

الگوریتم توان رسانی

شبه‌کد زیر الگوریتم محاسبه x^k به ازای تمام مقادیر k است.

```
1 def Pow( $x, k$ ):  
2      $y \leftarrow x, i \leftarrow k, a \leftarrow 1$   
3     while  $i > 0$ :  
4         if  $i$  is odd:  
5              $a \leftarrow a \times y$   
6              $y \leftarrow y \times y$   
7              $i \leftarrow \lfloor \frac{i}{2} \rfloor$   
8     return  $expression$ 
```

- به جای عبارت $expression$ چه عبارتی باشد تا الگوریتم به درستی کار کند؟ شیوه کارکرد الگوریتم را به طور کامل توضیح دهید. (۴۰ نمره)
- پیچیدگی زمانی الگوریتم را با تحلیل کد محاسبه کنید. (۲۰ نمره)
- درستی الگوریتم را به کمک Loop invariant اثبات کنید. (۴۰ نمره)