

UASZ

Cours d'Electromagnétique

Dr DIEDHIOU



Université Assane Seck de Ziguinchor
BP : 523 Ziguinchor

UFR : Science et Technologie.....

Département : Informatique

Service :

Année académique : ...2020-2021.....

Enseignant responsable du cours : Ansoumame DIEDHIOU

Bureau : Bloc Scientifique..... Salle : BS01 / Porte 2....,

Jours et Heures de réception :

Tél. :

Email :

ansoumame.diedhiou@univ-zig.sn

Domaine : Sciences et Technologie

Mention : Ingénieur Informatique

Spécialité :

Option :

Parcours : Informatique

INTITULE DU COURS (ECUE): Magnétisme et Ondes dans le vide

NIVEAU	Licence 2				
SEMESTRE	1				
CODES UE ET ECUE	PH2330				
CREDITS	5				
SITES D'ENSEIGNEMENT	Formation dispensée en présentiel				
MODALITES D'ENSEIGNEMENT	CM	TD	TP	Séminaire	Par séance ou séquence
DUREE	24h	12h	12hhh
					Total VH
					60h

OBJECTIF GENERAL : Acquérir des connaissances fondamentales en Electromagnétisme.

OBJECTIFS SPECIFIQUES (PAR SEANCE)

Déterminer les symétries et invariances
Utiliser la loi de Biot et Savart et le théorème Ampère

Appliquer le principe de Curie
Déterminer les caractéristiques d'un champ magnétique dans le vide Modéliser un dipôle magnétique Calculer le flux magnétique
Donner les définitions d'un dipôle et d'un moment magnétique
Décrire l'action d'un champ électromagnétique sur une particule chargée.
Expliquer les phénomènes d'induction

ectromagnétiques
Calculer l'inductance d'une bobine
Donner les définitions du paramagnétisme, du amagnétisme et du ferromagnétisme
Déterminer les équations de Maxwell dans le vide vérifier la loi de Lenz
Mesurer l'intensité du champ magnétique créé par un ourant dans une spire, un solénoïde, les bobines elmholtz caractériser la puissance électrique d'un moteur

• PLAN DU COURS

- C1 : Champ Magnétique et électrique
- C2 : Particule Chargée dans un champ électrique ou magnétique
- C3 : Electromagnétisme et induction électromagnétique.

• PREREQUIS :

Notions d'électrostatique, dipôle électrostatique, circulation du courant électrique, champ magnétique, induction magnétique

• RESUME (EVENTUEL) DE LA THEMATIQUE

ots-clés : champ magnétique, flux magnétique, dipôle magnétique, moment dipolaire, ourant électrique



Dr DIEDHIOU



ansoumanediedhiou@gmail.com

Formations

28 Avril 2017	Docteur en : Mécanique et Énergétique à l'Université Assane Seck de Ziguinchor (Sénégal) et Génie de Procédés Industriels et développement durable à l'Université de Technologie de Compiègne (France)	
2010-2011	Master 2 en Physique des Matériaux : Université Assane Seck de Ziguinchor(UASZ)	Sénégal
2008-2009	Licence en Physique : Université Assane Seck de Ziguinchor (UASZ)	Sénégal
2007-2008	Licence 1 en MPCI : Université Assane Seck de Ziguinchor (UASZ)	Sénégal

Chapitre I : Introduction sur l'électromagnétisme

Chapitre II : Particule chargée dans un champ électrique et magnétique

Chapitre III : Electromagnétisme et induction électromagnétique

Introduction

L'**électromagnétisme**, aussi appelé **interaction électromagnétique**, est la branche de la physique qui étudie les interactions entre particules chargées électriquement, qu'elles soient au repos ou en mouvement, et plus généralement les effets de l'électricité, en utilisant la notion de champ électromagnétique (\vec{E} , \vec{B}).

Il est d'ailleurs possible de définir l'électromagnétisme comme l'étude du champ électromagnétique et de son interaction avec les particules chargées. Le terme d'*électromagnétisme* fait référence au fait que les phénomènes électriques et magnétiques ont été vus comme indépendants jusqu'en 1860, quand Maxwell a montré qu'ils n'étaient que deux aspects d'un même ensemble de phénomènes. L'**électromagnétique** est un phénomène physique conduisant à l'apparition d'une force dans un conducteur électrique soumis à un flux de champ **électrostatique magnétique** variable.

Le champ électromagnétique $\{ \vec{E}, \vec{B} \}$ en un point M à la date t dû à une distribution caractérisée dans le référentiel d'étude supposé galiléen (mouvement de tout corps non influencé), par la densité volumique totale de charges ρ_{tot} et le vecteur densité volumique totale de courants j_{tot} satisfait aux équations de formulation locale et les relations intégrales.

<u>Formulation locale</u>		<u>Les relations intégrales.</u>
$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\epsilon_0}$ (équation de Maxwell - Gauss). ϵ_0 est la <u>permittivité absolue du vide</u> . Les lignes de champ \vec{E} divergent à partir des charges + pour aboutir aux charges -.	①	$\oint\limits_{M \in \Sigma} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}}(M) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$ <u>théorème de Gauss</u> .

Les équations de Maxwell sont linéaires vis-à-vis des sources : cette propriété valide le principe de superposition relatif à \vec{E} et \vec{B} . En particulier, cette linéarité permet d'utiliser la méthode complexe pour les calculs des champs.

$\operatorname{div} \vec{B} = 0$ (\vec{B} est un champ de rotationnel).

Les lignes de champ \vec{B} sont des courbes fermées et ne peuvent jamais se couper (il n'existe pas de « monopôles magnétiques » comme il existe des charges électriques positives ou négatives).

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(équation de Maxwell - Faraday).

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{\text{tot}} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(équation de Maxwell - Ampère).

μ_0 est la perméabilité absolue du vide.

②

$$\iint\limits_{M \in \Sigma} \vec{B}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}}(M) = 0$$

\vec{B} est à flux conservatif

(Le flux de \vec{B} à travers un circuit ne dépend que du circuit et non de la surface choisie pour calculer ce flux).

③

$$\oint\limits_{M \in \Gamma} \vec{E} \cdot d\overrightarrow{OM} = -\frac{d\Phi_s(\vec{B})}{dt}, \text{ S s'appuie sur } \Gamma.$$

Relation de Faraday.

④

$$\oint\limits_{M \in \Gamma} \vec{B} \cdot d\overrightarrow{OM} = \mu_0 \iint\limits_{P \in S} \vec{j}_{\text{tot}} \cdot d\vec{S} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_s(\vec{E})}{dt} \text{ où}$$

S s'appuie sur Γ orienté.

Forme généralisée du théorème d'Ampère.

Quelques définitions: Intensité de courant:

On peut se limiter, pour le moment, à un seul type de porteurs, les électrons par exemple. Sous l'action d'un champ électrique \vec{E} , chaque électron acquiert une vitesse. En désignant par \vec{v} , la vitesse moyenne de l'ensemble des électrons (on dit aussi vitesse d'entraînement ou de dérive), et par ρ la charge volumique du milieu, on définit le vecteur de courant en tout point du milieu par : $\vec{J} = \rho \vec{v}$
ou encore, puisque $\rho = -ne$ où n est le nombre d'électrons par unité de volume et e la valeur absolue de la charge de l'électron :

$$\vec{J} = -ne\vec{v}$$

$$\delta q = \rho \cdot dS \cdot v \cdot dt \cdot \cos(\theta) = \rho \cdot \overrightarrow{dS} \cdot \vec{v} \cdot dt = \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS} \cdot dt$$

$$\frac{dq}{dt} = I = \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS}$$

les distributions continues de charge : hypothèse d'une charge macroscopique permettant de définir une charge infinitésimale dq , à laquelle on peut appliquer les formules établies dans le cas d'une charge ponctuelle, avant d'intégrer sur la distribution.

On définit ainsi les densités :

– linéique sur un fil : $\lambda = \frac{dq}{d\ell}$ [C · m⁻¹]

– surfacique (ou superficielle) sur une surface : $\sigma = \frac{dq}{dS}$ [C · m⁻²]

– volumique dans un volume : $\rho = \frac{dq}{dV}$ [C · m⁻³]

Charge ponctuelle - distribution discrète de charges

Une charge ‘q’ est dite ponctuelle si elle est assimilable à un point matériel.

Un ensemble de charges ponctuelles q_1, q_2, \dots, q_n , fixent dans un volume τ est dit distribution discrète de charges.

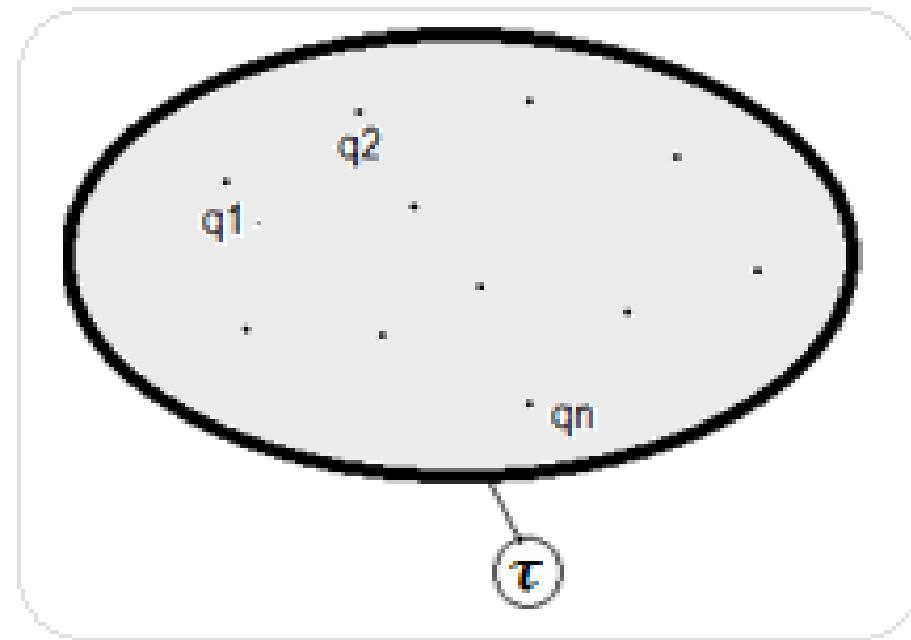
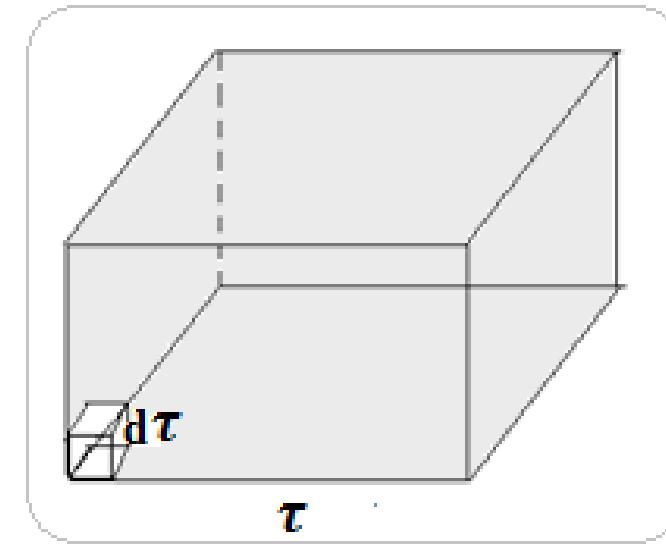


Figure 1.1 : Distribution discrète de charges

On a une distribution continue de charge dans le cas où les charges sont infiniment voisines de sorte qu'on ne peut plus les discerner.

Dans un volume élémentaire $d\tau$ contenant une charge élémentaire dq , nous définissons la densité volumique de charges ρ par : $\rho = \frac{dq}{d\tau}$ (C.m⁻³).

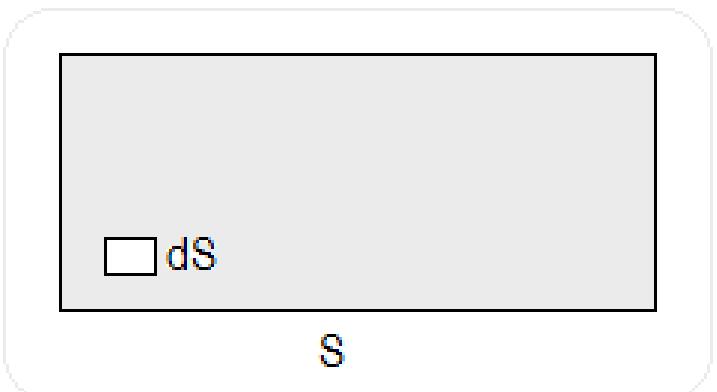


*Figure 1.2 : Distribution volumique de charges -
Elément de volume*

Pour un volume τ donné, lorsque la distribution de charge est uniforme (homogène), alors la densité volumique de charge est constante.

Dans ce cas, on peut écrire : $\rho = \frac{Q}{\tau}$ avec Q la charge totale dans le volume.

En considérant que l'une des dimensions du volume est négligeable devant les deux autres, nous obtenons une distribution surfacique de charge.



*Figure 1.3 : Distribution surfacique de charges -
Elément de surface*

On définit la densité surfacique de charges σ par le rapport $\sigma = \frac{dq}{ds}$ (en C.m⁻²), avec dS une surface élémentaire prise dans une surface chargée S.

En considérant que les deux dimensions du volume sont négligeables devant l'une, nous obtenons une distribution linéique de charge.

On définit la densité linéique de charges λ par le rapport $\lambda = \frac{dq}{dl}$ (en C.m⁻¹), avec dl une longueur élémentaire prise sur la longueur chargée L.

Lorsque la distribution de charge est uniforme (homogène), alors la densité linéique de charge est constante.

Dans ce cas, on peut écrire : $\rho = \frac{Q}{L}$ avec Q, la charge totale dans la surface L.

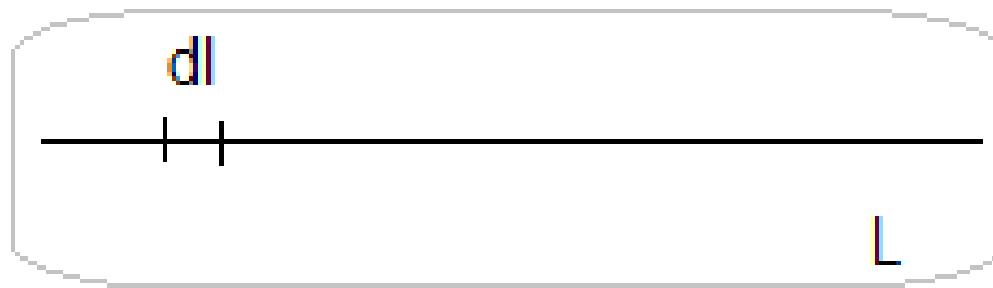
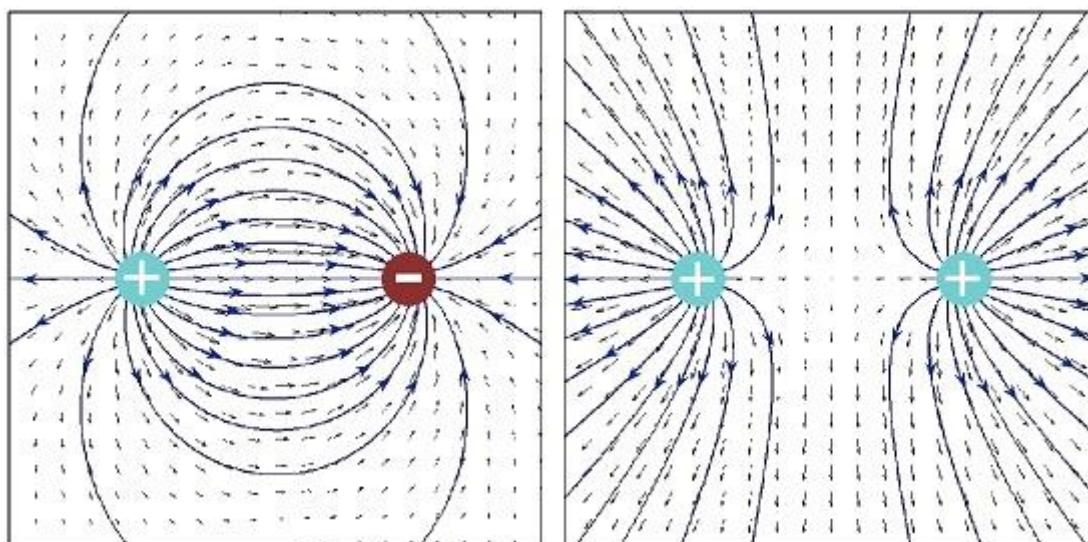


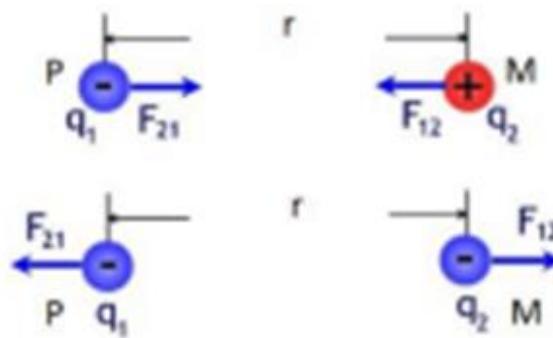
Figure 1.4 : Distribution linéique de charge - Elément de longueur

Loi de coulomb

Deux corps chargés s'attirent ou se repoussent. On appelle, forces électrostatiques ou forces colombiennes les forces d'interaction entre deux corps électrisés. Un corps électrisé peut porter soit une charge positive ou négative. Dans ce cas, on considère que la force électrostatique d'interaction selon la loi de Coulomb par :



$$\vec{F}_{11} = -\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$



Avec K la constante de coulomb et $K = 1/4\pi\epsilon_0 \approx 9.10^9 \text{ SI}$
; $\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ étant la permittivité diélectrique du vide.

Où r représente la distance séparant les deux charges alors que la permittivité du vide est donnée par :

A- champ électrique

Soit une charge ponctuelle q qui, placée en un point P de l'espace, subit une force électrostatique proportionnelle à la charge. Cette force traduit l'existence d'un champ électrostatique en ce point défini par la relation :

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Tenant compte de la loi de Coulomb, le champ électrique créé par la charge q, dans une direction donnée par le vecteur unitaire \vec{u} et à une distance r, est alors défini par:

$$\vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

Champ électrostatique créé par un cercle, un disque et par un plan infini

Nous allons voir dans cette page comment calculer le **champ électrostatique (ou électrique) créé par un disque** en un point de son axe de symétrie. Nous supposerons que la charge est distribuée de façon homogène, et donc que sa **densité surfacique de charge** σ est constante. Nous supposerons aussi que la charge totale q du disque est positive; si elle était négative, le champ électrostatique aurait la même norme mais serait de sens opposé à celui que nous allons calculer.

Comme nous pouvons le signaler, le champ créé par un plan infini chargé est un cas particulier du champ créé par le disque.

Champ électrostatique créé par un disque

Considérons le disque de rayon R représenté dans la figure ci-dessous.

La charge totale du disque est q , et sa **densité surfacique de charge** (σ nous supposerons constante) est σ . Pour calculer le champ qu'il crée un point P de son axe de symétrie, nous allons considérer un élément charge dq qui a la forme d'un anneau de rayon R' et d'épaisseur dR' :

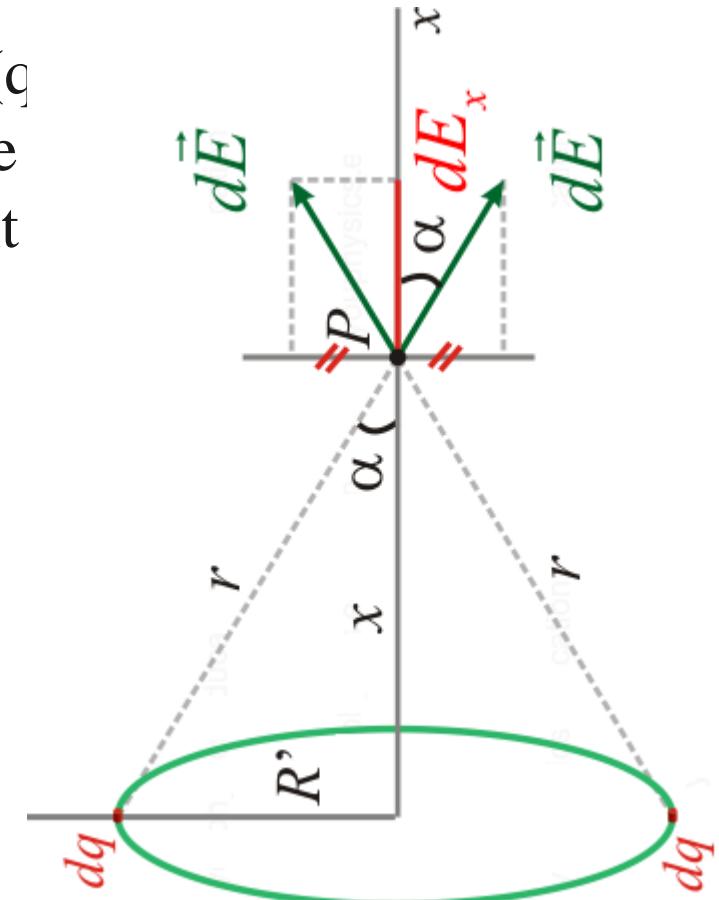
Le champ électrostatique dE créé par un élément de charge dq ainsi que celui créé par un autre élément de même charge mais diamétralement opposé sont représentés dans la figure suivante. Comme le cercle est chargé positivement, dq est une **source de lignes de champ** et donc dE pointe dans les deux cas vers l'extérieur du cercle. D'autre part, comme le principe de superposition s'applique au champ électrostatique, le champ total au point P sera la somme des champs créés par les deux éléments de charge:

$$E = \int dE_x = \int dE \cos \alpha$$

Où l'intégrale est évaluée pour tout le cercle.

À partir de la figure, on peut observer que le cosinus de l'angle α et la distance r sont respectivement:

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}; \quad r = \sqrt{R'^2 + x^2}$$



Et en faisant la substitution on obtient:

$$dE_x = dE \cos \alpha = k \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r}$$

$$dE_x = k \frac{dq x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

Cette expression nous permettra de calculer le champ électrostatique créé par un disque chargé.

Pour finir, nous intégrons pour calculer le champ créé par le cercle au point P:

$$E = \int dE_x = \int k \frac{dq x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{dq}{dS} = \frac{dq}{2\pi R' dR'}$$

$$dq = \sigma 2\pi R' dR'$$



$$E = \int dE_x = \int_0^R k \frac{\sigma 2\pi R' dR' x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

Finalement en résolvant l'intégrale nous obtenons:

$$E = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]$$

Champ électrostatique créé par un plan infini chargé

Un plan infini est un cas particulier d'un disque lorsque le rayon R du disque tend vers l'infini ($R \rightarrow \infty$)

En faisant la limite du champ créé par un disque lorsque $R \rightarrow \infty$, nous obtenons:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = 0$$

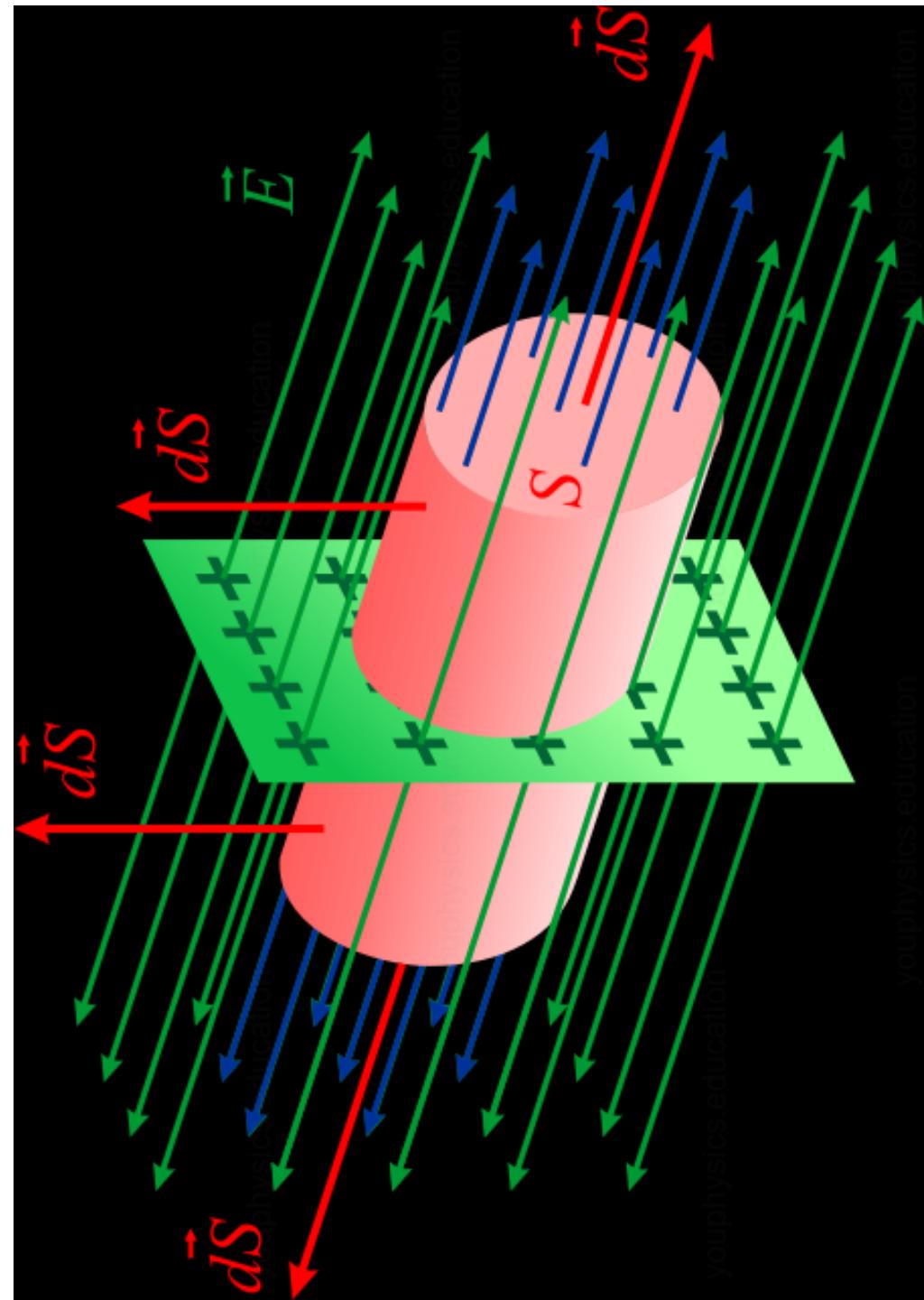
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Les lignes du **champ électrique créé par un plan infini chargé positivement** sont représentées en vert dans la figure ci-dessous. Les charges positives sont des sources de lignes de champ et sortent du plan par conséquent. Elles doivent d'autre part être perpendiculaires au plan car si ce n'était pas le cas, le champ aurait une composante tangentielle et par conséquent les charges subiraient une force et nous pourraient pas être au repos. La **densité surfacique de charge** (charge par unité de surface) du plan est σ :

La surface de Gauss au travers de laquelle nous allons calculer le flux du champ électrique est représentée en rouge. C'est un cylindre perpendiculaire au plan chargé. Nous avons aussi représenté le vecteur $d\vec{S}$ pour chacune des faces du cylindre.

Le flux total à travers de la surface est:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S \vec{E} d\vec{S} + \int_S \vec{E} d\vec{S} + \int_{S_{lat}} \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Les deux premières intégrales donnent le flux à travers des deux bases du cylindre et la troisième à travers de la face latérale. Cette dernière est nulle car les vecteurs \mathbf{E} et $d\mathbf{S}$ sont perpendiculaires et par conséquent leur **produit scalaire** est nul.

Pour les deux bases du cylindre \mathbf{E} est parallèle à $d\mathbf{S}$, et les deux intégrales sont égales, nous avons donc:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = 2 \int_S \vec{E} d\vec{S} = 2 \int_S E dS \cos 0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

D'autre part, la norme du champ électrique est la même pour tous les points de la base du cylindre, nous pouvons donc la sortir de l'intégrale. L'intégrale de dS est égale à S , l'aire de la base, nous obtenons donc:

$$2 \int_S E dS \cos 0 = 2ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Finalement, la norme du champ électrique créé par le plan infini est:

$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0}; \quad E = \frac{q}{2S\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Champ et potentiel électrostatique

La présence d'une charge ponctuelle q au point O de l'espace permet de définir deux propriétés physiques en un point M situé au environ de O :

Une propriété vectorielle qui est le champ électrostatique défini par $\overrightarrow{E}_M = \frac{\overrightarrow{F}_{O/M}}{q_0}$ avec q_0 une charge test placée au point O .

On aura ainsi $\overrightarrow{E}(M) = K \cdot \frac{q}{OM^2} \cdot \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$; E en $N.C^{-1}$ ou en $V.m^{-1}$

Une propriété scalaire qui est le potentiel électrostatique, défini à une constante près par :

$$V(M) = K \frac{q}{OM} \quad V \text{ en volt}$$

Relation entre les deux propriétés :

Le potentiel étant un travail par unité de charge, on a :

$$dV = - \vec{E} \cdot d\vec{M}$$

$$dV = - \vec{E} \cdot d\vec{M} = - \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{donne } V = \int - \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

On a $\mathbf{E} = - \frac{dV}{dr}$ et de façon générale on a

$$\vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{quelle que soit les coordonnées})$$

Gradient, symbolisé par grad, est un opérateur de dérivation.

Par exemple en coordonnées cartésiennes, on a

$$\overrightarrow{\text{grad}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{array} \right.$$

Champ et potentiel créés par une distribution continue de charges

Pour retrouver les expressions du champ et du potentiel créés par une distribution continue de charge, nous partons du champ élémentaire créé par un élément (de longueur, de surface ou de volume), possédant une charge élémentaire considérée comme une charge ponctuelle, centrée en un point P.

Ainsi pour cet élément de charge, on peut écrire :

$$\vec{dE}(M) = K \cdot \frac{dq}{PM^2} \frac{\vec{PM}}{PM} \quad \text{et} \quad dV = K \cdot \frac{dq}{PM}$$

pour une distribution linéique de charge, on a $dq = \lambda \cdot dl$

d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = K \cdot \frac{\lambda dl}{PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \quad \text{et} \quad dV(M) = K \cdot \frac{\lambda dl}{PM}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la longueur.

$$\vec{E}(M) = \int_{P\epsilon L} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} = \int_{P\epsilon L} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \int_{P\epsilon L} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 PM}$$

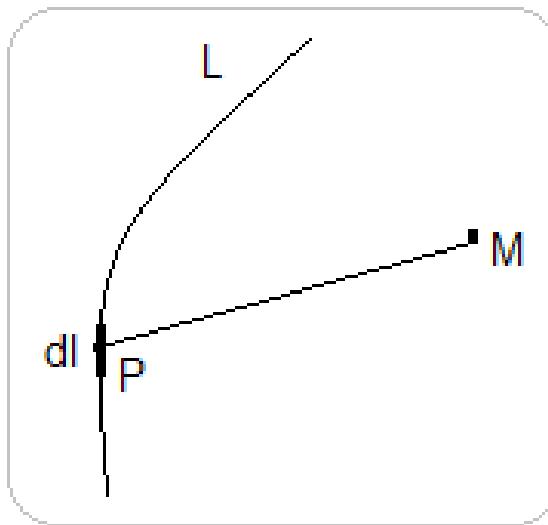


Figure 1.6 : Repérage d'un point M par rapport à un élément de longueur

Pour une distribution surfacique de charge, on a
 $dq = \sigma ds$, d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = K \cdot \frac{\sigma ds}{PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM} ; \quad dV = K \cdot \frac{\sigma ds}{PM}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la surface.

$$\vec{E}(M) = \iint_{P\epsilon S} \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \iint_{P\epsilon S} \frac{\sigma ds}{4\pi\epsilon_0 PM}$$

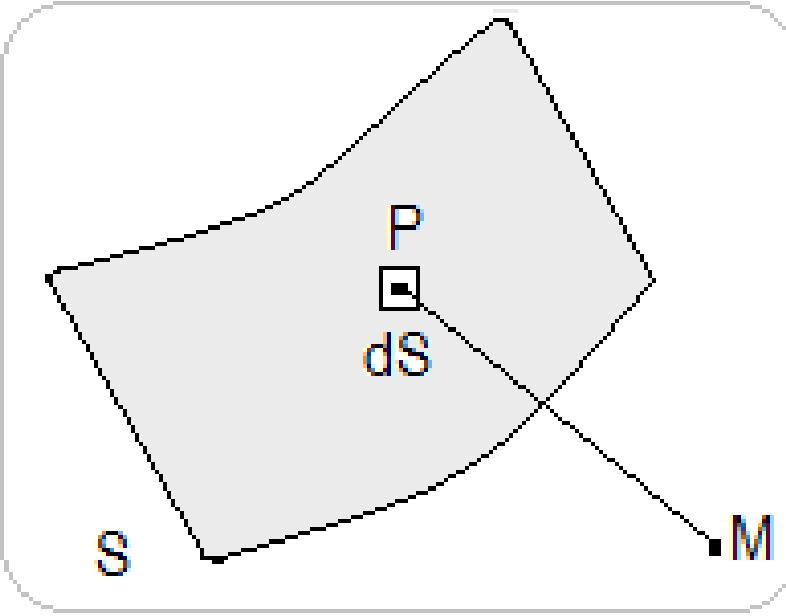


Figure 1.7 : Repérage d'un point M par rapport à un élément de surface

Pour une distribution volumique de charge, on a
 $dq = \rho d\tau$,
d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = K \cdot \frac{\rho d\tau}{PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM} ; \quad dV = K \cdot \frac{\rho d\tau}{PM}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la surface.

$$\vec{E}(M) = \iiint_{P\epsilon\tau} \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \iiint_{P\epsilon\tau} \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 PM}$$

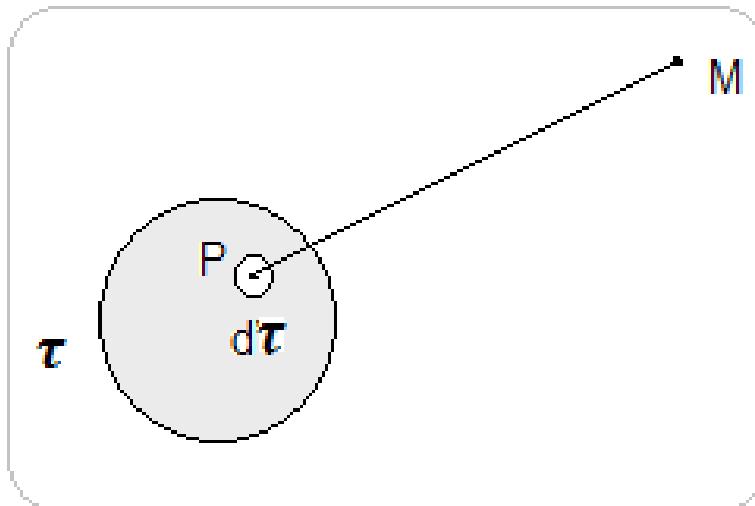


Figure 1.8 : Repérage d'un point M par rapport à un élément de volume

Invariance et symétrie

- **Invariance par translation :**

Si (S) est invariant dans toute translation parallèle à un axe (Oz), les effets sont indépendants de z .

- **Invariance par rotation autour d'un axe:**

si (S) est invariant par rotation Θ autour de d'un axe z , alors ses effets exprimés en coordonnées cylindriques (ρ, Θ, z) ne dépendent pas de Θ .

- **Symétrie cylindrique :**

Si (S) est invariant par translation le long de l'axe Oz et rotation autour de l'axe z , alors ses effets exprimés en coordonnées cylindrique ne dépendent que de ρ (indépendant de Θ et z).

- **Symétrie sphérique :**

si (S) est invariant dans toute rotation autour d'un point O , alors ses effets, exprimés en coordonnées sphériques (r, Θ, φ), ne dépendent que de r (indépendant de Θ et φ), z ne dépendent pas de Θ .

- **Plan de symétrie (π) :**

si (S) admet un plan de symétrie, alors en tout point de ce plan, les effets à caractère vectoriel sont contenus dans le plan et les effets à caractère pseudo vectoriel sont perpendiculaires au plan.

- **Plan d'antisymétrie (π') :**

si par symétrie par rapport à un plan π' , (S) est transformé en son opposé, alors en tout point de ce plan, les effets à caractère vectoriel (exemple : le vecteur champ électrique) est perpendiculaire au plan et les effets à caractère pseudo-vectoriel (exemple : le champ magnétique) sont dans le plan

NB: Les invariances vont nous permettre d'éliminer des coordonnées dont dépendent le champ ou le potentiel par exemple.

Les plans de symétrie ou d'antisymétrie vont nous permettre d'éliminer des composantes du champ ou potentiel par exemple

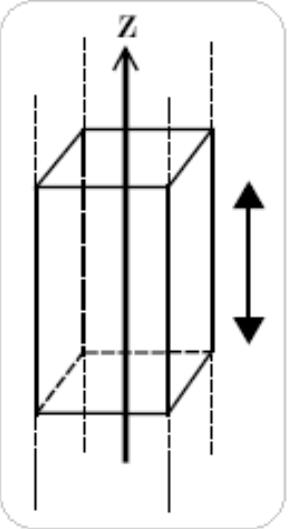


Figure 1.9.a :
illustration d'une
invariance par
translation suivant z

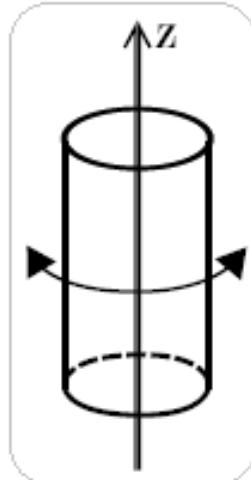


Figure 1.9.b :
illustration d'une
invariance par rotation
autour de l'axe z

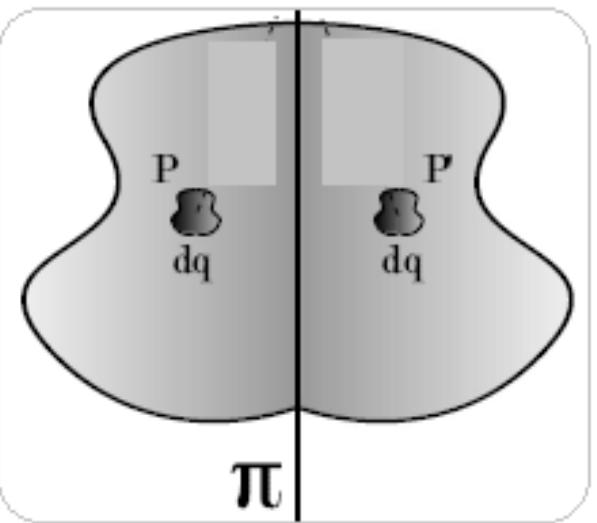


Figure 1.9.c : illustration d'une
distribution de charge symétrique

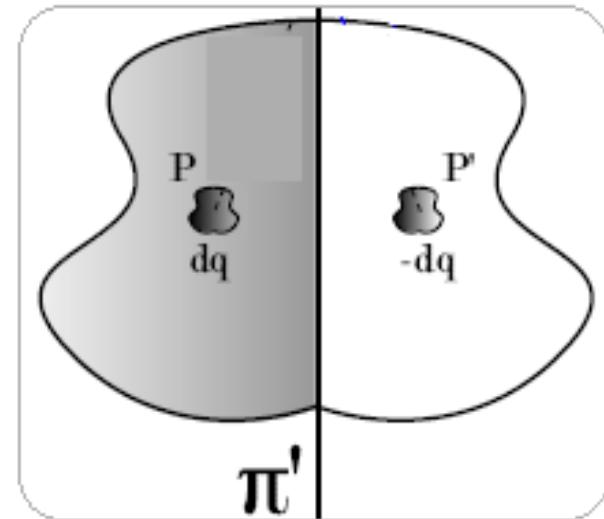
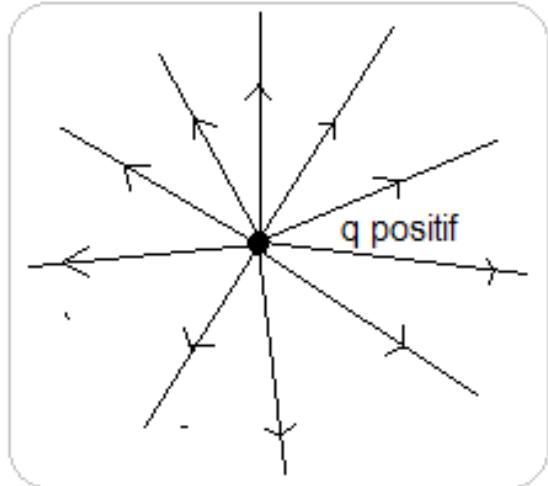
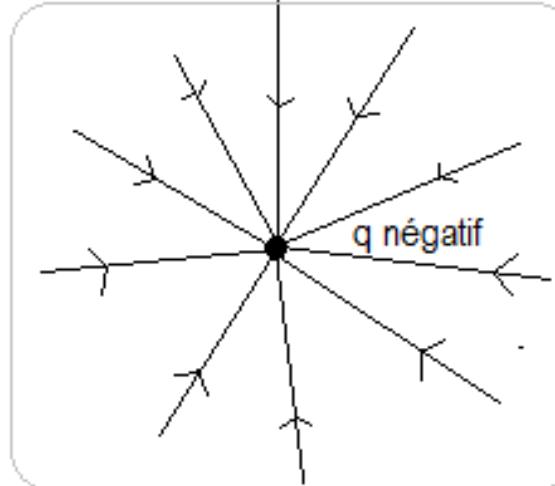


Figure 1.9.d : illustration d'une
distribution de charge antisymétrique

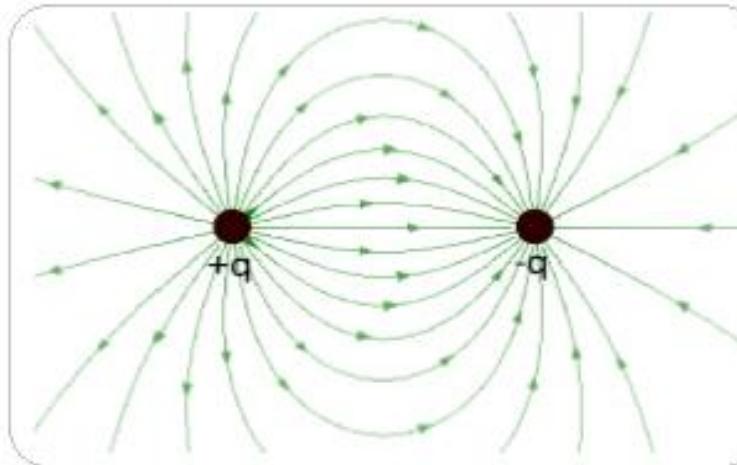
Les lignes de champ sont des courbes tangentes en chaque point au champ \vec{E} . Elles sont centrifuges ou centripète suivant le signe de la charge (centrifuge si q positive, centripète si q négative).



a



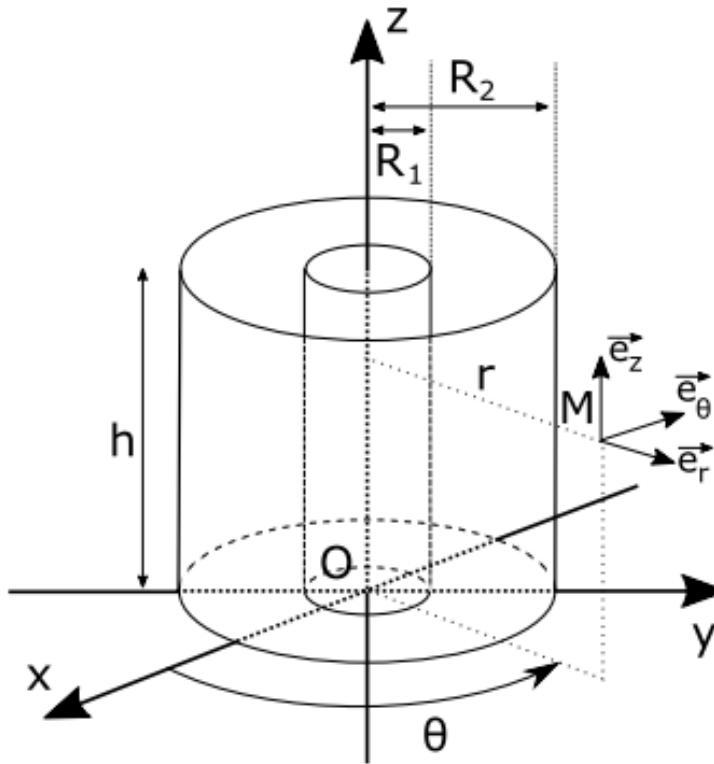
b



c

Figure 1.10 : Lignes de champ :
(a) charge ponctuelle positive,
(b) charge ponctuelle négative,
(c) dipole

Exemple d'un condensateur cylindrique



Finalement :

$$\vec{E}(r, \theta, z) = \begin{vmatrix} \vec{E}_r(r, \theta, z) \\ \vec{E}_\theta(r, \theta, z) \\ \vec{E}_z(r, \theta, z) \end{vmatrix}$$

- Étude des invariances :

- La distribution de charge est invariante par translation selon \vec{e}_z .
- La distribution de charge est invariante par rotation d'angle θ et d'axe (O, \vec{e}_z).

$$\Rightarrow \vec{E}(r, \theta, z) = \vec{E}(r)$$

- Étude des symétries :

- Le plan $(M, \vec{e}_r), \vec{e}_\theta$ est plan de symétrie de la distribution de charge $\Rightarrow E_z = 0$
- Le plan $(M, \vec{e}_r), \vec{e}_z$ est plan de symétrie de la distribution de charge $\Rightarrow E_\theta = 0$

$$\Rightarrow \vec{E}(r, \theta, z) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r$$

$$\boxed{\vec{E}(r, \theta, z) = E_r(r) \vec{e}_r = E(r) \vec{e}_r}$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0}$$

B-Champ magnétique

Les différentes sources de champ magnétique sont les aimants permanents, le courant électrique (c'est-à-dire le déplacement d'ensemble de charges électriques), ainsi que la variation temporelle d'un champ électrique (par induction électromagnétique).

En présence d'un champ magnétique, on peut observer divers phénomènes sur les matériaux :

- Paramagnétisme: désigne en magnétisme le comportement d'un milieu matériel;
- Ferromagnétisme: (est le mécanisme fondamental par lequel certains matériaux (fer, cobalt, nickel...) sont attirés par des aimants).

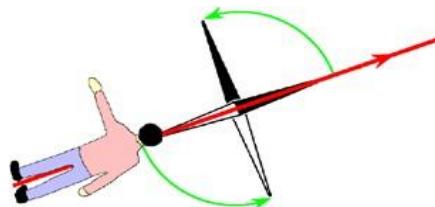
Les applications du champ magnétique sont nombreuses. Elles vont de l'attraction des aimants et l'orientation des boussoles au *stockage d'information sur les disques durs* en passant par les *accélérateurs de particules*.

Sources de l'interaction magnétique

□ Les aimants:

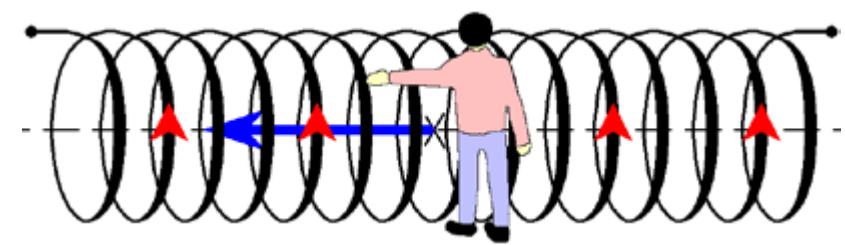
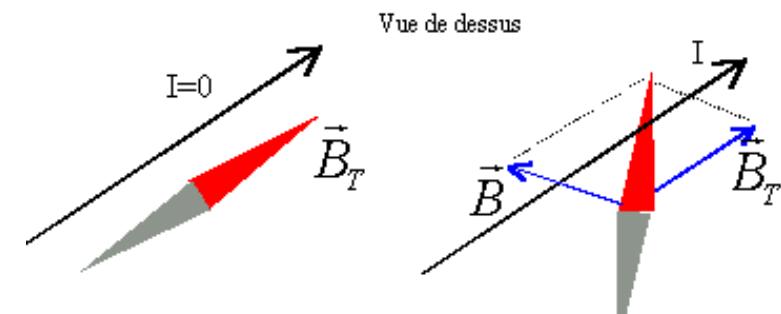
Les aimants sont des sources permanentes de champ magnétique. Ils sont constitués d'alliages à base de fer ou de certains oxydes de fer de cobalt ou de nickel. Les formes des aimants sont liées à leur utilisation. L'action magnétique exercée par un aimant est plus importante au niveau de certaines régions appelées pôles de l'aimant.

Les pôles d'un aimant ne sont pas séparables : il n'existe pas de monopôle magnétique: la plus petite entité magnétique est le dipôle magnétique (association d'un pôle Nord et d'un pôle Sud).



□ Les courants:

Plaçons une aiguille aimantée au dessous d'un fil conducteur rectiligne de telle façon que cette aiguille soit parallèle au fil lorsqu'aucun courant ne le parcourt. Lorsqu'un courant électrique circule, l'aiguille tend à s'orienter perpendiculairement au conducteur. Un conducteur parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique en son voisinage. Le sens du champ dépend du sens du courant. **Règle du bonhomme d'Ampère** : Un observateur, disposé le long du conducteur de façon que le courant électrique circule de ses pieds vers sa tête, et regardant vers un point M, voit en M le champ magnétique \vec{B} orienté vers sa gauche.

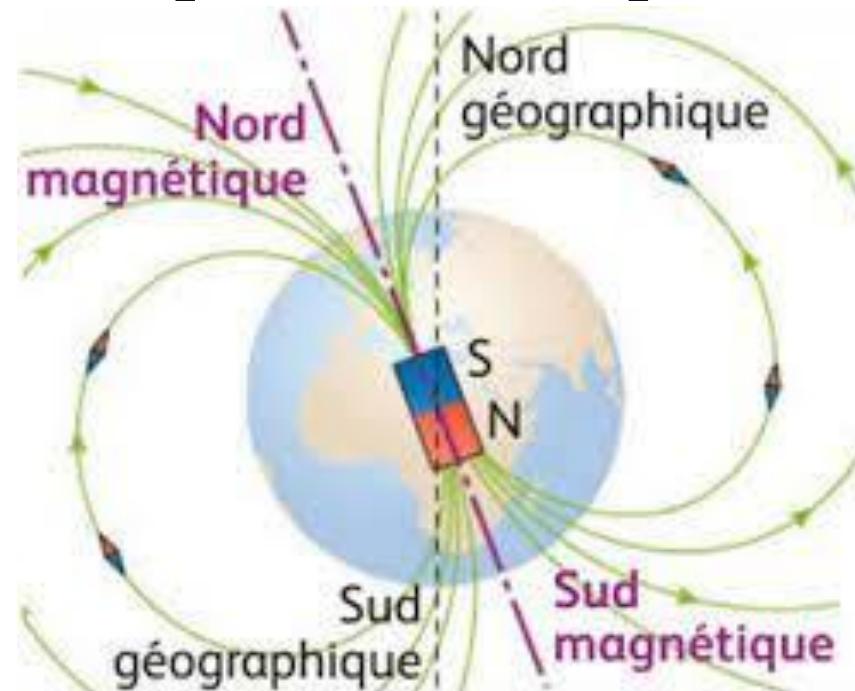


L'aiguille aimantée en l'absence de courant dans le fil s'oriente suivant la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

□ La terre:

La terre et pratiquement tous les astres actifs (dont le noyau est en fusion) sont source de champ magnétique. Le "vent solaire", qui est constitué de particules chargées éjectées à très grande vitesse par le Soleil, modifie la topographie du champ magnétique terrestre.

Remarque : Les lignes de champ « entrent du pôle Nord terrestre ou Sud magnétique et sortent par le pôle "sud" du point de vue du géographique !!



Unité et mesure du champ magnétique :

❖ Unité légale :

Dans le système international (S.I.) l'unité légale fondamentale de mesure du champ magnétique est le tesla (symbole T),

❖ Le tesla-mètre :

Nous étudierons le principe de fonctionnement de la sonde à effet Hall dans la suite. La sonde elle-même est constituée d'un petit parallélépipède formé d'un semi-conducteur parcouru par un courant. Lorsque la sonde est "plongée" dans un champ magnétique, il apparaît entre deux de ces faces une faible tension qui est mesurée par un millivoltmètre. L'ensemble formé de la sonde et du millivoltmètre constitue un tesla-mètre.

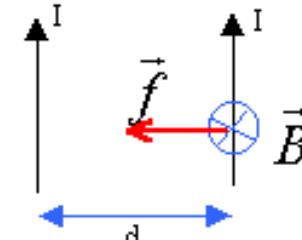
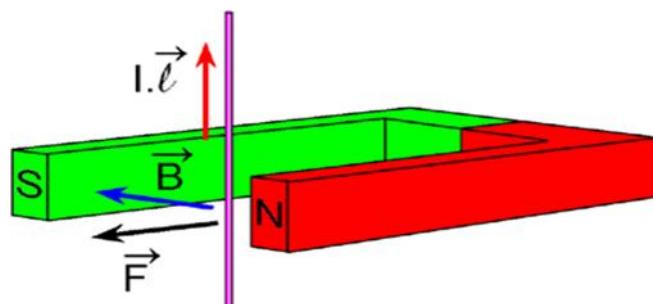
❖ Ordre de grandeur :

- La composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_H \approx 2 \cdot 10^{-5}$ T.
- Un aimant permanent produit un champ magnétique de 0,01 T à 0,1 T.
- Une bobine de 1000 spires sur 10 cm parcourue par un courant de quelques ampères produit en son centre un champ magnétique $B_{\text{centre}} \approx 0,1$ T.
- Un électroaimant de même type peut donner un champ de quelques teslas.
- Le champ produit par un électroaimant est limité par l'effet Joule. A très basse température (quelques K) certains métaux ou alliages deviennent supraconducteurs. Grâce à la supraconductivité on peut produire des champs magnétiques intenses (10 à 100 T). Par champ "pulsé" on obtient des valeurs de 1000 T.

Action du champ magnétique sur un courant, force de Laplace :

Expérience de Laplace :

On peut mettre en évidence l'action d'un champ magnétique sur un fil conducteur parcouru par un courant par l'expérience de Laplace : le champ magnétique est généré par à un aimant en U et a pour sens d'avant ou en arrière de la figure. Quand le courant circule de bas en haut dans le conducteur, celui-ci est dévié vers la gauche, la force de Laplace s'exerce donc vers la gauche. Lorsqu'on inverse le sens du courant, la force de Laplace s'inverse. Lorsqu'on inverse le sens du champ magnétique, la force de Laplace s'inverse.



$$d\vec{f} = Id\vec{l} \wedge \vec{B} \Rightarrow f = IlB$$

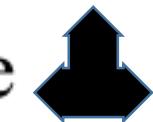
$$f = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}$$

Soit un circuit filiforme parcouru par une intensité I . Les porteurs de charges de ce circuit subissent la force exprimée au paragraphe précédent soit, compte tenu de la distribution linéique de charges envisagée ici :

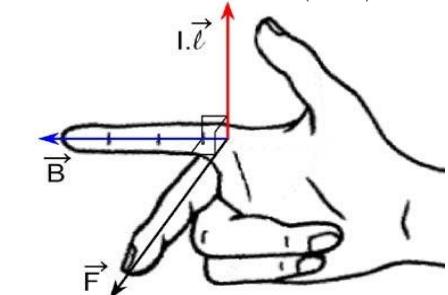
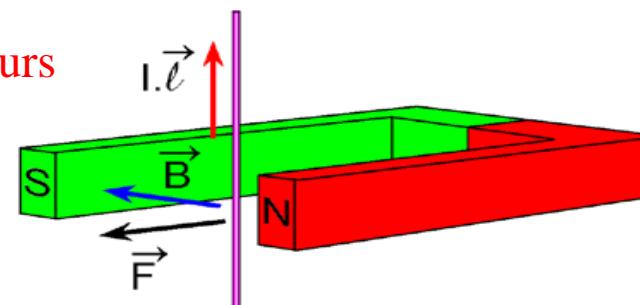
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

On justifiera à partir de l' effet Hall que cette force subie par les porteurs de charges d'un circuit filiforme se transmet à l' élément de circuit. Cette force dite force de Laplace : $d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$

Permet d'expliquer l'expérience du même nom. Une barre constituant un élément du circuit est parcourue par un courant d'intensité I . La présence d'un champ magnétique conduit à l'existence d'une force



- la direction est orthogonale au plan défini par les vecteurs $d\vec{l}$ et \vec{B} ,
- le sens est défini par la règle des trois doigts de la main droite :
- la mesure est donnée par : F



Caractérisation du vecteur champ magnétique :

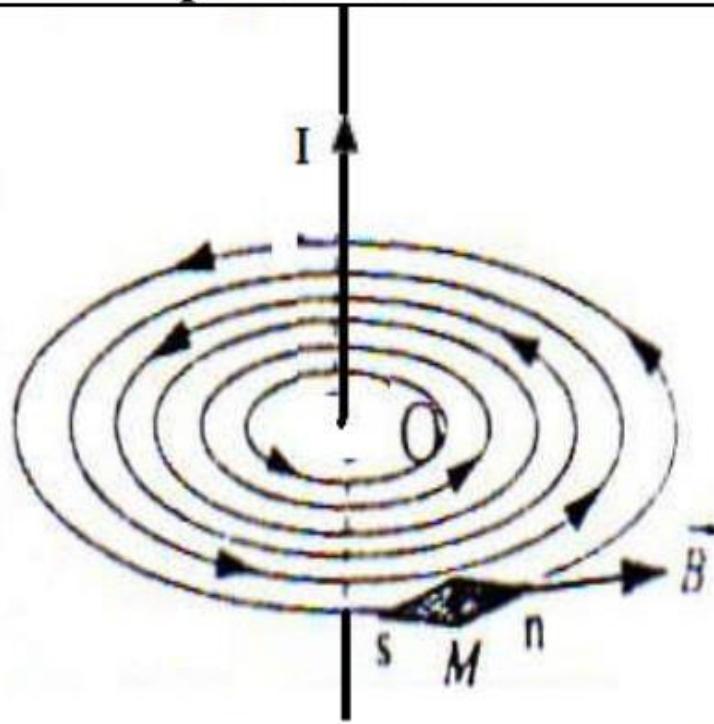
Une direction,

Un sens,

Et une norme,

$$(T) \rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{d}$$

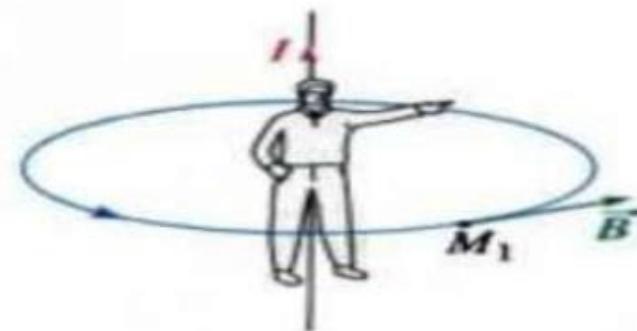
**Spectre de champ magnétique
créé par un fil infini parcouru
par un courant**



Comment déterminer le sens du champ magnétique ?

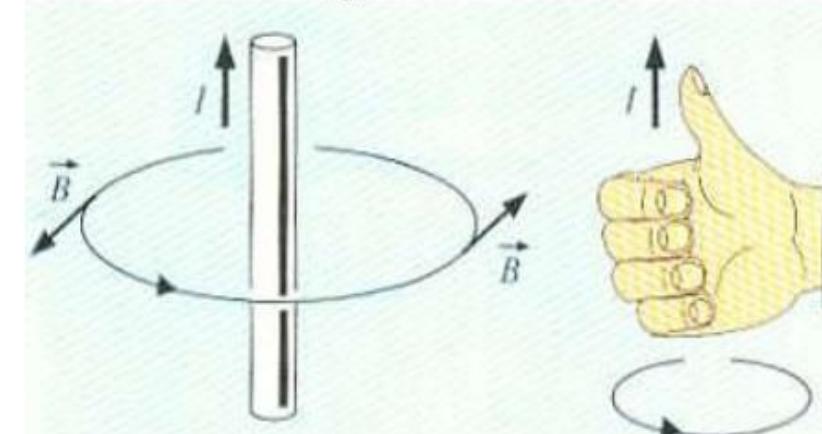
Règle du bonhomme d'Ampère

Lorsqu'un bonhomme d'Ampère placé sur le fil, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, regarde le point M, son bras gauche indique le sens du champ \vec{B}



La règle de la main droite.

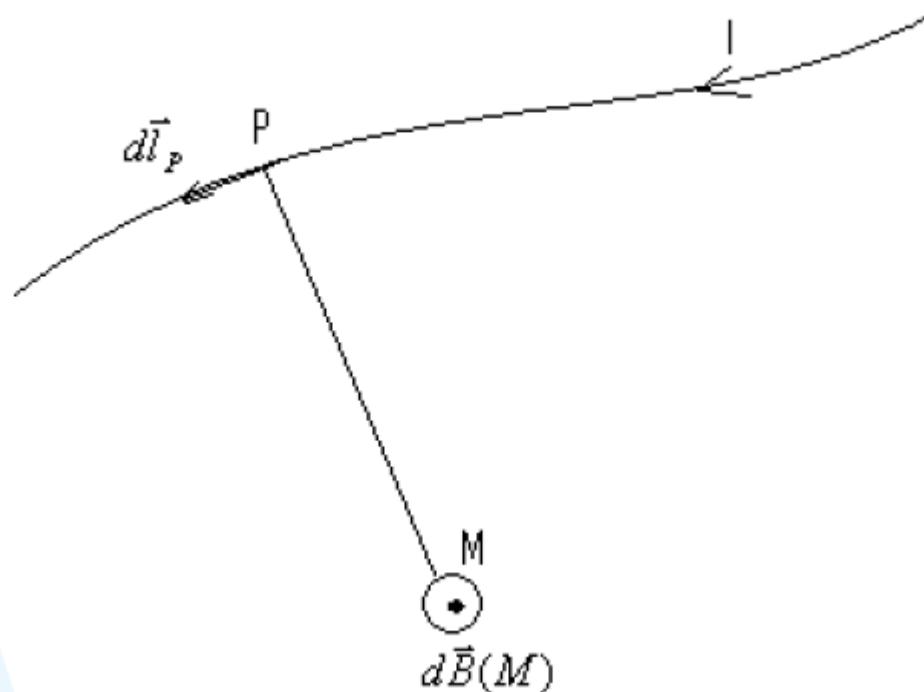
Le courant sort du pouce de la main droite, paume vers le fil.
Les doigts donnent le sens de B, sortant des ongles.



Loi de Biot et savart

Enoncé de la loi de Biot et Savart

La loi de Biot et Savart a été postulée puisqu' elle permettait de rendre compte de la réalité du champ magnétique observé. Elle sera admise sans démonstration pour un circuit filiforme comme la stipule le programme. Soit un circuit filiforme parcouru par un courant d' intensité I. Une longueur $d\vec{l}_P$ de ce circuit a une densité linéique de courant $I d\vec{l}_P$ dans le sens de parcours du courant.



Le champ magnétique élémentaire créé par cet élément de courant s'écrit :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I(P) d\vec{l}_P \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

La quantité μ_0 est une constante universelle portant le nom de perméabilité du vide. Elle vaut : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

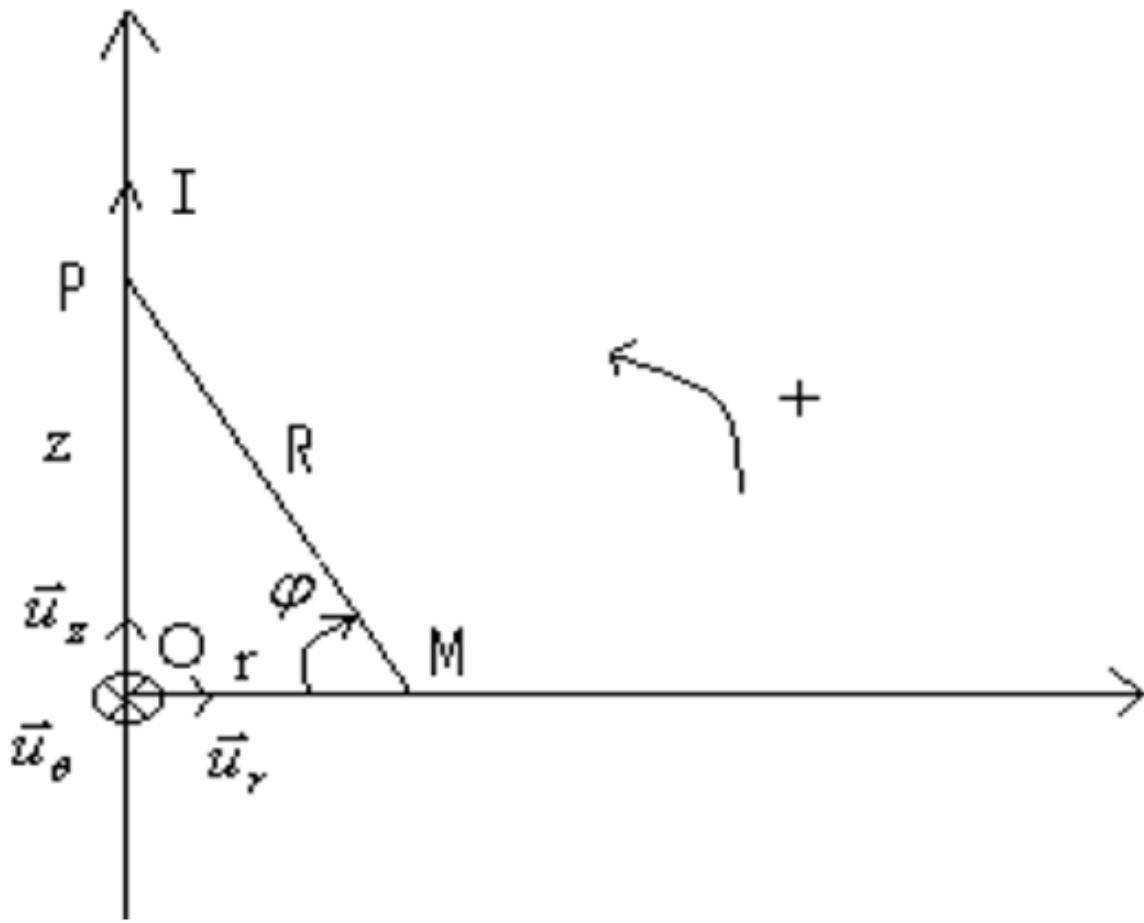
Elle est liée à la permittivité du vide ϵ_0 et à la vitesse de la lumière dans le vide c par la relation : $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in \text{circuit}} I(P) d\vec{l}_P \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

Cas d'une charge en mouvement d'élément de courant $d\vec{l}_P$ s'écrit $q\vec{v}$ en notant q la valeur de la charge située au point P et \vec{v} sa vitesse

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

Exemple de calcul de champ magnétique créé par une charge sur un fil infini rectiligne:



$$\begin{aligned}\vec{B}(M) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} I d\vec{l} \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} I dz \vec{u}_z \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} \\ \text{Or } \overrightarrow{PM} &= r \vec{u}_r - z \vec{u}_z\end{aligned}$$

Donc $\vec{u}_z \wedge PM = r\vec{u}_\theta$ et en utilisant les notations de la figure ci-dessus :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} I dz \frac{r}{R^3} \vec{u}_\theta$$

On a deux variables non indépendantes z et R (r est une constante puisqu' elle repère le point où on calcule le champ et non les points de la distribution sur lesquels on intègre).

On va effectuer un changement de variables et utiliser φ comme nouvelle et unique variable. On notera qu'il s'agit d'un angle orienté comme indiqué sur le schéma (pour lequel $\varphi < 0$).

On a :

$$\cos \varphi = \frac{r}{R} \quad \text{donc} \quad R = \frac{r}{\cos \varphi}$$

$$\tan \varphi = -\frac{z}{r} \quad \text{donc} \quad z = -r \tan \varphi \quad \text{et} \quad dz = -r(1 + \tan^2 \varphi)d\varphi = -\frac{r}{\cos^2 \varphi}d\varphi$$

φ varie de $+\frac{\pi}{2}$ à $-\frac{\pi}{2}$ quand z varie $-\infty$ à $+\infty$

Donc: $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{+\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{-r}{\cos^2 \varphi} d\varphi \frac{r \cos^3 \varphi}{r^3} \vec{u}_\theta$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi}{r} d\varphi \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} [\sin \varphi]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \vec{u}_\theta$$

Soit finalement:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

Définition légale de l'Ampère:

Elle est basée sur l'interaction entre deux fils conducteurs infinis et parallèles. D'après le calcul effectué plus haut, le fil 1 crée un champ magnétique :

$$\vec{B}_1(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

En notant r la distance du point M au fil rectiligne et en utilisant les coordonnées cylindriques.

Une longueur l du fil 2 subit donc une force magnétique :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = I_2 l \vec{u}_z \wedge \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d} \vec{u}_\theta = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{l}{d} \vec{u}_r$$

L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs rectilignes, infinis, parallèles, de section circulaire négligeable et distants de 1 m produit une force d'interaction entre ces deux conducteurs égale à $2 \cdot 10^{-7}$ N par mètre de conducteurs.

On fixe en même temps la constante μ_0 ou valeur de la perméabilité du vide à $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

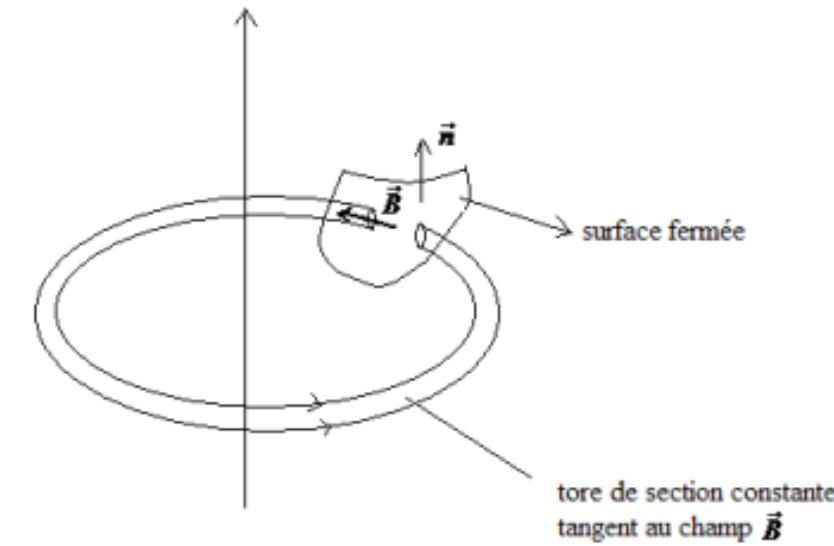
Propriétés du champ magnétique

A- conservation du flux

On a établi précédemment à partir de la loi de Biot et Savart que le champ magnétique créé par un fil pouvait s'écrire en coordonnées cylindriques :

$$\vec{B}_1(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

Soit un tore de section S constante centré sur l'axe du fil parcouru par un courant. Le flux du champ magnétique à travers toute section du tore est le même: le champ est colinéaire au vecteur surface orienté et la valeur du champ ne dépend que de la distance au fil qui est constante.



Le tore intercepte une surface fermée un nombre pair de fois, le flux étant alternativement entrant et sortant. Les contributions au flux sur la surface fermée sont donc opposées et au total s'annulent.

Pour décrire la totalité d'une surface fermée, il suffit de faire la même chose avec d'autres tores.

Le flux du champ magnétique créé par un fil infini à travers une surface fermée est donc nul.

Cas d'un élément de courant :

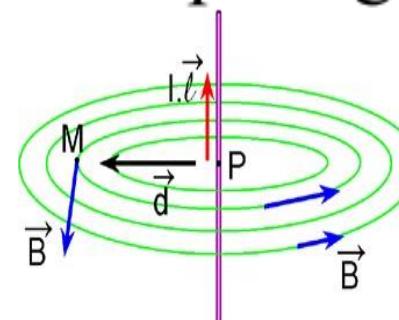
Soit un élément de courant $I\overline{dl} = Idl\vec{u}_z$ situé à l'origine O.

On a les mêmes propriétés de symétrie que pour le cas du fil rectiligne du paragraphe précédent. Il crée en $M(r, \theta, z)$ le champ magnétique élémentaire

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl\vec{u}_z \wedge (r\vec{u}_r - z\vec{u}_z)}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_\theta$$

On prend un tore identique à celui du paragraphe précédent et le flux du champ magnétique élémentaire sera le même à travers toute section du tore.

On obtient donc le même résultat au final: le flux du champ magnétique élémentaire à travers une surface fermée est nul.



Généralisation

D'après la loi de Biot et Savart, le champ magnétique dans le cas général résulte de la superposition des champs élémentaires :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in D} I \, d\vec{l}_P \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

En notant D la distribution.

Le calcul du flux à travers une surface orientée est une opération linéaire :

$$\begin{aligned}\Phi &= \iint_{M \in S} \vec{B}(M) \cdot d\vec{S}_M = \iint_{M \in S} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in D} I \, d\vec{l}_P \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} \right) \cdot d\vec{S}_M \\ &= \iint_{M \in S} \int_{P \in D} d\vec{B}_P \cdot d\vec{S}_M = \int_{P \in D} \iint_{M \in S} d\vec{B}_P(M) \cdot d\vec{S}_M = 0\end{aligned}$$

Car P et M sont indépendants l'un de l'autre, on peut donc intervertir l'ordre des intégrales. On intègre sur la distribution des contributions de flux élémentaires nulles d'après le paragraphe précédent.

**Le flux du champ magnétique à travers toute surface fermée est nul.
On dit que le champ magnétique est à flux conservatif.**

On a établi que le champ créé par un fil rectiligne infini s'exprime en coordonnées cylindriques par : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

Le calcul de la circulation du champ magnétique le long d'un contour C donne en coordonnées cylindriques :

$$\oint_{M \in C} \vec{B}(M) \cdot d\overrightarrow{OM} = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta \cdot (dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{u}_z) = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_C d\theta$$

On doit distinguer le cas où le contour C encercle le fil rectiligne infini et le cas où il ne l'encercle pas :

Enoncé du théorème d'Ampère :

Ce résultat se généralise à toute distribution de courants par le théorème d'Ampère.

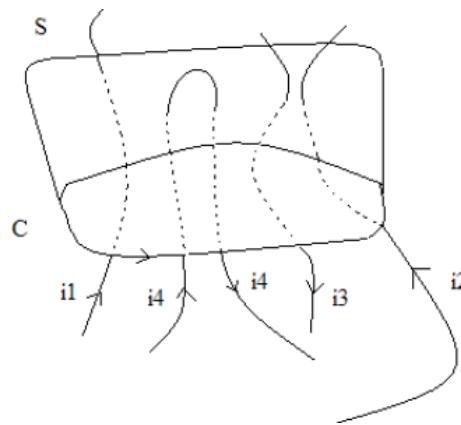
La circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé C est égale au produit de μ_0 par l'intensité totale qui traverse une surface quelconque s'appuyant sur C:

$$\oint_{M \in C} \vec{B}(M) \cdot d\overrightarrow{OM} = \mu_0 I_{enlacé}$$

Sur l'exemple de la figure ci-contre,

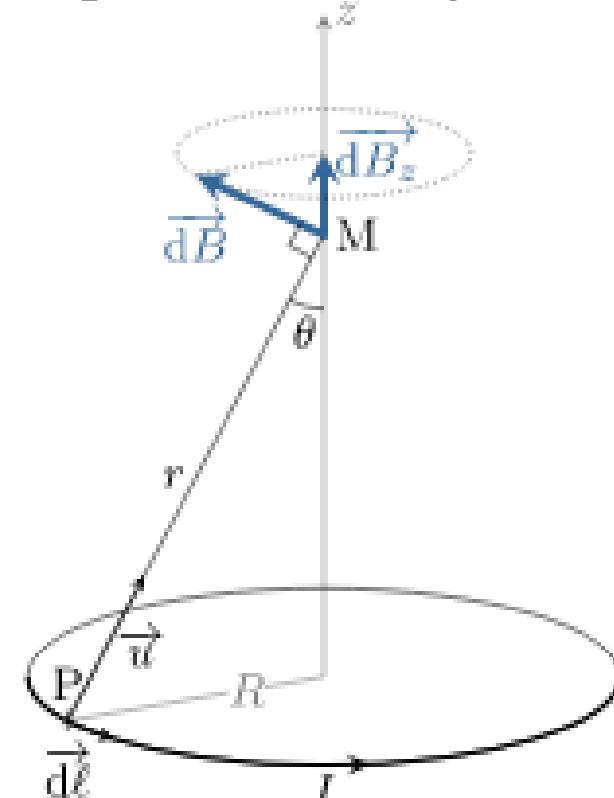
$$I_{enlacé} = i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_4 = i_1 + i_2 - i_3$$

Ce résultat est admis ici et sera établi à partir des équations de Maxwell.



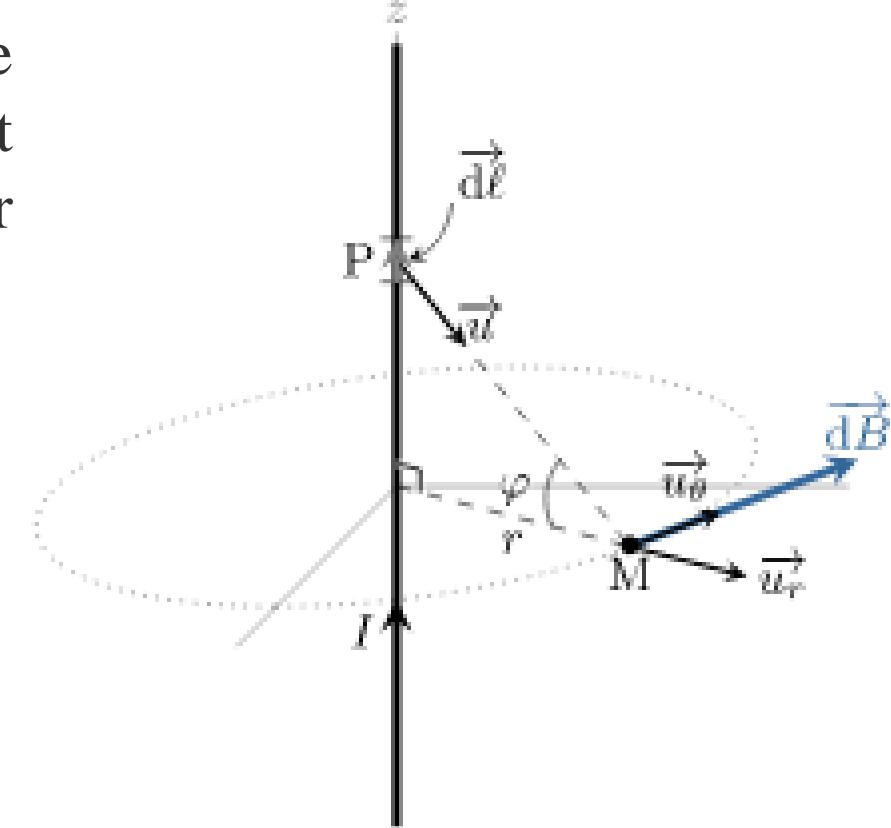
Les applications concernant le champ magnétique

Considérons un fil infini d'axe **Oz**, parcouru par un courant constant d'intensité **I** et cherchons le champ magnétique produit à la distance **r** du fil. À l'aide de la formule de Biot et Savart, on peut exprimer le champ magnétique **dB** produit par la portion de longueur **dℓ**.



$$\overrightarrow{B(O)} = \overrightarrow{B(M)} \times \sin\theta$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{P \in D} I d\vec{l}_P \wedge \frac{\overrightarrow{PM}}{|PM|^3}$$

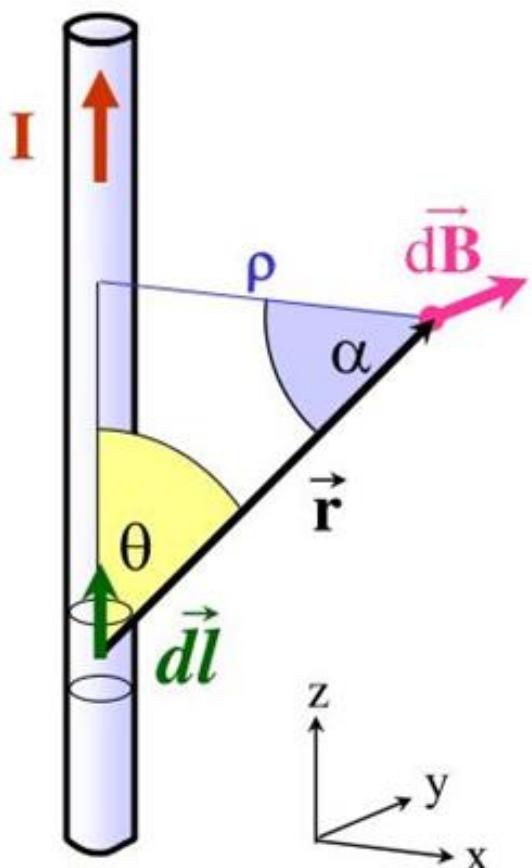


Commençons par étudier le champ magnétique produit par une spire circulaire de rayon **R** parcouru par un courant permanent d'intensité **I**. Dans le cas général, le calcul fait appel aux intégrales elliptiques ; on se contente ici d'étudier l'évolution du champ magnétique le long de l'axe (**Oz**) de la spire. Tout d'abord, appelons **θ** le demi-angle au sommet du cône formé par la spire et un point **M** de l'axe. D'après la loi de Biot et Savart.

Champ magnétique, loi de Biot et Savart

Quelques cas modèles de calcul du champ magnétique à partir de la loi de Biot et Savart

• Fil rectiligne infini



* Symétrie axiale + fil infini \Rightarrow **B ne dépend que de la distance au fil ρ .**

* Elément $d\vec{l} \parallel \mathbf{Oz} \Rightarrow d\vec{l} \wedge \vec{r} \parallel \text{plan Oxy.}$

$$* |d\vec{l} \wedge \vec{r}| = dl \ r \sin(\theta) \Rightarrow d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin(\theta)}{r^2}$$

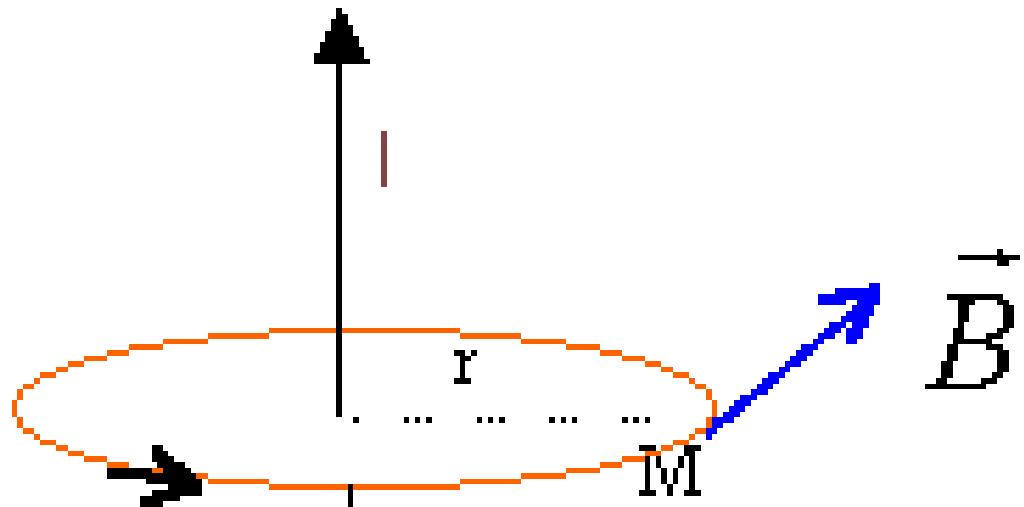
* On exprime dl , $\sin(\theta)$ et r en fonction de ρ et α .

- $l / \rho = \tan(\alpha) \Rightarrow dl = \rho d\alpha / \cos^2(\alpha)$
- $\sin(\theta) = \cos(\alpha)$
- $r = \rho / \cos(\alpha)$

$$* d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho} \cos(\alpha) d\alpha$$

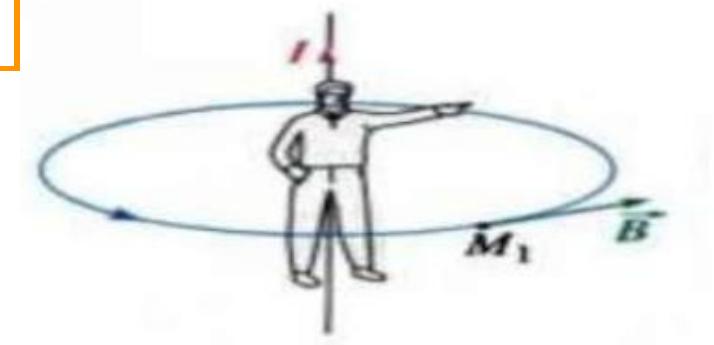
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho} [\sin(\alpha)]_{\alpha_1=-\pi/2}^{\alpha_2=\pi/2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}}$$

Détermination du champ magnétique pour un fil infini: utilisation du théorème d'Ampère :



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

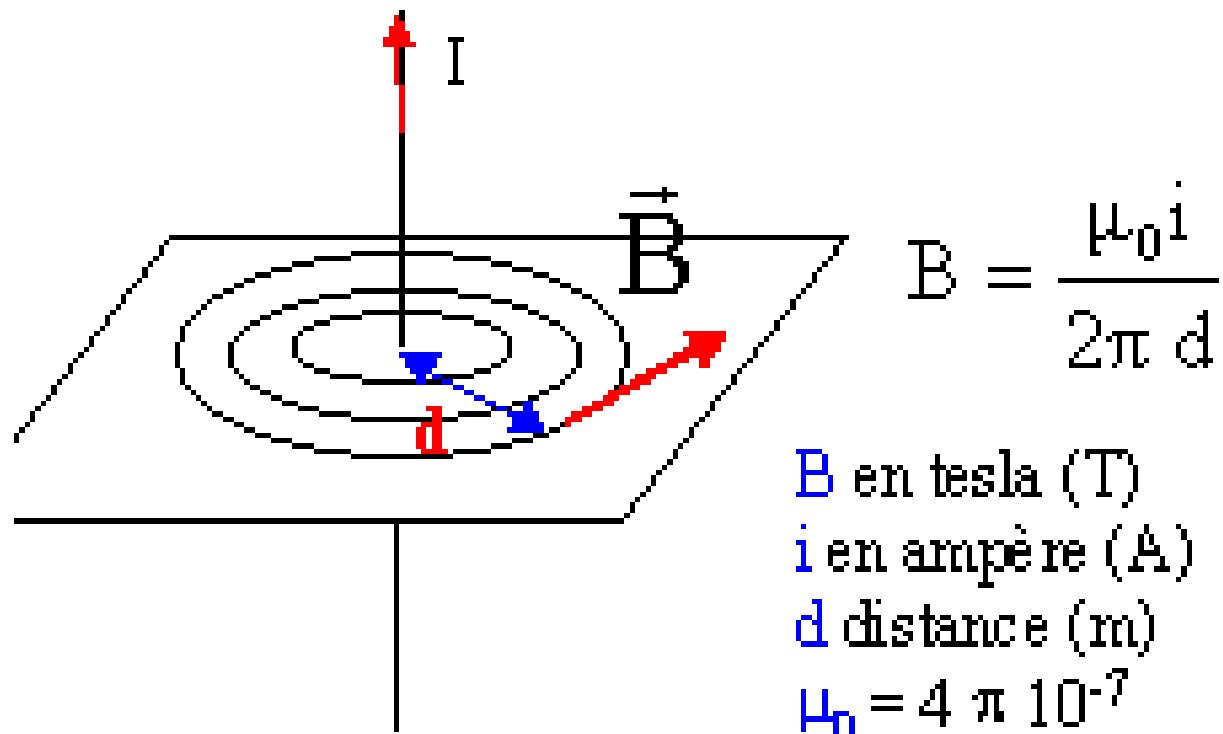
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C B r d\theta = 2\pi r B = \mu_0 I$$



La valeur du champ est proportionnelle à l'intensité I du courant électrique parcourant le fil. La constante de proportionnalité dépend de la géométrie du circuit électrique.

Bobine plate

Sur l'axe de la bobine, le champ magnétique est perpendiculaire au plan de la bobine.



Sens du champ:

L'observateur d'Ampère placé sur la bobine, le courant entrant par ses pieds et sortant par sa tête, indique le sens du champ magnétique par son bras gauche lorsqu'il regarde le centre de la bobine.

Bobine longue ou solénoïde

à l'intérieur le champ magnétique est uniforme (lignes de champ parallèles et valeur du champ constante)

Champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est la résultante de deux composantes:

B_H : composante horizontale du champ magnétique terrestre au point M.

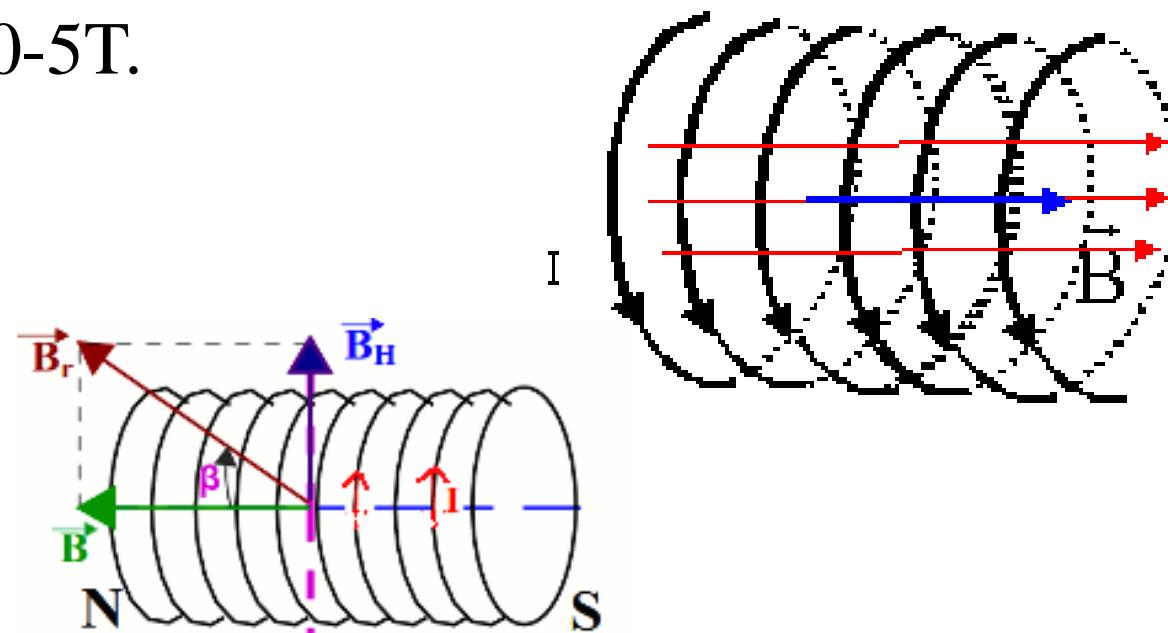
B_V : composante verticale du champ magnétique terrestre au point M.

à Paris $i = 64^\circ$ et $B = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

$$B_H = B \cos(i)$$

$$B_H = 4,7 \cdot 10^{-5} \cos(64)$$

$$B_H = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$



$$B = \frac{\mu_0 N i}{L}$$

B en tesla (T)

i en ampère (A)

L longueur (m)

$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$

N nombre de spires

On appelle solénoïde un ensemble de spires jointives connectées en série, donc traversées par le même courant et formant un cylindre.

Soit i le courant, L la longueur et N le nombre total de spires. Une tranche de solénoïde de

longueur dz contient $\frac{N.dz}{L}$ spires. Elle correspond

à un courant égal à $\frac{N.dz}{L}.i$

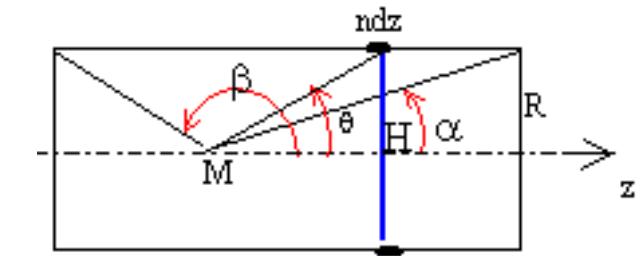
$$z = \frac{R}{\tan(\theta)}$$

$$dz = \frac{-R}{\sin^2(\theta)} \cdot d\theta$$

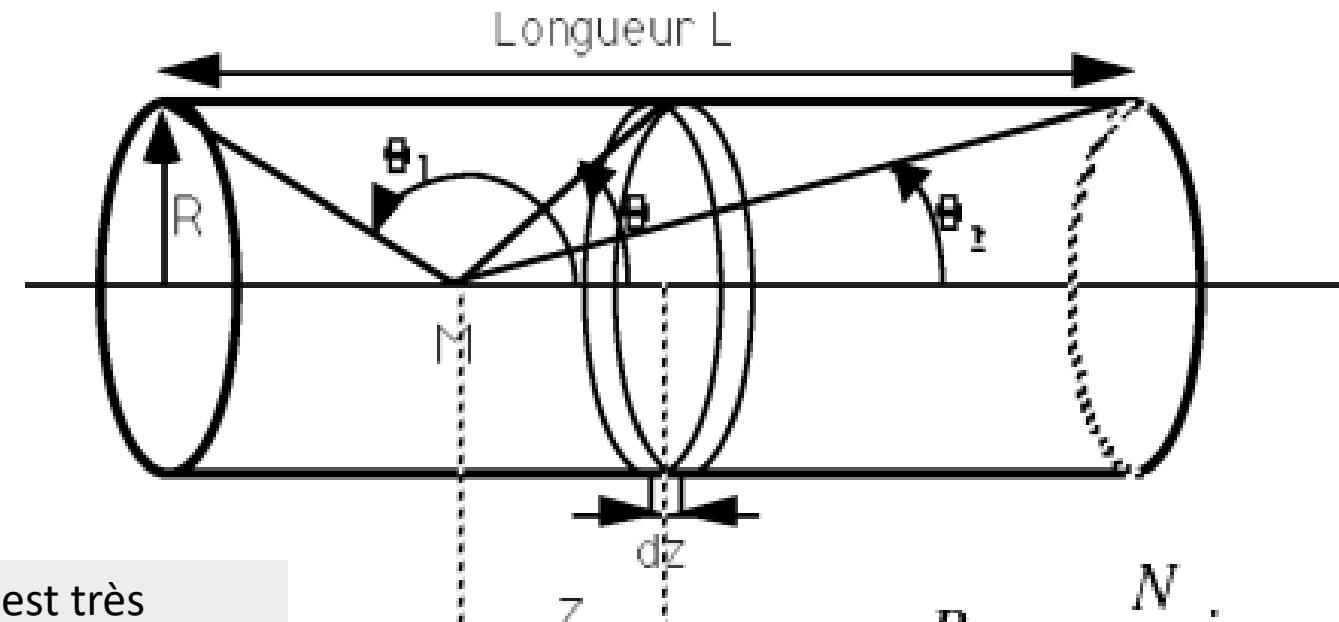
$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i \cdot \frac{\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)}{2} \quad \theta_2 = \pi - \theta_1$$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i \cdot \cos(\theta_2)$$

Si la longueur du solénoïde est très grande, est voisin de l'infini on obtient :



$$dB = \frac{\mu_0 I n}{2R} \sin^3 \theta dz$$

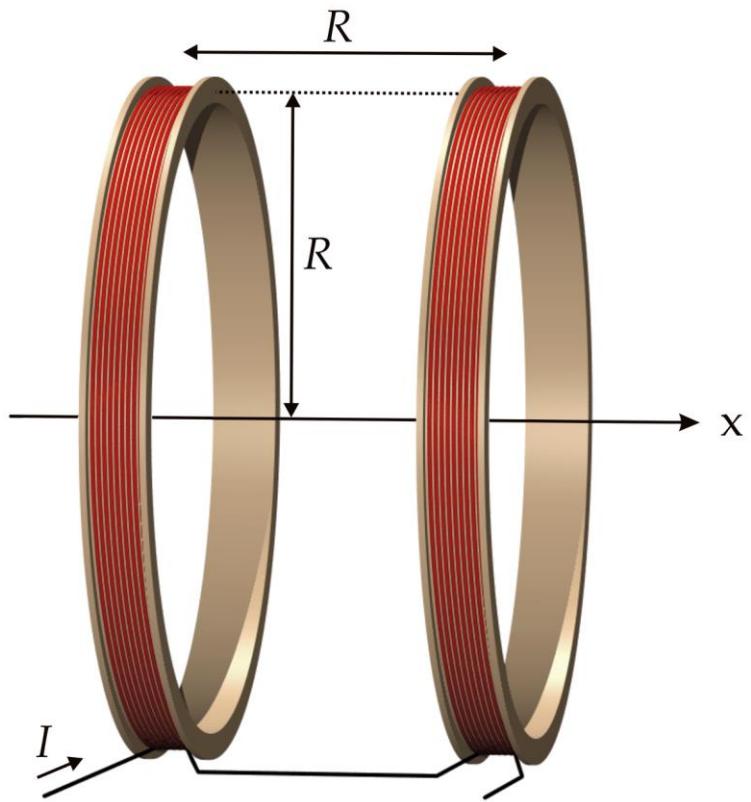


$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot i$$

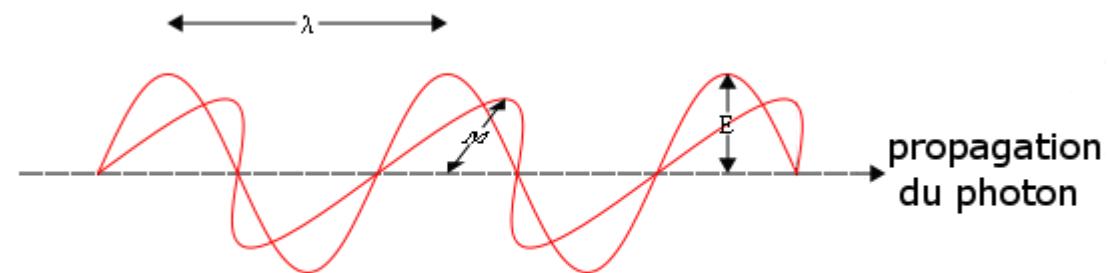
Bobines de Helmholtz

Les **bobines de Helmholtz**, du nom de *Hermann Lv. Helmholtz*, sont un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler du courant électrique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles-mêmes. Ce type de bobines est souvent utilisé en physique pour créer des champs magnétiques quasi-uniformes relativement faibles avec peu de matériel. On peut par exemple s'en servir pour éliminer le champ magnétique terrestre afin qu'il ne perturbe pas une expérience.

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left[\frac{1}{(R^2 + x^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - R)^2)^{3/2}} \right]$$



Contrairement au vecteur champ électrique, le vecteur champ magnétique est un pseudo-vecteur, son sens dépend de l'orientation de l'espace. Ceci provient de l'apparition d'un produit vectoriel notamment dans la loi de Biot et Savart. Ce produit vectoriel est un produit de deux vrais vecteurs (vecteurs dont la direction ne dépend pas de l'orientation de l'espace). On dit que l'espace est orienté dans le sens direct lorsque les trois vecteurs de sa base sont orientés dans le sens des trois doigts de la main droite. Ceci a une importance lorsque nous allons aborder les symétries, car un plan de symétrie transforme la base directe en base indirecte, et le vecteur champ magnétique changera de sens de part et d'autre de ce plan.

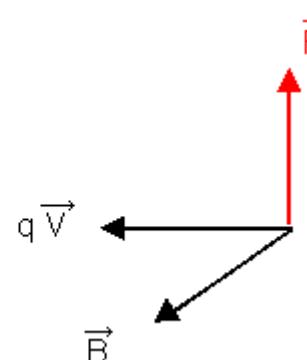
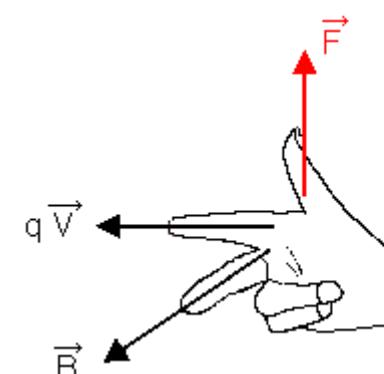
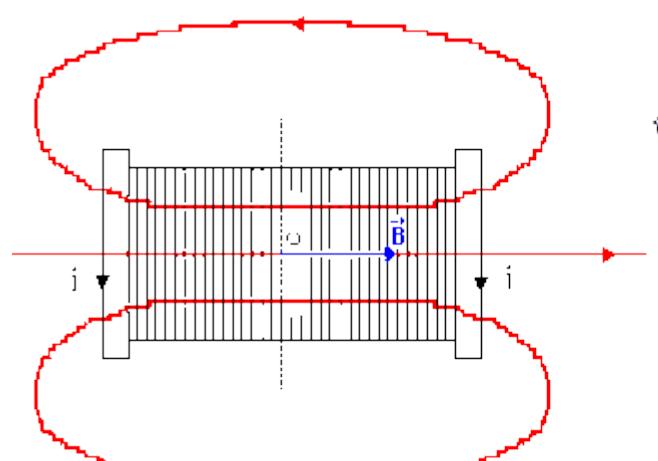
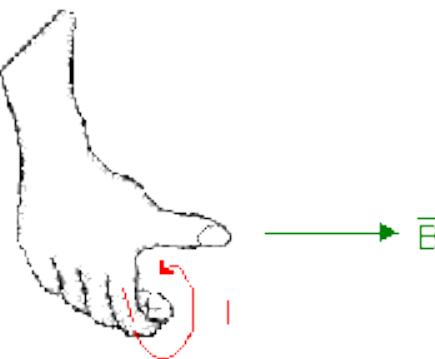
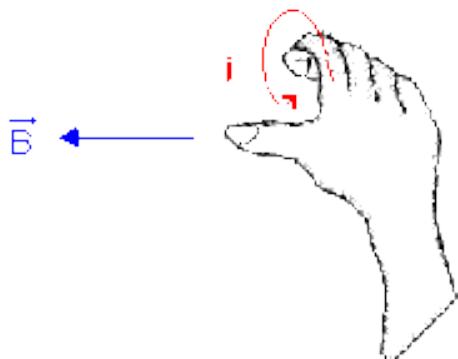
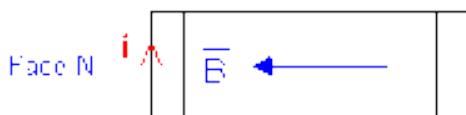


E = amplitude du champ électrique

M = amplitude du champ magnétique

λ = longueur d'onde

Différentes techniques d'orientation du champ magnétique



- Les vecteurs \vec{F} , $q \vec{V}$ et \vec{B} forment un trièdre direct que l'on matérialise par la règle de la main droite.

$$\vec{F} = q \vec{V} \wedge \vec{B}$$

Pouce, index, majeur de la main droite.

- Le vecteur \vec{F} est perpendiculaire au plan formé par $q \vec{V}$ et \vec{B} .

Etude des invariances

Le problème privilégie une seule direction celle du fil: on choisit les coordonnées cylindriques en prenant l' axe du fil pour axe Oz.

Le fil est infini, la distribution est invariante par translation suivant l' axe Oz. \vec{B} ne dépend donc pas de z.

Elle est également invariante par rotation autour de l' axe Oz donc \vec{B} ne dépend pas non plus de θ .

Les invariances de la distribution impliquent donc:

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$$

Conclusion:

Notre cours sur le champ électrique et magnétique nous a permis de mieux connaître ce phénomène grâce à une approche théorique. En effet, notre expérience a consisté à représenter le champ électrique et magnétique sur des exemples concrets (disque ou plan infini, et cylindre ou fil infini). De plus, nous pouvons utiliser l'outil informatique à la fois pour interpréter la théorie et pour visualiser l'expérience. Cela nous permettra d'apprécier la complémentarité de ces approches. Ainsi, ce cours a été l'occasion de pratiquer une approche scientifique du problème et de vérifier la théorie de la force de Lorenz.

Explication de l'algorithme

On a un tableau V de taille $N \times N$ des potentiels et un tableau ρ des charges. On a préalablement initialisé les tableaux à 0 partout et placé des points chargés dans le tableau ρ des charges. Par exemple pour une charge centrée : On doit initialiser

$$\rho[N/2, N/2] = \rho_0$$

Pour iterations de 1 à 1000

$V_{\text{copie}} = \text{np.copy}(V)$

Pour j de 1 à $N-1$ faire :

Pour i de 1 à $N-1$ faire :

$$V[i, j] = 1/4 * (V_{\text{copie}}[i+1, j] + V_{\text{copie}}[i-1, j] \\ + V_{\text{copie}}[i, j-1] + V_{\text{copie}}[i, j+1] + (\rho[i, j] * h)^2)$$

finpour

finpour

finpour

Grâce à ce programme, on obtient un gradient des valeurs du potentiel. Un tel gradient résulte de l'application de l'équation de laplace. Un extrait des valeurs trouvées est présentée ci-dessous dans le cas d'une charge ponctuelle (située 1ère colonne, 4ème ligne du tableau ci-dessous). Les paramètres utilisés sont : $L = 2.0$ (largeur de la cuve), $q = 3$ (charge totale) sur un tableau de $N = 20 \times 20$ points et un pas $h = L/(N - 1) \approx 0.1$.

Ces observations peuvent être faites indépendamment des phénomènes électrostatiques car la plupart des corps magnétiques sont électriquement neutres.



Train à sustentation magnétique



A Light for Science



Conclusion

Tout mouvement de charges, et notamment le courant électrique, est source de champ magnétique.

EPN SCIENCE CAMPUS – 71 AVENUE DES MARTYRS – 38000 GRENOBLE - FRANCE



1 SHUTTLE FROM LYON AIRPORT
SHUTTLE FROM & TO GENEVA AIRPORT

2 SHUTTLE TO LYON AIRPORT

3 TRAM B – Stop « Presqu'île »
From Grenoble (direction « Presqu'île »)
To Grenoble (direction « Plaine des sports »)

Chapitre II : Particule chargée dans un champ électrique et magnétique

Chapitre II : Particule chargée dans un champ électrique et magnétique

Force de Lorentz

Travail, puissance de la force de Lorentz et énergie mécanique

Application: le canon à électrons

Équations horaires du mouvement d'une charge dans un champ électrique constant

Applications: écran cathodique, expérience de Millikan de quantification de la charge

Particule chargée dans un champ magnétique: pulsation et rayon de giration

Applications: effet miroir, séparation isotopique, chambre à bulles, cyclotron, synchrotron

Équations horaires du mouvement d'une charge dans un champ magnétique constant

Application: guidage des particules en mouvement

Oscillateur harmonique dans un champ magnétique: effet Zeeman

Oscillateur harmonique excité par une onde électromagnétique: profil d'amortissement en fréquence, raies spectrales

Force de Lorentz: Rappel de l'expression

Comme cela a été vu précédemment, une particule chargée de masse m , de charge q et animée d'une vitesse \vec{v} subit :

-dans un champ électrique une force: $\vec{f} = q\vec{E}$

-dans un champ magnétique une force: $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

La force totale en présence d'un champ électrique et d'un champ magnétique est la somme des deux forces précédentes. On appelle force de Lorentz:

$$\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

On note que \vec{E} , \vec{B} et \vec{v} dépendent du référentiel

II. Mouvement dans un champ électrique

II.1 Equation du mouvement

-Système: particule chargée de masse m , de vitesse initiale \vec{v}_0 de charge q .

-Référentiel: on choisit un référentiel galiléen par exemple le référentiel du Laboratoire.

-Bilan des forces:

- Force d'origine électrique : $\vec{f} = q\vec{E}$

- Poids négligé.

-Choix de la méthode de résolution: principe fondamental de la dynamique.

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

En notant \vec{a} l'accélération de la particule.

II.2- Etude de la trajectoire

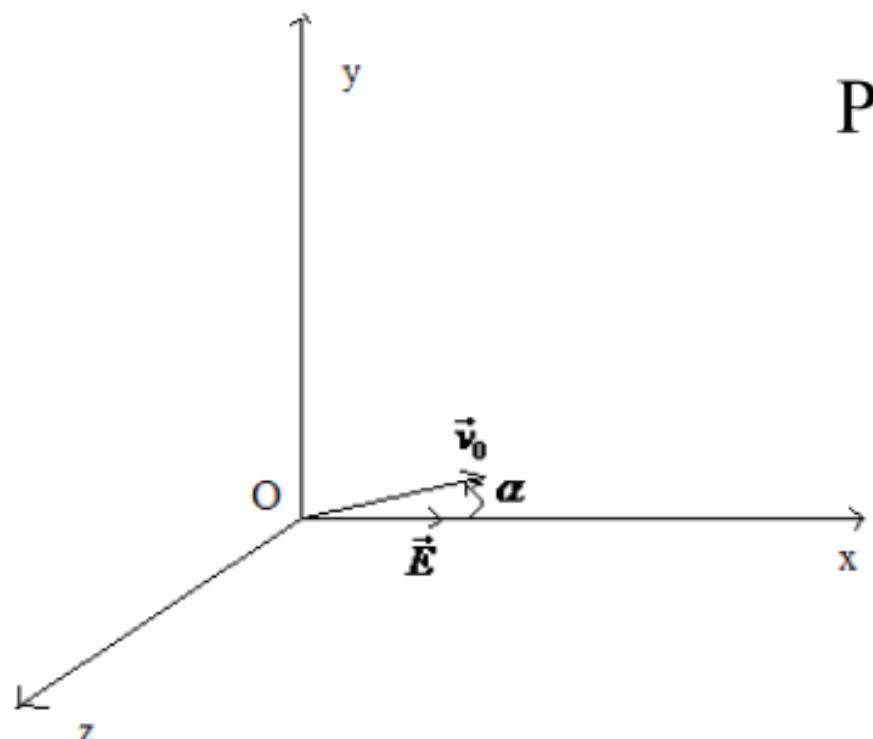
Comme le champ \vec{E} est indépendant du temps, on peut intégrer vectoriellement

$$\vec{v} = \frac{q\vec{E}}{m}t + \vec{v}_0$$

Et

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \vec{E} t^2 + \vec{v}_0 t$$

En prenant comme origine O la position initiale de la particule.



Par projection dans cette base, on obtient :

$$\begin{cases} x = \frac{qE}{2m} t^2 + v_0 t \cos \alpha \\ y = v_0 t \sin \alpha \\ z = 0 \end{cases}$$

La trajectoire s'obtient en éliminant le temps t dans les relations précédentes; le plus simple est d'obtenir t en fonction de y . On doit donc distinguer deux cas : le cas où $\alpha = 0$ et le cas où $\alpha \neq 0$, c'est-à-dire le cas où la vitesse initiale est parallèle au champ électrique et celui où elle ne lui est pas parallèle.

II.2.1 Trajectoire lorsque la vitesse initiale est parallèle au champ

Dans ce cas on a $\alpha = 0$ donc $\sin\alpha = 0$ et $\cos\alpha = 1$. La loi horaire du mouvement devient :

$$\begin{cases} x = \frac{qE}{2m} t^2 + v_0 t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

On a donc un mouvement rectiligne le long de l' axe Ox.

II.2.2 Trajectoire lorsque la vitesse initiale n' est pas parallèle au champ

On peut alors diviser par $v_0 \sin \alpha$ et obtenir $t = \frac{y}{v_0 \sin \alpha}$

En reportant dans l' équation horaire de x, on en déduit:

$$x = \frac{qE}{2mv_0^2 \sin^2 \alpha} y + y \cot \alpha$$

II.4 Déviation d' une particule chargée par un champ électrique

On se limite au cas où la vitesse initiale est perpendiculaire au champ électrique. Ce point ne limite en rien la généralité de l' étude: la vitesse initiale peut être décomposée en une composante parallèle au champ (qui donne lieu à une accélération) et une composante perpendiculaire qu' on va analyser ici.

D'autre part, on suppose que le champ électrique ne s'applique que dans une zone limitée de l'espace de taille L dans la direction perpendiculaire au champ ($0 < y < L$ en gardant les notations précédentes).

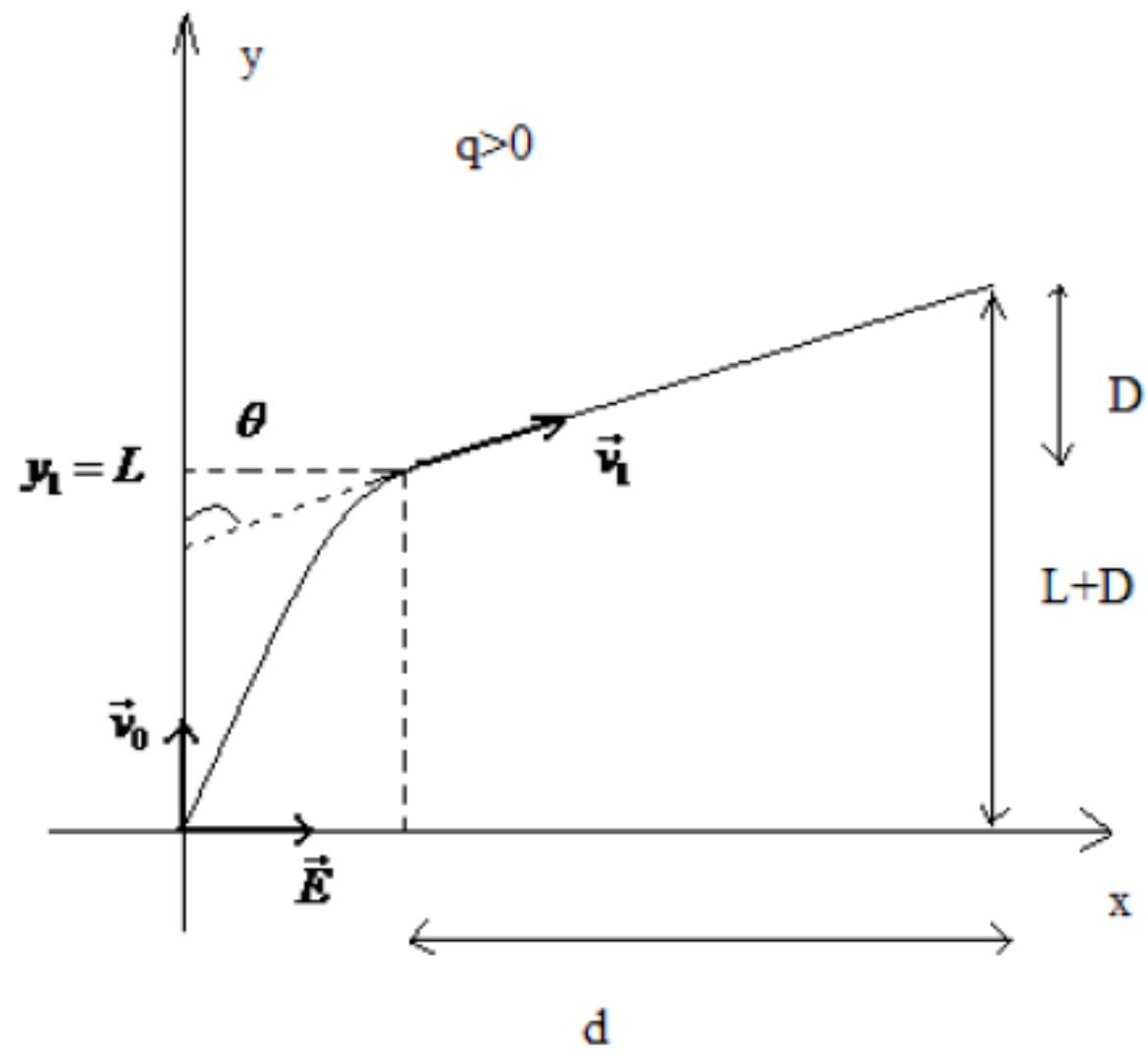
Dans ce cas, les équations horaires du mouvement sont les suivantes:

$$\begin{cases} x = \frac{qE}{2m} t^2 \\ y = v_0 t \end{cases}$$

La particule quitte la zone où règne le champ pour $y_1 = L$ soit à l'instant

$$t = \frac{L}{v_0}$$

Son abscisse est alors : $x_1 = \frac{qEL^2}{2mv_0^2}$



L'angle de déviation de la trajectoire est donné par :

$$\tan \theta = \tan(\vec{v}_0, \vec{v}_1) = \frac{\dot{x}_1}{\dot{y}_1}$$

$$\text{or } \dot{x} = \frac{qEt}{m} \text{ et } \dot{y} = v_0$$

$$\text{Donc } \dot{x}_1 = \frac{qEL}{mv_0} \text{ et } \tan \theta = \frac{qEL}{mv_0^2}$$

On peut également calculer la déviation $d = x_1 + d$ sur un écran situé à une distance D des plaques de déviation car la tangente de l'angle de déviation peut aussi s'exprimer en fonction de D et de d .

$$\tan \theta = \frac{d}{D} \text{ d'où } \delta = \frac{qEL}{mv_0^2} \left(\frac{L}{2} + D \right)$$

II.5- Mouvement d' une particule chargée dans un métal modèle de la loi d' Ohm locale

II.5.1- Mouvement d' une particule chargée dans un métal

Exemple: Mouvement d' un électron dans un câble électrique en cuivre.

-Application d' une DDP aux deux extrémités.

-Force de frottement proportionnelle à la vitesse(Présence des atomes et électrons).

Ce système est appelé modèle de Drude pour la conduction électrique dans les métaux.

PFD (principe fondamental de la dynamique):

-Système : particule chargée de masse m, de vitesse initiale v_0 , de charge q.

$$\text{On a : } m\vec{a} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

L'équation sans second membre : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \vec{0}$ admet comme solution :

$$\vec{v} = \vec{V}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On cherche une solution particulière constante de l'équation totale (son second membre est constant). On obtient : $\vec{v} = \frac{q\tau}{m}\vec{E}$

La solution globale s'écrit :

$$\vec{v} = \vec{V}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

$$\vec{v}_{\lim} = \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

Conclusion: le champ électrique accélère ou ralentit une charge dans son mouvement (dépend du sens de la force $q\vec{E}$ par rapport à \vec{v}_0)

Application: le canon à électrons (accélération)



Émission
d'électrons

Accélération

$\leftarrow \mathbf{E}$

Métal chauffé
(cathode temp T)
potentiel $V = 0$

Vitesse
d'émission
thermique des
électrons v_0

Potentiel $V > 0$

Vitesse des
électrons v à
déterminer

$$\frac{1}{2} mv^2 - e V = \frac{1}{2} mv_0^2 + 0 = \text{constante}$$

Comme $v_0 \ll v$

$$\rightarrow v = (2 e V / m)^{1/2}$$

$$V = 10\ 000 \text{ V} \rightarrow v = 0.2 \text{ C}$$

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = 3/2 k T \text{ (k constante de Boltzman)} \rightarrow v_0 = (3 k T / m)^{1/2}$$

$$T = 1000 \text{ K} \rightarrow v_0 = 0.0007 \text{ C} \rightarrow v_0 \ll C$$

Application 1 : oscilloscope à écran cathodique

E est créé par des plaques parallèles distantes de d , de longueur l et de différence de potentiel U

$$x = (\frac{1}{2} q E_x / m v_0^2) l^2 \quad \text{où } E_x = U_x/d$$

$$y = (\frac{1}{2} q E_y / m v_0^2) l^2 \quad \text{où } E_y = U_y/d$$

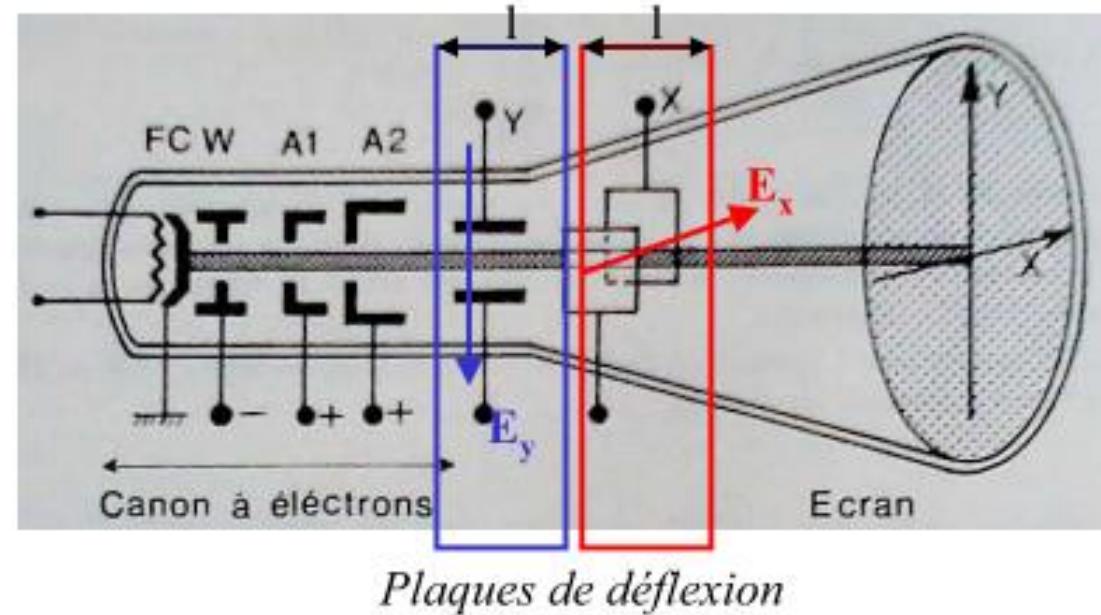
→ x, y proportionnels à U_x, U_y

Ci contre: variété de courbes de Lissajous obtenues en appliquant aux plaques de défexion x et y les tension

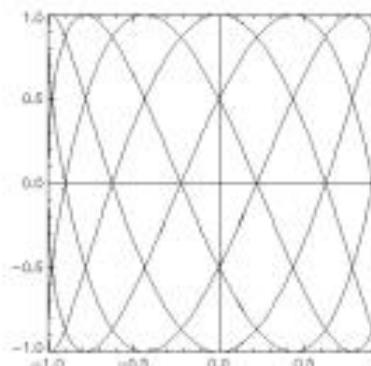
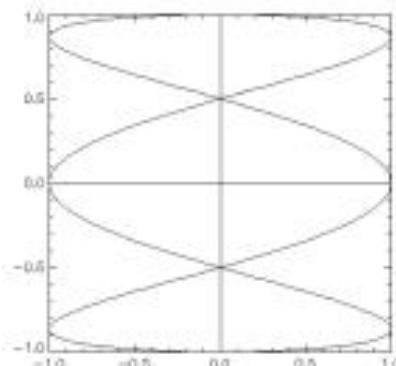
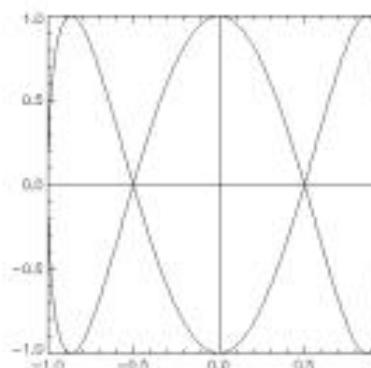
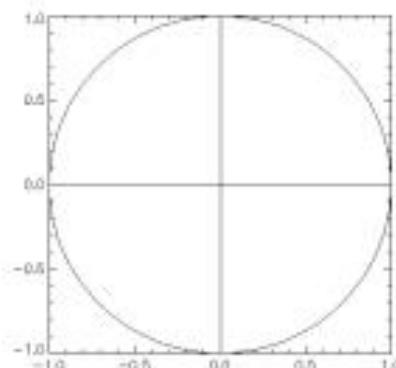
$$U_x = \cos(p t)$$

$$U_y = \sin(q t)$$

Pour p, q entiers ($p = q$ donne un cercle) →



Plaques de défexion



L'interprétation microscopique en reliant la densité de courant \vec{j} et le champ \vec{E} nous donne : $\vec{j} = nq\vec{v}$ où n est le nombre moyen de particules de charge q ayant une vitesse \vec{v}

D'après le modèle de Drude, en présence d'un champ électrique \vec{E} (ou soumis à une différence de potentiel V telle que $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$), les porteurs de charges acquièrent, après un régime transitoire de durée τ , une vitesse :

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E}$$

On en déduit l'expression de la densité de courant: $\vec{j} = \frac{nq^2\tau}{m} \vec{E}$

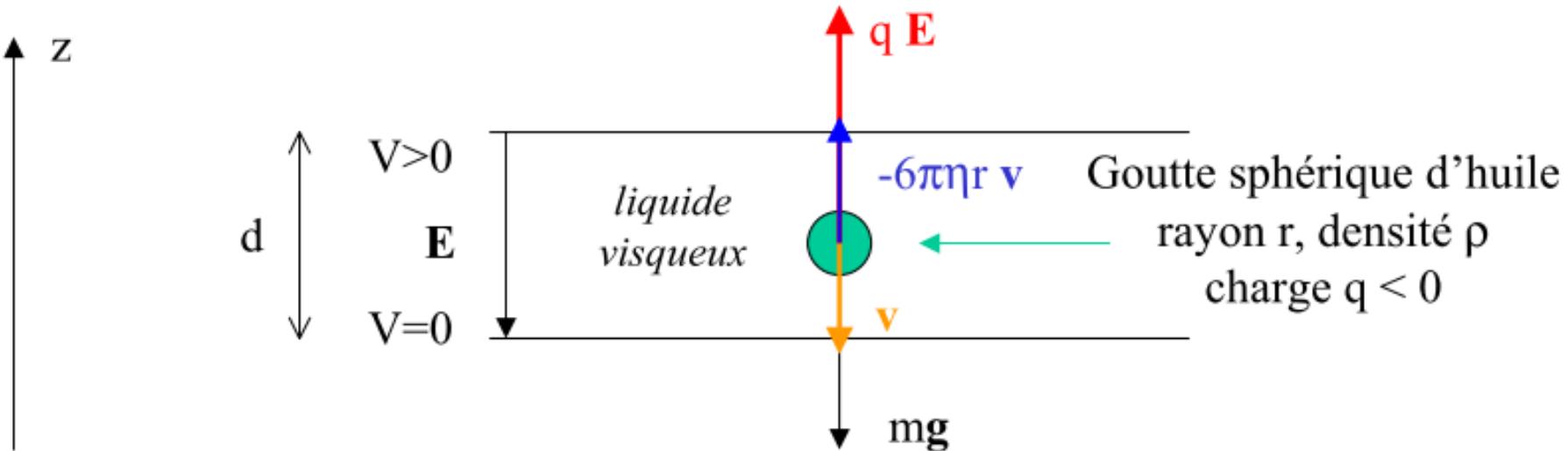
On sait que d'après la loi d'Ohm locale,

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \implies \gamma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

On notera que  est indépendant du signe des charges: les effets de charges opposées s'ajoutent. C'est la base de la conductimétrie en chimie.

Ce modèle interdit une variation rapide du champ électrique.

Application 2: expérience de Millikan sur la quantification de la charge



$$\text{PFD: } m \frac{dv}{dt} = (4/3\pi r^3 \rho) g - 6\pi\eta r v + q E = 0 \text{ à l'équilibre}$$

$$\text{poids} \quad \text{force de frottement} \quad \text{force électrique } E = -E e_z$$

$$\rightarrow 6\pi\eta r v = (4/3 \pi r^3 \rho) g + q E$$

$$\rightarrow v_z = - (1/6\pi\eta r) (4/3 \pi r^3 \rho g + q E)$$

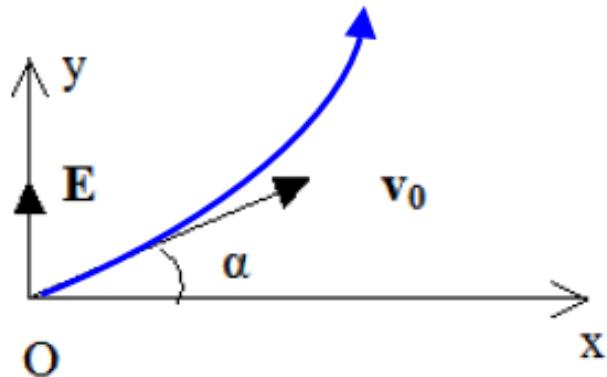
1) $E = V/d = 0 \rightarrow$ la mesure de v_z donne le rayon r de la goutte

2) On fixe $E = V/d$ tel que $v_z = 0 \rightarrow \boxed{q = -4/3 \pi r^3 \rho g / E}$

Résultat: on trouve statistiquement que la charge q est multiple d'une même quantité, la charge de l'électron $-e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Exemple:

la charge a pour coordonnées $[x(t), y(t)]$ et pour vitesse $[v_x(t), v_y(t)]$ dans le repère (xOy) ; en $t=0$, elle est au point O et possède la vitesse initiale \mathbf{v}_0 $[v_0 \cos(\alpha), v_0 \sin(\alpha)]$



$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = (q E / m) t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

mouvement à vitesse constante selon Ox
mouvement accéléré ou ralenti selon Oy

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ y(t) = (\frac{1}{2} q E / m) t^2 + v_0 \sin(\alpha) t \end{cases}$$

équation de la trajectoire:

$$y = (\frac{1}{2} q E / m) (x / v_0 \cos(\alpha))^2 + x \tan(\alpha)$$

Il s'agit d'une parabole. Si $\alpha = 0$ (E orthogonal à \mathbf{v}_0),

$$y = (\frac{1}{2} q E / m v_0^2) x^2$$

II.6-Mouvement dans un champ magnétique

Soit une particule de masse m , de charge q et de vitesse initiale \vec{v}_0 placée dans un champ magnétique \vec{B} . Etudions son mouvement.

II.6.1-Equation du mouvement– fréquence cyclotron

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \text{ soit } \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{q}{m}\vec{B} \wedge \vec{v} = \vec{\Omega} \wedge \vec{v}$$

En notant que $\vec{\Omega} = -\frac{q}{m}\vec{B}$ est un vecteur constant si \vec{B} l'est. On note

$$\omega_c = \|\vec{\Omega}\| = \frac{|q|}{m}B$$

$\|\vec{\Omega}\|$ est homogène à l'inverse d'un temps. C'est une fréquence ou une pulsation qu'on appelle pulsation cyclotron.

$$\text{Dans ce cas : } \vec{v} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} + \vec{v}_0$$

Car $\vec{\Omega}$ est constant.

II.6.2- Travail de la force magnétique

$\delta W = (q\vec{v} \wedge \vec{B})d\overrightarrow{OM}$ or $d\overrightarrow{OM} = \vec{v}dt$ est colinéaire à \vec{v} donc perpendiculaire à $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ on en déduit :

La force magnétique ne travaille pas.

Conséquence: L'énergie cinétique d'une particule chargée dans un champ magnétique seul est une constante du mouvement.

II.6.3- Etude de la trajectoire

La trajectoire est composée:

-d'un mouvement de translation rectiligne uniforme parallèlement au champ \vec{B} (la projection de la vitesse dans la direction du champ $v_{||}$ est constante),

-d'un mouvement circulaire dans le plan perpendiculaire au champ magnétique \vec{B} de rayon $R_\perp = \frac{mv_\perp}{|q|B}$, décrit la vitesse angulaire $\omega_c = \frac{|q|B}{m}$.

Dans le cas général, il s'agit d'un mouvement hélicoïdal. Le mouvement sera circulaire si la vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique (soit $v_{\parallel} = 0$).

Equations horaires du mouvement

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} = \vec{v}_{\perp} \quad \text{avec} \quad \vec{v}_{\parallel} = (\vec{v} \cdot \vec{B}) \frac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|^2}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{B}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{B} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{m} \cdot \vec{B} = 0$$

Donc $\vec{v} \cdot \vec{B}$ est constant.

On en déduit que:

1. \vec{v}_{\parallel} est une constante du mouvement,
2. Comme $\|\vec{v}\|$ est constant, le module v_{\perp} l'est aussi.

3. L'angle θ entre \vec{B} et \vec{v} est constant, car les modules des deux vecteurs le sont et que : $\vec{v} \cdot \vec{B} = vB \cos \theta = \text{constante}$

On pouvait aussi montrer d'une autre manière que

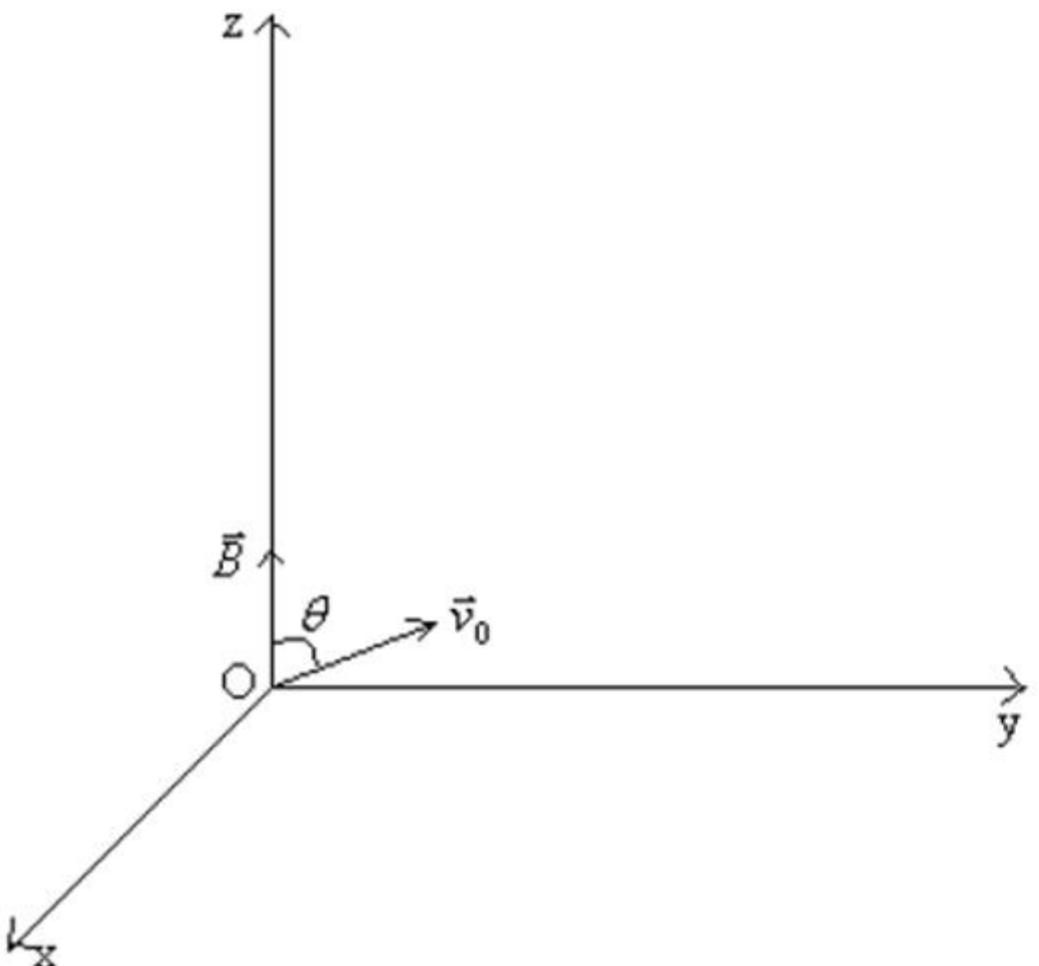
$$\vec{v} \cdot \vec{B} = (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}) \vec{B} + \vec{v}_0 \cdot \vec{B} = \left(-\frac{q}{m} \vec{B} \wedge \overrightarrow{OM} \right) \vec{B} + \vec{v}_0 \cdot \vec{B} = \vec{v}_0 \cdot \vec{B}$$

Le principe fondamental de la dynamique : $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Se traduit dans la base $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ par:

$$m \begin{vmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{vmatrix} = q \begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{vmatrix} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} m \ddot{x} = qB \dot{y} \\ m \ddot{y} = -qB \dot{x} \\ m \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

On commence par intégrer l'équation différentielle en z : $\ddot{z} = 0$ qui donne $z = v_0 \cos \theta = \text{constante}$ puis $z = v_0 t \cos \theta$ en utilisant les conditions initiales.



Il reste maintenant à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} m \ddot{x} = qB \dot{y} \\ m \ddot{y} = -qB \dot{x} \end{cases}$$

Ces équations sont couplées. On a deux façons de les résoudre :

- Intégrer l' une, injecter le résultat dans l' autre avant de la résoudre puis reprendre la première avec la solution connue,
- Utiliser une combinaison linéaire complexe et résoudre dans l' espace des complexes.

1. Méthode de substitution :

$$\dot{m}x = qBy + C$$

où C est une constante d' intégration.

Conditions initiales : $\ddot{x}(0) = 0$ et $y(0) = 0$ donc $C = 0$

On a donc $\dot{x} = \frac{qB}{m}y$ qu' on reporte dans l' autre équation :

$$\ddot{y} + \left(\frac{qB}{m}\right)^2 y = 0 \Leftrightarrow \ddot{y} + \omega_c^2 y = 0$$

La solution s'écrit : $y = C_1 \cos(\omega_c t) + C_2 \sin(\omega_c t)$

Détermination des constantes : conditions initiales $y(0) = 0 = C_1$ et

$$\dot{y} = v_0 \sin \theta = \omega_c C_2$$

Soit : $C_1 = 0$ et $C_2 = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c}$

et

$$y = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \sin(\omega_c t)$$

On reporte alors dans l'équation en \dot{x} :

$$\dot{x} = \omega_c \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \sin(\omega_c t) = v_0 \sin \theta \sin(\omega_c t)$$

L'intégration donne: $x = -\frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \cos(\omega_c t) + C$. Or $x(0) = C - \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} = 0$

$$\text{Donc } C = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \quad \text{et} \quad x = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} (1 - \cos(\omega_c t))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} (1 - \cos(\omega_c t)) \\ y = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c} \sin \omega_c t \\ z = v_0 t \cos \theta \end{array} \right.$$

On retrouve un mouvement hélicoïdal dans le cas général et un mouvement circulaire quand la vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique. En effet, on distingue :

-Une translation rectiligne uniforme le long de l'axe du champ magnétique \vec{B} : $z = v_0 t \cos \theta$

-Un mouvement circulaire dans le plan xOy perpendiculaire au champ.

On vérifie que

$$\left(\frac{\omega_c x}{v_0 \sin \theta} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\omega_c y}{v_0 \sin \theta} \right)^2 = 1$$

ou

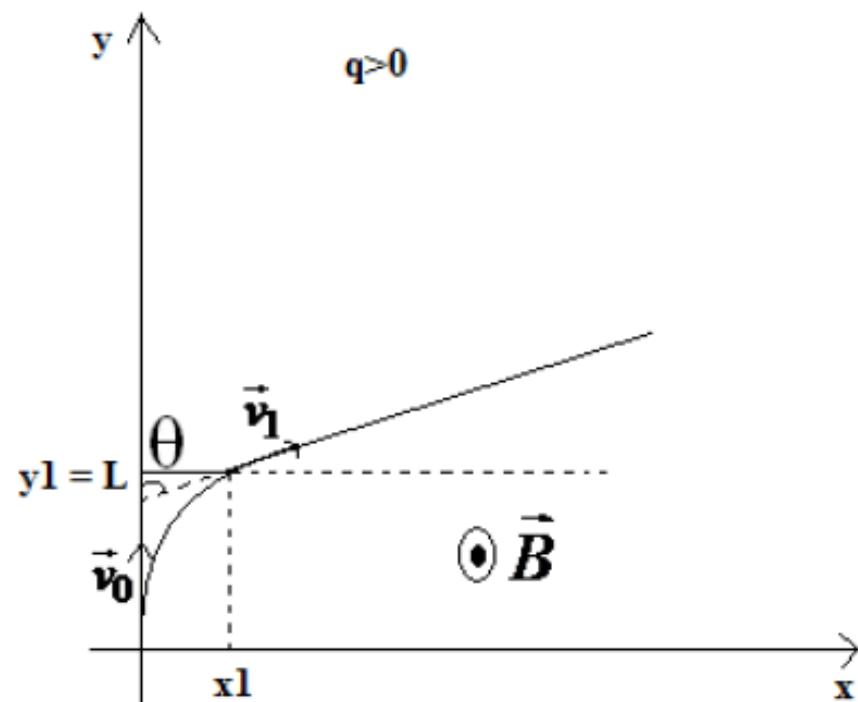
$$(x - x_0)^2 + y^2 = \rho^2$$

En notant $x_0 = \frac{v_0 \sin \theta}{\omega_c}$

On obtient donc l'équation d'un cercle de centre $C(x_0, 0)$ et de rayon ρ . Ce cercle est décrit à la vitesse angulaire ω_c . On retrouve bien les mêmes résultats.

On se place dans le cas d'une trajectoire circulaire, c'est-à-dire dans le cas où la vitesse initiale \vec{v}_0 (qu'on prendra suivant Oy) est perpendiculaire au champ magnétique \vec{B} qui est suivant Oz. On suppose que le champ n'existe que pour $0 \leq y \leq L$.

On cherche à déterminer l'angle de déviation θ de la trajectoire comme on l'a fait dans le cas d'un champ électrique.



$$\tan \theta = \tan(\vec{v}_0, \vec{v}_1) = \frac{\dot{x}_1}{\dot{y}_1}$$

La particule quitte la zone où règne le champ en $y = L$. Or $y = \frac{v_0}{\omega_c} \sin \omega_c t$ (l'angle entre la vitesse initiale et le champ vaut $\pi/2$).

Donc la particule est en $y = L$ à l'instant:

$$t_1 = \frac{1}{\omega_c} \arcsin \frac{\omega_c L}{v_0}$$

Les composantes de la vitesse sont alors:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_0 \sin \omega_c t_1 \\ \dot{y}_1 = v_0 \cos \omega_c t_1 \end{cases}$$

Donc

$$\tan \theta = \frac{v_0 \sin \omega_c t_1}{v_0 \cos \omega_c t_1} = \tan \omega_c t_1$$

Soit

$$\theta = \omega_c t_1 = \arcsin \frac{\omega_c L}{v_0}$$

Application: Télévision, moniteurs d'ordinateur, etc...

Posons: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$

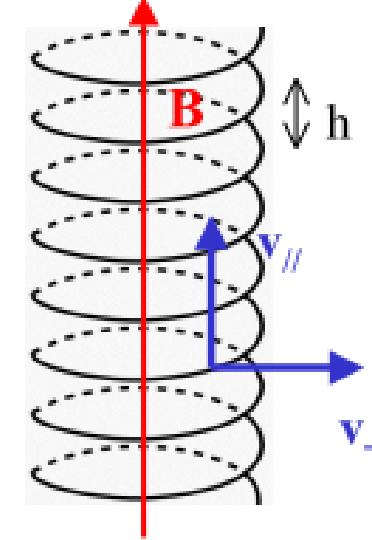
\mathbf{v}_{\parallel} dans la direction du champ magnétique

\mathbf{v}_{\perp} dans le plan orthogonal au champ

Conséquence pour un champ magnétique uniforme et constant

$$\mathbf{v}_{\parallel} \mathbf{B} = \text{constante} \quad \rightarrow \quad v_{\parallel} = \text{constante}$$

$$v^2 = v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2 = \text{constante} \quad \rightarrow \quad v_{\perp} = \text{constante}$$



$$\text{Si } v_{\parallel} = 0 \quad \text{alors} \quad m v_{\perp}^2 / R = q v_{\perp} B \quad \rightarrow \quad v_{\perp} = \Omega R$$

Le mouvement est plan et circulaire de rayon de courbure $R = |v_{\perp} / \Omega|$

La quantité $\Omega = |q B / m|$ porte le nom de pulsation gyromagnétique.

C'est une vitesse angulaire (unité: rd/s) de rotation dans un plan orthogonal au champ \mathbf{B} .

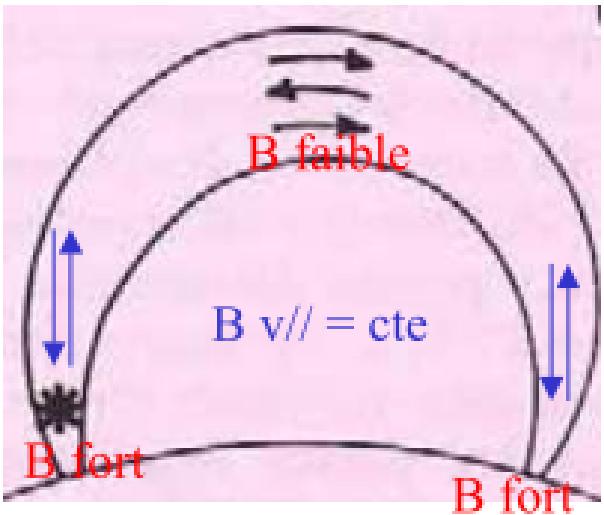
Si v_{\parallel} est non nul

Le mouvement est une hélice de rayon R dont l'axe est la direction du champ magnétique; son pas est $h = v_{\parallel} T = v_{\parallel} (2\pi/\Omega)$; la vitesse de dérive sur l'axe de l'hélice est v_{\parallel}

Conclusion: les charges sont déviées et guidées par un champ magnétique. L'énergie cinétique de la particule ne varie pas.

Applications:

1 - le phénomène de piégeage de charges par miroir magnétique dans la couronne solaire



A la surface du Soleil, le phénomène de miroir magnétique se produit lorsqu'une particule chargée se déplace d'une zone de champ magnétique B faible (sommet d'une arche magnétique) vers ses pieds d'ancrage où B est fort. La vitesse de dérive $v_{//}$, maximale au sommet de l'arche, diminue vers ses pieds, peut s'annuler et s'inverser.

2 – séparation isotopique par un champ magnétique

Pour q , B , v_0 donnée,
 R proportionnel à la masse m
(les isotopes diffèrent par le
nombre de neutrons)

