

Parte A

El problema de las elecciones de la AFA podría ser catalogado como un problema de Satisfacibilidad Booleana. Podemos definir que un problema SAT es un problema donde, a partir de una expresión booleana formada a partir de variables y operadores (trabajaremos con And, Or y Not), queremos determinar si existe una asignación de valores para las variables que derivan en que la expresión sea verdadera. Por ejemplo, podemos tener una expresión booleana de la siguiente forma:

$$(x_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_4) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_3)$$

Para el estudio de este tipo de problemas, se puede utilizar la notación CNF:

- Los archivos suelen comenzar con una sección de comentarios que define el problema. Los comentarios en estos archivos se indican con la letra **c**.
- Luego de la sección de comentarios viene una línea donde se define el problema. Esta línea es de la forma:

p cnf VARIABLES CLAUSULAS

- Por último, viene la definición de cada una de las cláusulas. Las variables se numeran de 1 a n. Si el número es negativo quiere decir que la variable aparece en forma negada. Las cláusulas pueden expresarse en más de una línea. Cada cláusula termina cuando se ingresa un **0**.

Por ejemplo, podríamos expresar la expresión booleana en notación CNF¹:

```
c Example CNF format file
c
p cnf 4 3
1 3 -4 0
4 0 2
-3
```

Los softwares como GLPK o CPLEX cuentan con herramientas especiales para resolver este tipo de problemas. Por ejemplo, para obtener la solución de un problema expresado en este formato con GLPK deberíamos ejecutar el comando `glpsol` con la opción `--minisat`:

```
glpsol --minisat --cnf <archivo_cnf> [-o <archivo_output>]
```

Podríamos modificar el objetivo de un problema de SAT de forma tal de que en vez de tratar de determinar un valor de variables para que la expresión sea verdadera, busquemos maximizar la

¹ Para leer más de la notación se puede consultar el documento referenciado desde :
<http://www.cs.ubc.ca/~hoos/SATLIB/benchm.html>

cantidad de cláusulas verdaderas. En este caso, en vez de ser un problema de decisión, sería uno de maximización.

Se pide:

1. Armar una expresión booleana a partir del enunciado de la primera entrega del TP. Expresarlo también en formato CNF.
2. Utilizando los comandos incorporados por GLPK o CPLEX para la resolución de problemas SAT, se pide explicar la solución obtenida luego de ejecutar el programa para los conjuntos de datos:
 - a. Elaborado en el punto 1.
 - b. `datos2.cnf`²
 - c. `datos3.cnf`³
 - d. `datos4.cnf`⁴
3. Desarrollar un programa, que a partir de archivos en formato `cnf`, genere modelos para resolver el problema de **maximización** utilizando programación lineal. Explicar lo obtenido luego de ejecutar el programa para los conjuntos de datos:
4. Elaborado en el punto 1
 - a. `datos2.cnf`
 - b. `datos3.cnf`
 - c. `datos4.cnf`
5. Tomando como base las ejecuciones sobre el archivo `datos4.cnf`, graficar, en función del tiempo de ejecución, el actual valor del mejor funcional obtenido y el mejor funcional que podría llegar a obtenerse. Compararlo con la solución óptima en caso de ser conocida.
6. Desarrollar una heurística que reciba como entrada archivos en formato `cnf` y obtenga una solución para el problema de maximización de SAT. Explicar lo obtenido luego de ejecutar el programa para los conjuntos de datos:
 - a. Elaborado en el punto 1
 - b. `datos2.cnf`
 - c. `datos3.cnf`
 - d. `datos4.cnf`
7. Comparar los resultados obtenidos en los puntos 2, 3 y 4.

En todo momento, pueden interrumpir la ejecución de una corrida luego de tres horas sin llegar a un resultado. En esos casos capturar la pantalla luego de interrumpirla.

² Extraído del banco de datos SATLIB - Benchmark problems:
<http://www.cs.ubc.ca/~hoos/SATLIB/benchm.html>

³ Extraído de la competición SAT 2014. URL:
<http://goo.gl/ESKGXy>

⁴ Extraído del banco de datos SATLIB - Benchmark problems:
<http://www.cs.ubc.ca/~hoos/SATLIB/benchm.html>

Parte B

Cada una de las siguientes preguntas debe responderse a partir de los resultados de la corrida de LINDO indicada a continuación, sin realizar una nueva corrida del software. Si consideras que la información del resultado del software no es suficiente, indicá qué datos faltan y qué se puede decidir con la información disponible. Cada pregunta se responde en forma independiente.

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3650.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
VEG	1050.000000	0.000000
PAN	500.000000	0.000000
HVEG	70.000000	0.000000
HCAS	50.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
HOMBRES)	0.000000	30.000000
MOVEG)	0.000000	2.000000
MOPAN)	0.000000	0.000000
MINCAS)	0.000000	-30.000000
CAPCAS)	0.000000	1.000000

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
VEG	3.000000	INFINITY	2.000000
PAN	1.000000	2.000000	1.000000
HVEG	0.000000	INFINITY	30.000000
HCAS	0.000000	30.000000	INFINITY

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
HOMBRES	120.000000	33.333332	0.000000
MOVEG	0.000000	500.000000	0.000000
MOPAN	0.000000	INFINITY	0.000000
MINCAS	50.000000	0.000000	33.333332
CAPCAS	1550.000000	0.000000	500.000000

- Contestar Verdadero o Falso y justificar.
 - A. Conviene cosechar vegetales antes que pan. Si por ejemplo disponemos de un hombre más, podremos aumentar nuestra cantidad de raciones en $15 \cdot 3 = 45$.
 - B. Sin importar la cantidad de hombres que se disponga (superior a 50), siempre se garantizará un mínimo de 500 kg de pan ya que tenemos que destinar al menos 50 hombres al castillo y cada uno de estos hombres puede hornear hasta 10 kilogramos de pan.
- Les ofrecen 50 hombres de una aldea vecina que se dedica a hacer pimienta que podría encargarse de la tarea de cuidar el castillo. A cambio les piden una cierta cantidad de raciones. ¿Hasta cuántas raciones estarían dispuestos a dar a cambio de los 50 hombres?
- ¿Cómo se vería modificada nuestra solución si se descubriera un proceso que nos permitiera aumentar a 4 la cantidad de raciones que se saca a partir de un kilo de pan? Dar el nuevo valor del funcional o, en caso de modificarse la estructura de la solución óptima, una cota del valor del mismo.
- ¿Qué creen que pasa si reducimos la cantidad de hombres disponibles a, por ejemplo, 115?