UNIVERSITÉ ASSANE SECK DE ZIGUINCHOR
UFR DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DÉPARTEMENT INFORMATIQUE

CHAPITRE I
CALCUL RELATIONNEL

ANNÉE ACADÉMIQUE : 2022 – 2023

FILIÈRE : INGÉNIERIE INFORMATIQUE

NIVEAU : LICENCE 3

SEMESTRE : 5

DR SERIGNE DIAGNE

PLAN DU COURS

Introduction

I. Calcul relationnel à variables n-uplets
   1. Définition
   2. Les prédicats
   3. Les quantificateurs
   4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables n-uplets
   5. Expression des opérations de l'algèbre relationnelle en calcul relationnel

II. Calcul relationnel à variables domaines
   1. Introduction
   2. Formalisme d'une requête en calcul relationnel variable domaine
   3. Propriétés sur les formules

III. Calcul relationnel Vs Algèbre relationnelle

INTRODUCTION

- Le calcul relationnel est un langage non procédural basé sur le calcul de prédicats du premier ordre ;
- Ce dernier est un langage logique possédant une syntaxe et une sémantique formelles ;
- Contrairement à l’algèbre relationnelle, le calcul relationnel permet de dire ce que l’on veut obtenir mais pas comment l’obtenir.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 1. Définition

- Une requête en calcul relationnel est écrite en utilisant le formalisme de la logique du premier ordre ;
- À variables n_uplets les variables qui y figurent sont des n-uplets (tuples, enregistrements)

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 2. Les prédicats

- Un prédicat **P** est une expression booléenne (évaluée à ***Vrai*** ou ***Faux***) qui peut avoir des paramètres ;
- Les prédicats sont de la forme :
  - ✓ r(t) <=> t ϵ r où r est l’instance d’une relation R ;
  - ✓ t.A ϴ Valeur ; // t est un enregistrement et A est un attribut de la relation R ;
  - ✓ t_1.Attribut_n ϴ t_2.Attribut_m ; // ϴ est un opérateur de comparaison ;
  - ✓ Toute combinaison de ces prédicats est un prédicat.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 2. Les prédicats

Etudiant (Matricule, Nom, Prenom, Age, Adresse, VilleNaiss) d'instance **e**.

1. Quels sont les étudiants nés à Diourbel ?

{t / e(t) ∩ (t.VilleNaiss = 'Diourbel')}

2. Quels sont les étudiants qui habitent à Lyndiane et de nom de famille Gueye ?

{t / e(t) ∩ (t.Adresse = 'Lyndiane') ∩ (t.Nom = 'Gueye')}

3. Donner le Nom et le Prénom des étudiants habitant Boucotte ou Tilene et ayant moins de 25 ans.

{t.Nom, t.Prenom / e(t) ∩ ((t.Adresse = 'Boucotte') U (t.Adresse='Tilene')) ∩ (t.Age < 25)}

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 3. Les quantificateurs

En calcul relationnel il existe deux quantificateurs :

- ✓ Le quantificateur existentiel ;
- ✓ Le quantificateur universel

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 3. Les quantificateurs

I. 3. 1. Le quantificateur existentiel (∃ : il existe)

∃ t P(t) est vrai s'il existe un n_uplet **t** dans la base qui vérifie le prédicat **P(t)**.

Il permet de chercher les enregistrements qui répondent à une situation donnée

Exemple : Soit la relation **Salle** (<u>NumSalle</u>, <u>NumBat</u>, Capacite, AnneeConst) d'instance **s.**

Quels sont les bâtiments construits la même année ?

$\{t \ / \ s(t) \cap \exists \ t_1 \in s \ \cap (t_1.AnneeConst = t.AnneeConst) \ \cap (t_1.NumBat \neq t.NumBat)\}$

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 3. Les quantificateurs

I. 3. 2. Le quantificateur universel (∀ : quelque soit)

∀ t, P(t) signifie que pour tous les n_uplets t le prédicat P(t) est vrai.

Il permet de chercher les sous-systèmes dans lesquels tous les enregistrements répondent à une situation donnée

Exemple : On reprend la relation de l'exemple précédent :

Quels sont les bâtiments dont toutes les salles ont la même capacité ?

$$\{t \,/\, s(t) \cap \forall t_1 \in s, (t_1.\text{Capacité} = t.\text{Capacité})\}$$

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d’une requête en calcul relationnel à variables tuples

Une expression en calcul relationnel à variable n_uplet est de la forme :

$$\{t \ / \ P(t)\}$$

- C’est l’ensemble des n_uplets **t** tels que le prédicat **P(t)** soit vrai.
- Dans cette expression :
  - P est une formule ;
  - t est un n_uplet (un enregistrement).

Remarque : Plusieurs variables n_uplets peuvent apparaître dans une même formule.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d’une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule atomique :

- Une formule est atomique si elle permet de :
  - donner l’instance dans laquelle appartient un tuple ;
  - comparer deux valeurs d’attribut ;
  - une valeur d’attribut et une constante.
- Les opérateurs de comparaison utilisés sont : =, <, >, <=, >=, <>.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule atomique :

Exemple : Avec toujours la même relation Salle d'instance s :

- x ϵ s ;
- x.Capacité = y.Capacité ;
- z.NumSalle = 5.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Une formule complexe est une combinaison de formules atomiques liées par des connecteurs (∩, ∪, ¬)et des quantificateurs (∃, ∀).

Propriétés : Si P et Q sont des formules alors :

- ✓ ¬P, P ∩ Q, P ∪ Q sont des formules complexes ;
- ✓ ∃ r, (P(r)) est une formule complexes ;
- ✓ ∀r, (P(r)) est une formule complexes.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Remarque :

- Les quantificateurs ∃ r et ∀ r permettent de lier la variable r ;
- Une variable non liée est dite variable libre ;
- Une restriction importante s'impose à la définition d'une requête {t / P(t)} : Seules les variables t qui apparaissent à la gauche du signe "/" doivent être des variables libres dans la formule P.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d’une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Les formules sont constituées à partir d’atomes de la manière suivante :

- r(t) :
  - **t** est une variable n_uplet ;
  - **r** une instance relationnelle.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d’une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

- t.A ϴ f.B :
  - **t** et **f** sont des variables n_uplets ;
  - **A** est un attribut de la relation dont **t** appartient à l’instance ;
  - **B** est un attribut de la relation dont **f** appartient à l’instance ;
  - ϴ est un opérateur de comparaison.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

- t.A ϴ C :
  - **C** est une constante ;
  - ϴ un opérateur de comparaison ;
  - **t** un n_uplet ;
  - **A** un attribut de la relation dont t appartient à l'instance.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 1. La sélection

$$\sigma_C\,(R) \Longleftrightarrow \{t \,/\, r(t) \cap C\}$$

- ✓ r est l'instance de la relation R ;
- ✓ **C** une condition de sélection ;
- ✓ t un n_uplet appartenant à r.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 2. La projection

$$\prod_{A1,A2,\ldots,Aj}(R) \Longleftrightarrow \{t.A_1, t.A_2,\ldots,t.A_j \;/\; t \in r\}$$

- ✓ r est l'instance de la relation R ;
- ✓ R est une relation de n attributs ;
- ✓ t un n_uplet appartenant à r ;
- ✓ A_1, A_2,…, A_j des attributs de la relation R tels que $j < n$.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 3. Le complément

Soit $R(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ une relation d'instance r, le complément de la relation R noté –R s'exprime comme suit :

$-R \Longleftrightarrow \{t.A_1, t.A_2, \ldots, t.A_n \ / \ (r(t)) \cap \exists t_1 \in r \cap \exists t_2 \in r \cap \ldots \cap \exists t_n \in r \cap (t.A_1 = t_1.A_1) \cap (t.A_2 = t_2.A_2) \cap \ldots (t.A_n = t_n.A_n)\}$

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 4. L’union

$$R_1 \cup R_2 \Longleftrightarrow \{t \,/\, t \in r_1 \cup t \in r_2\}$$

- ✓ r_1 et r_2 sont respectivement les instances des relations R_1 et R_2 ;
- ✓ t un n_uplet.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 5. L'intersection

$$R_1 \cap R_2 \Longleftarrow\Longrightarrow \{t \,/\, t \in r_1 \cap t \in r_2\}$$

- ✓ r_1 et r_2 sont respectivement les instances des relations R_1 et R_2 ;
- ✓ t est un enregistrement.

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 6. La différence

$$R_1 - R_2 <==> \{t \,/\, r_1(t) \cap \ (r_2(t))\}$$

- ✓ r_1 et r_2 sont les instances respectives des relations R_1 et R_2 ;
- ✓ t un n_uplet.

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I. 5. 7. Le produit cartésien

- ✓Soient R_1 et R_2 deux relations dont les attributs sont respectivement $A_1, A_2, \ldots, A_n$ et $B_1, B_2, \ldots, B_m$: $R_1 (A_1, A_2, \ldots, A_n)$ et $R_2 (B_1, B_2, \ldots, B_m)$
- ✓Le produit cartésien $R_1 * R_2$ avec r_1 et r_2 les instances respectives de R_1 et R_2 s'exprime comme suit :

$R_1 * R_2 \Longleftrightarrow \{t / \exists u \in r_1 \cap \exists v \in r_2 \cap (t.A_1 = u.A_1) \cap \ldots \cap (t.A_n = u.A_n) \cap (t.B_1 = v.B_1) \cap \ldots \cap (t.B_m = v.B_m)\}$.

Remarque : $R_1 * R_2$ a pour schema $(A_1, A_2, \ldots, A_n, B_1, B_2, \ldots, B_m)$

I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

I.5.7. La division

Soient R_1 et R_2 deux relations de schéma respectif (A_1, A_2, …, A_n) et (A_3, A_4,…, A_m) (avec m < n) et d'instance respective r_1 et r_2 :

La division de R_1 par R_2 notée $R_1 \div R_2$ s'exprime comme suit en calcul relationnel :

$R_1 \div R_2 <==> \{t.A_1, t.A_2, t.A_{m+1}, \ldots, t.A_n \ / \ \forall t_1 \in r_2, \exists t_2 \in r_1 \cap (t.A_1=t_2.A_1) \cap (t.A_2=t_2.A_2) \cap \ldots \cap (t.A_{m+1}=t_2.A_{m+1}) \cap (t_1.A_3=t_2.A_3) \cap (t_1.A_4=t_2.A_4) \cap \ldots \cap (t_1.A_m=t_2.A_m)\}$

Remarque : $R_1 \div R_2$ a pour schema (A_1, A_2, A_{m+1}, …, A_n)

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 1. Introduction

- En variables domaines, on utilise chaque variable est un domaine provenant du domaine d’un attribut ;
- A la différence, donc, du calcul relationnel à variables n_uplets, les variables portent sur les valeurs des attributs.

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 2. Formalisme d'une requête en variables domaines

- Une requête en calcul relationnel à variable domaine est de la forme :

$$\{<x_1, x_2, \ldots, x_n> / P(<x_1, x_2, \ldots, x_n>)\}$$

- $x_1, x_2, \ldots, x_n$ représentent des variables domaines ;
- P est une formule composée d'atomes de la forme :
  - ✓ $R(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ où R est une relation de n attributs et $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont des variables domaines ;
  - ✓ $x \ \Theta \ y$ où x et y sont des variables domaines et Ө un opérateur de comparaison ;
  - ✓ x et y doivent être des domaines compatibles ;
  - ✓ $x \ \Theta \ C$ où C est une constante du domaine de l'attribut dont x est une variable domaine.

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 2. Formalisme d'une requête en variables domaines

II. 2. 1. La Sélection

Pour écrire une condition de sélection, il est possible de :

- ✓Utiliser la formule atomique $x \ \Theta \ C$;
- ✓remplacer la variable par une constante (sa valeur).

Exemple :

Immeuble (<u>Adresse</u>, Nb_niveau, Annee) représenté par I

Appartement (<u>Numero</u>, #<u>Immeuble</u>, Nb_piece, Prix, Niveau) représenté par A

- ✓$\{<x_1, x_2, x_3> / \text{Immeuble}(<x_1, x_2, x_3>) \cap (x_2 = 3)\}$
- ✓$\{<x_1, x_2, x_3> / \text{Immeuble}(<x_1, 3, x_3>)\}$
- ✓$\{<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5> / A(<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5>) \cap (x_3 = 4) \cap (x_4 = 150000) \cap (x_5 = 1)\}$
- ✓$\{<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5> / A(<x_1, x_2, 4, 150000, 1>)\}$

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 2. Formalisme d'une requête en variables domaines

II. 2. 2. La Projection

Pour faire une projection sur des attributs on procède comme suit :

$$\{<x_1, x_3, x_7, \ldots, x_n> / P(<x_1, x_2, \ldots, x_n>)\}$$

Exemple : Avec le même schéma

- ✓ $\{<x_1> / \text{Immeuble}(<x_1, x_2, x_3>)\}$
- ✓ $\{<x_1, x_3> / \text{Immeuble}(<x_1, x_2, x_3>)\}$
- ✓ $\{<x_3, x_4> / \text{Appartement}(<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5>)\}$
- ✓ $\{<x_1, x_4, x_5> / \text{Appartement}(<x_1, x_2, x_3, x_4, x_5>)\}$

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 2. Formalisme d'une requête en variables domaines

II. 2. 3. Les jointures

Pour écrire une condition de jointure, on procède comme suit :

- ✓ $\{<x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m> / P(<x_1, \ldots, x_n>) \cap \exists T(<y_1, \ldots, y_m>) \cap (x_1 = y_3)\}$
- ✓ $\{<x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m> / P(<x_1, \ldots, x_n>) \cap \exists T(<y_1, y_2, x_1, y_4, \ldots, y_m>)\}$

Exemple : Avec le même schéma

- ✓ $\{<x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5> / I(<x_1, x_2, x_3>) \cap \exists A(<y_1, y_2, y_3, y_4, y_5>) \cap (x_1 = y_2)\}$
- ✓ $\{<x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5> / I(<x_1, x_2, x_3>) \cap \forall A(<y_1, y_2, y_3, y_4, y_5>) \cap (x_1 = y_2) \cap (x_2 = y_3)\}$
- ✓ $\{<x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5> / I(<x_1, x_2, x_3>) \cap \forall A(<y_1, x_1, y_3, y_4, y_5>) \cap (x_2 = y_3)\}$
- ✓ $\{<x_1, x_2, x_3> / I(<x_1, x_2, x_3>) \cap \exists A(<y_1, x_1, y_3, y_4, y_5>) \cap (y_3 > x_2)\}$

II. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES DOMAINES

II. 3. Propriétés sur les formules

- Si P_1 et P_2 sont des formules alors les expressions suivantes sont des formules :
  - $\neg P_1$;
  - $P_1 \cap P_2$;
  - $P_1 \cup P_2$.
- Si P est une formule alors les expressions suivantes sont des formules :
  - $\exists x \cap P$;
  - $\forall x \cap P$.

III. CALCUL RELATIONNEL VS ALGÈBRE RELATIONNELLES

- Algèbre relationnelle et le calcul relationnel ont la même puissance d'expression ;
- Toutes les requêtes qui peuvent être formulées en utilisant l'un peuvent aussi l'être en utilisant l'autre ;
- Cette assertion fut vérifiée en premier par E. F. Codd en 1972 ;
- Sa preuve est fondée sur un algorithme (appelé « algorithme de réduction de Codd ») ;
- Avec cet algorithme une expression arbitraire du calcul relationnel peut être réduite à une expression au sens équivalent de l'algèbre relationnelle.

III. CALCUL RELATIONNEL VS ALGÈBRE RELATIONNELLES

- Certains déclarèrent que les langages basés sur le calcul relationnel sont de « haut niveau » ou « plus déclaratifs » que les langages basés sur l'algèbre relationnelle ;
- Ils se sont appuyé sur le fait que :
  - ✓ L’algèbre relationnelle spécifie (partiellement) l'ordre des opérations ;
  - ✓ Le calcul relationnel laisse le compilateur ou l'interpréteur déterminer l'ordre d‘évaluation le plus efficace.

IV. EXERCICE D’APPLICATION

Immeuble (<u>Adresse</u>, Nb_niveau, Annee) représenté par I

Appartement (<u>Numero</u>, #<u>Immeuble</u>, Nb_piece, Prix, Niveau) représenté par A

Locataire (Numero, Nom, Prenom, Age, Sexe, Profession) représenté par L

Louer (#Appartement, #<u>Immeuble</u>, #Locataire, Date, Duree) représenté par R

1. Afficher la liste des immeubles.
2. Afficher la liste des appartements de l’immeuble situé au 250 Tilène.
3. Donner le nombre de pièces et le prix des appartements de l’immeuble situé au 10 Castor.
4. Quels sont les appartements les plus chers ?
5. Qui a occupé le plus longtemps l’appartement 5 d’un immeuble construit en 2018 ?