Art gallery problem

Luka Horvat   Gregor Boris Banušić   Jelena Držaić

PMF - Matematički odsjek
Sveučilište u Zagrebu

22. listopada 2015.

Sadržaj

Formalna definicija problema

Definicija

U kontekstu problema, poligon $P \subseteq \mathbb{R}^2$ *definiramo kao kompaktan skup omeđen s n bridova* $v_1 v_2, v_2 v_3, \ldots, v_{n-1} v_n, v_n v_1$ *takvih da* $\forall i \neq j, v_i \neq v_j$.

Definicija

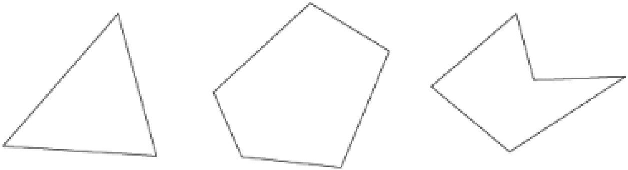
Kažemo da točka $x \in P$ *pokriva (vidi) točku* $y \in P$ *ako je segment* xy *podskup od* P; $xy \subseteq P$.
Podrazumijevamo da je rub od P *podskup od* P.

Formalna definicija problema (2)

Definicija

Za poligon P, definiramo $G(P)$ kao minimalni broj točaka koje pokrivaju P. Nadalje, definiramo $g(n)$ kao $max_P G(P)$, gdje su P poligoni s n vrhova.

Originalni problem bio je problem pronalaženja $g(n), \forall n \in \mathbb{N}$.



Povijest

- Problem je postavio **Victor Klee** 1973. godine.
- 1975. **Vasek Chvatal** dokazuje teorem poznat pod nazivom **„Chvatals Art Gallery Theorem“** ili „watchman teorem“.

Teorem

Jednostavan poligon P („poligon bez rupa“) možemo pokriti s $\lfloor n/3 \rfloor$ *točaka iz P.*

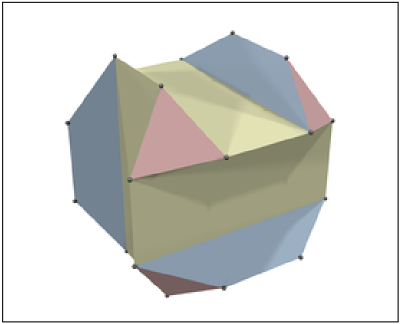
Napomena

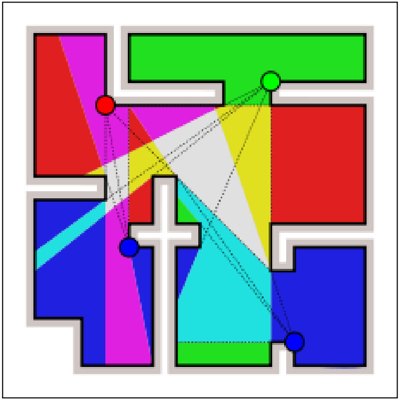
Za poligone s „rupama“ vrijedi slično svojstvo.
Neka je P poligon s n vrhova i $h \in \mathbb{N}$ *rupa. Tada ga možemo pokriti s* $\lfloor (n+h)/3 \rfloor$ *točaka.*

Problem u primjeni

- U primjeni, problem se svodi na minimizaciju broja kamera/stražara potrebnih za osiguravanje galerije.
- U osnovnoj verziji problema, kamere imaju sposobnost okretanja za 360°.
- Unos algoritma je tlocrt galerije koju je potrebno osigurati.
- Pod dopustivim rješenjem problema podrazumijevamo raspored kamera takav da je svaka točka galerije sadržana u vidnom polju barem jedne kamere.
- Problem je **NP-težak**.

Grafički prikaz





Varijante problema

Postoje razne varijante osnovnog problema:

- Kamere je moguće postaviti samo u vrhove poligona.
    - Konstruiran relativno efikasan algoritam koji daje optimalna rješenja.
- Kamere je moguće postaviti samo na rubove poligona.
- Poligon je ortogonalan.
- Kamere imaju vidno polje od 180°.

U ovom projektu pokušat ćemo konstruirati efikasan algoritam za općeniti problem (u 2D).

Dosadašnja istraživanja

Problem je popularan zbog poprilično direktne primjene, pa postoje mnoga rješenja koja koriste različite pristupe.

- Heuristički algoritmi
  - Genetski algoritmi
- Algoritmi temeljeni na cjelobrojnom linearnom programiranju
- Aproksimacijski algoritmi

Naš pristup

- Ideja je testirati nekoliko klasičnih Meta-heuristika te usporediti njihovu efikasnost i optimalnost.
- Pokušati poboljšati rješenja kombiniranjem algoritama.
- Implementirati algoritam po uzoru na članak [2].
- Dati varijantu algoritma s dodatnim parametrom $\alpha \in [0, 1]$ td. za njegovu fiksiranu vrijednost algoritam osigurava pokrivenost galerije od $(1 - \alpha)$ ukupne površine.
    - Bitno za primjenu.

Testove ćemo provoditi prvenstveno na instancama iz [3].

Realizacija

- Plan je koristiti kombinaciju programskih jezika **Java** i **Haskell**.
- Za rješavanje geometrijskih komponenti problema koristit ćemo **CGAL**(The Computational Geometry Algorithms Library), library korišten i u [2].

Literatura

- J.O,Rourke (1987): *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Oxford University Press, New York.
- J. Amit, J.S.B. Mitchell, E.Packer (2010): *Locating guards for visibility coverage of polygons*, International Journal of Computational Geometry & Applications.
- Benchmark instance: http://www.ic.unicamp.br/ cid/Problem-instances/Art-Gallery/AGPPG/index.html
- Chaitanya, Manoy , S.Chaudhury, A. Bhattacharyya: *Optimal Visual Sensor Placement using Evolutionary Algorithm*, Delhi College of Engineering, Indian Institute of Technology.