

1. Momentos

El momento de una imagen está asociado con la distribución de la intensidad de los pixeles contenidos dentro de ella.

En forma discreta el momento de una imagen se expresa como dos sumatorias

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{\infty} x^p y^q f(x, y)$$

Figura 1: Ecuación momento discreto

Donde la suma de los coeficientes p y q definen el orden del momento.

Para hacerlo invariante a la translación se le resta su centroide. Así se obtiene el momento central.

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{\infty} \sum_{y=0}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$$

Figura 2: Ecuación Momento Central

2. Momentos de Hu

Hu propone 7 ecuaciones invariantes a la translación, escala, rotación y reflexión. Estos 7 momentos se calculan utilizando los momentos centrales normalizados.

En 3 se muestran las ecuaciones de Hu

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \eta_{20} + \eta_{02} \\ \phi_2 &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2 \\ \phi_3 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \\ \phi_4 &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \\ \phi_5 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ &\quad + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} - \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ \phi_6 &= (\eta_{20} - \eta_{02})(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\ \phi_7 &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\ &\quad + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} - \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \end{aligned}$$

Figura 3: Ecuaciones Momentos de Hu

Donde la ecuación para un momento central normalizado se muestran en la figura 4

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^\gamma} \text{ para una } \gamma = \frac{p+q}{2} + 1$$

Figura 4: Momento Central Normalizado

3. Implementación del algoritmo

Se programó el algoritmo en Matlab, el código se muestra a continuación:

```
1
2 clc
3 clear all
4 close all
5
6 %%Leer imagen de entrada
7 input=imread('triangle.jpg');
8 %%Pasar entrada a escala de grises
9 image_i = rgb2gray(input);
10 image_i= im2double(image_i);
11
12 image_rot = imrotate(image_i, 180);
13
14 figure
15 imshow(image_i); title('Imagen');
16
17 % figure
18 % imshow(image_rot); title('Imagen Rotada');
19
20 %%imagen a procesar
21 image=image_i;
22
23
24 %%Calcular los momentos centrales necesarios para las ecuaciones de Hu
25 mu_11 = momento_central(image ,1,1);
26 mu_20 = momento_central(image ,2,0);
27 mu_02 = momento_central(image ,0,2);
28 mu_21 = momento_central(image ,2,1);
29 mu_12 = momento_central(image ,1,2);
30 mu_03 = momento_central(image ,0,3);
31 mu_30 = momento_central(image ,3,0);
32
33 %%Calcular resultado de las Ecuaciones de Hu
34 h_1 = mu_20 + mu_02;
35 h_2 = (mu_20 - mu_02)^2 + 4*(mu_11)^2;
36 h_3 = (mu_30 - 3*mu_12)^2 + (3*mu_21 - mu_03)^2;
37 h_4 = (mu_30 + mu_12)^2 + (mu_21 + mu_03)^2;
38 h_5 = (mu_30 - 3*mu_12)*(mu_30 + mu_12)*((mu_30 + mu_12)^2 - 3*(mu_21 + mu_03)^2) +
39       (3*mu_21 - mu_03)*(mu_21 + mu_03)*(3*(mu_30 + mu_12)^2 - (mu_21 + mu_03)^2);
40 h_6 = (mu_20 - mu_02)*((mu_30 + mu_12)^2 - (mu_21 + mu_03)^2) + 4*mu_11*(mu_30 + mu_12
41       )*(mu_21 + mu_03);
42 h_7 = (3*mu_21 - mu_03)*(mu_30 + mu_12)*((mu_30 + mu_12)^2 - 3*(mu_21 + mu_03)^2) + (
43       mu_30 - 3*mu_12)*(mu_21 + mu_03)*(3*(mu_30 + mu_12)^2 - (mu_03 + mu_21)^2);
44
45 momentos_hu = [h_1, h_2, h_3 , h_4, h_5, h_6, h_7]
46 momentos_hu_norm= -sign(momentos_hu).*(log10(abs(momentos_hu)))
```

Listing 1: Algoritmo implementado en Matlab