A

我们考虑计算一个数之后有多少比他小的数来计算整体的逆序对数。可以发现的是，当我们对一个数字进行操作是，所有比他的数对逆序对的贡献是不变，比他小且在他后面的逆序对数的贡献要变成 0。所以对于一个数来说，他的贡献变为 0 的时刻就是在他前面比他大的而且最早进行的操作对应的时刻。这样的话我们就可以用线段树来维护了，当然也可以分治来做，复杂度 O（nlogn）

B

一共只有 9 个格子，我们对它进行编号，可以构成一个 9×9 的转移矩阵，进行快速幂之后 9！的枚举每个棋子最终的位置即可。复杂度 O（9^3×logk+9！）;

C

$$\mathrm{f(N)} = \Sigma_i^N \mathrm{gcd}(i,n)^k$$

$$= \Sigma_{d|N}^N \Sigma_i^N \mathrm{d}^k [\mathrm{gcd}(i,N) == d]$$

$$= \Sigma_{d|N}^N \mathrm{d}^k \Sigma_i^{\left\lfloor \frac{N}{d} \right\rfloor} \left[\mathrm{gcd}\left(\frac{i}{d}, \frac{N}{d}\right) == 1\right]$$

$$= \Sigma_{d|N}^N \mathrm{d}^k \varphi(\frac{N}{d})$$

$$= \Sigma_{d|N}^N \left(\frac{N}{d}\right)^k \varphi(d)$$

$$\Sigma_i^N \Sigma_j^N \mathrm{gcd}(i,j)^k$$
$$= 2 * \Sigma_i^N f(N) - \Sigma_i^N i^k$$

$$\Sigma_i^N f(N)$$

$$= \Sigma_i^N \Sigma_{d|i}^i \left(\frac{i}{d}\right)^k \varphi(d)$$

$$= \Sigma_i^N \left(\frac{i}{d}\right)^k \Sigma_{d|i}^i \varphi(d)$$

$$= \Sigma_{\frac{i}{d}=1}^N \left(\frac{i}{d}\right)^k \Sigma_d^{\left\lfloor \frac{N}{\frac{i}{d}} \right\rfloor} \varphi(d)$$

$$= \Sigma_i^N i^k \Sigma_d^{\left\lfloor \frac{N}{i} \right\rfloor} \varphi(d)$$

可用求欧拉函数前缀和的方式求解该式，复杂度 O($\mathrm{n}^{\frac{3}{4}}$)