(71.14) Modelos y Optimización

Gayoso, Gabriel
Keklikian, Nicolás
Salas, Cristian

Problema SAT

- Lógicamente, disjunción de uniones

$$(x \text{ OR } y \text{ OR } z) \text{ AND } (x \text{ OR } \bar{y} \text{ OR } z) \text{ AND}$$

$$(x \text{ OR } y \text{ OR } \bar{z}) \text{ AND } (x \text{ OR } \bar{y} \text{ OR } \bar{z}) \text{ AND}$$

$$(\bar{x} \text{ OR } y \text{ OR } z) \text{ AND } (\bar{x} \text{ OR } \bar{y} \text{ OR } \bar{z})$$

Problema de maximización

- Se desea que sean verdaderas la mayor cantidad de restricciones posibles
- Cumplir todas las restricciones implica resolver el SAT asociado

$$Y1 = X \cup Y \cup Z$$

$$Y2 = X \cup \overline{Y} \cup Z$$

$$Y3 = X \cup Y \cup \overline{Z}$$

$$Y4 = X \cup \overline{Y} \cup \overline{Z}$$

$$Y5 = \overline{X} \cup Y \cup Z$$

$$Y6 = \overline{X} \cup \overline{Y} \cup \overline{Z}$$

$$MAX : Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5 + Y6$$

Heurística

- No se trata de resolver el problema de maximización, sino de hallar algún posible máximo
- Primera idea: heurística golosa (greedy)
- Una variable y su negación son consideradas variables distintas inconexas
- 1. Hallar la variable que más aparece
- 2. Quitar las restricciones en que aparece
- 3. Quitar su negación del sistema
- 4. GOTO 1

Heurística

- Problema: no considera cuando la variable es la única restante en una restricción
- Fallaría en caso de tener el sistema

X or Y

X or Z

-X

- Se pueden cumplir las tres restricciones
- Solo estaríamos cumpliendo las primeras dos

Heurística

- Solución: dar peso a cada restricción según la cantidad de variables que tiene
- El peso de una variable es la suma de los pesos de las restricciones en las que aparece
- En cada paso elegimos la variable con mayor peso
- Si asignamos igual peso a todas las restricciones, tenemos la misma heurística que antes
- Lo único que importa es la proporción entre los distintos pesos

Heurística

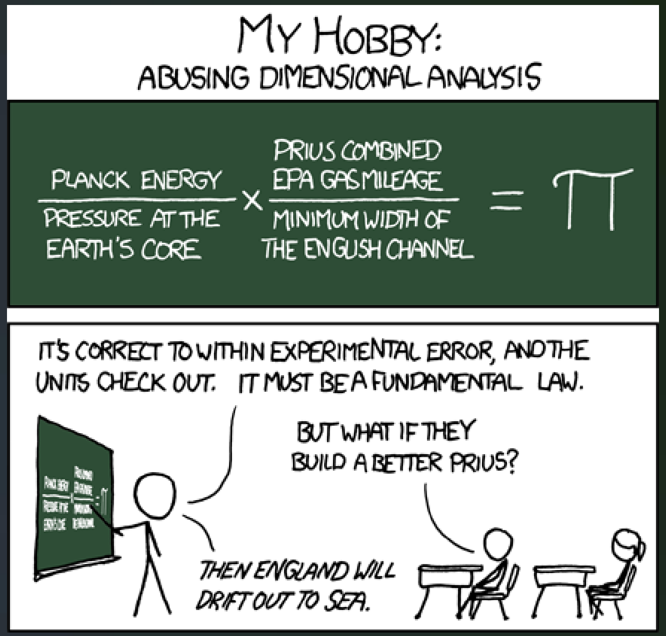
- Como la heurística es veloz para conjuntos de datos chicos, se probaron distintas proporciones.
- En estos conjuntos, cada restricción tiene a lo sumo tres variables.
- Solamente importan dos proporciones
- Se variaron en valores enteros del uno al cien
- Soluciones óptimas:

Dejar una restricción sin cumplir en cada conjunto

Dejar más de dos restricciones sin cumplir en uno pero resolver el otro

Heurística

- Se optó por dejar una restricción sin cumplir en ambas
- Se observó que la proporción entre el peso de una restricción con dos variables y el peso de una con tres debía ser exactamente siete (en algunos casos, seis)
- La proporción entre el peso de una restricción con una única variable y el peso de una con dos variables podía tomar una gran cantidad de valores
- Dejando fijo el siete, se probó variando las demás proporciones para el conjunto de datos grande

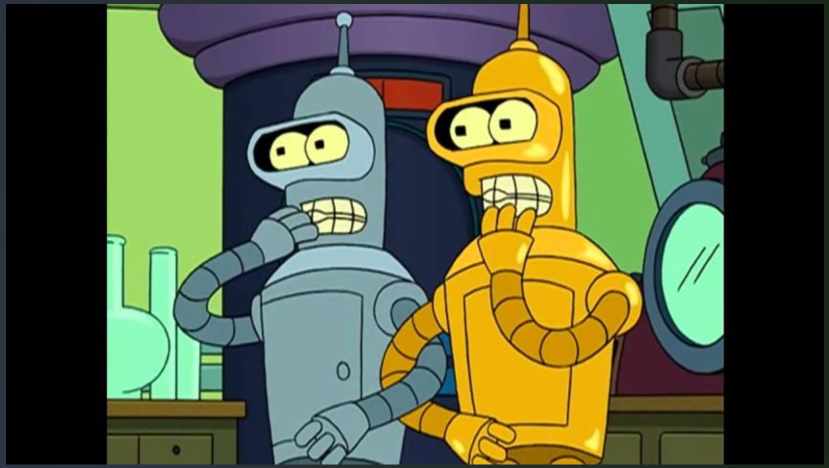


Heurística

- El mejor resultado hallado fue una proporción igual a siete entre una restricción con N variables y una con N+1 variables
- Una variable que aparece sola en una restricción pesa tanto como una variable que solo aparece en siete restricciones, cada una de dos variables
- Se dejaron 51 restricciones sin cumplir para el conjunto de datos grande

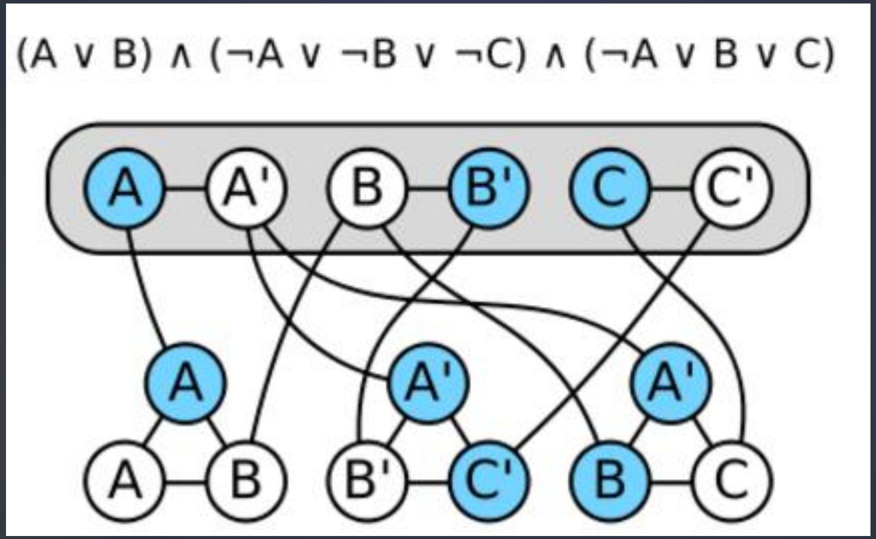
Problemas

- No se considera la conexión entre una variable y su negación
- Ejemplo:
  Las variables más pesadas halladas son X, con peso 10 e Y con peso 9
  Sin embargo, -X tiene peso 8, mientras que –Y tiene peso 0
  Convendría elegir Y en vez de X



Problemas

- No se considera la naturaleza de grafo del problema



Posible mejora

- Hacer backtracking
- En cada paso se consideran las dos variables con más peso y se abre el árbol
- Problemas:
  Hay tantos pasos como variables en el problema original
  Es de orden exponencial
  Compararíamos muchos casos idénticos innecesariamente