt{3,17^2 + 2,36^2} = 3,95\,\text{A}$ et $\tan\varphi = \frac{2,36}{3,17} \Rightarrow \varphi = \arctan(\frac{2,36}{3,17}) = 0,64$ d'où

φ=36,74 ° ou 0,64 rad.

$i_4 = 3,95\sqrt{2}\sin(\omega t + 0,64)$

Méthode Fresnel (voir détail en cours) : en fait il s'agit pour chaque courant de tracer le vecteur correspondant.

En effet pour i_1 on a : $\underline{I}_1 = [|\underline{I}_1|; \varphi_{i1}] = (|\underline{I}_1|; \varphi_{i1})$ par notation ; ce qui donne :

I_1= [3, 0°] ; I_2=[6, 60°] et I_3=[4 ; 45°]

Au moyen d'une règle et d'un rapporteur on représente les trois vecteurs par rapport à l'origine des temps (axe Ox) et on fait la somme algébrique afin d'obtenir le vecteur $\overline{I}_4$; on mesure ainsi la valeur efficace correspondante et le déphasage par rapport à Ox.

Question subsidiaire : on pose $t' = t + \frac{T}{4}$, on demande la nouvelle phase à l'origine des courants i_1 et i_2.

Réponse : pour $t' = t + \frac{T}{4}$, on a $t = t' - \frac{T}{4}$ ce qui donne dans les équations horaires :

$i_1 = 3\sqrt{2}\sin\left(\omega(t' - \frac{T}{4})\right)$, or $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ce qui donne

$$i_1 = 3\sqrt{2}\sin\left(\omega(t' - \frac{2\pi}{4\omega})\right) = 3\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{2\pi}{4})\right) = 3\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{\pi}{2})\right)$$

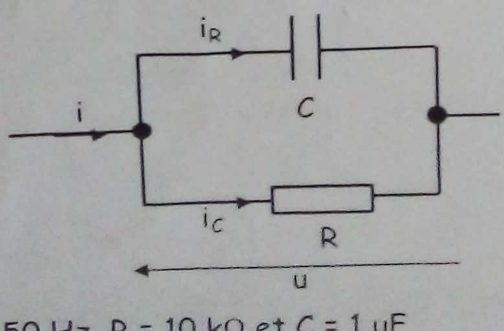
donc la phase à l'origine vaut alors -π/2 et

$$i_2 = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega(t' - \frac{2\pi}{4\omega}) + \frac{\pi}{3}\right) = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{2\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$i_2 = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{3\pi}{6} + \frac{2\pi}{6}\right) = 6\sqrt{2}\sin\left(\omega t' - \frac{\pi}{6}\right)$$

donc la phase à l'origine vaut alors -π/6.

Exercice 10 : Régime sinusoïdal



On donne U = 10 V, f = 50 Hz, R = 10 kΩ et C = 1 µF.

1) Calculer I_R et I_C.
2) Calculer I et φu/i (au préalable, déterminer l'admittance complexe équivalente : $\underline{Y}_{eq}$).

Correction Exercice 10 : Régime sinusoïdal

1) Calcul de i_C et i_R

On a $\underline{U} = \underline{Z}_C \times \underline{i}_C \Rightarrow \underline{i}_C = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}_C} = \dfrac{10}{\dfrac{1}{jC\omega}} = jC\omega \times 10 = j10 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 50 = j0{,}00314$

D'où i_C=3,14 mA

Et on a aussi $\underline{U} = \underline{Z}_R \times \underline{i}_R \Rightarrow \underline{i}_R = \dfrac{\underline{U}}{R} = \dfrac{10}{10000} = 0{,}001\ \text{A}$

Soit i_R=1 mA.

2) Calcul de I et φu/i

On a : $\underline{i} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}_{eq}} = \underline{U} \times \underline{Y}_{eq}$

Avec $\underline{Y}_{eq} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{jC\omega}} = \dfrac{1}{R} + jC\omega$ d'où

$$\underline{i} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{eq}} = \underline{U} \times \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right) = 10 \times \left(\frac{1}{10000} + j10^{-6} \times 2\pi \times 50\right) = 0{,}0001 + j0{,}000314$$

En module $i = \sqrt{0{,}0001^2 + 0{,}000314^2} = 0{,}00032969\ \text{A}$

On a donc : i=3,3 mA.

$$\frac{\underline{U}}{\underline{i}} = \underline{Z}_{eq} = \frac{1}{\underline{Y}_{eq}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R} + jC\omega} = \frac{1}{0{,}0001 + j0{,}000314}$$

2) 3,30 mA et φ=-72°