

Câu 1. (3.5 điểm)

a) Hãy dùng các luật logic để chứng minh rằng:

$$\overline{p \rightarrow (q \wedge r)} \Leftrightarrow p \rightarrow r \vee (p \wedge \bar{q})$$

b) Hãy mô hình hóa suy luận dưới đây về dạng của mô hình suy diễn. Sau đó, hãy kiểm tra tính đúng đắn của mô hình đó.

Vào ngày chủ nhật, An sẽ đi câu cá hoặc chơi đá banh. Nếu An đi câu cá thì về sẽ bị đau tay và nếu đi chơi đá banh thì về An sẽ bị đau chân. Biết rằng chủ nhật tuần rồi, An không bị đau chân.

Suy ra An bị đau tay.

c) Xác định chân trị của mệnh đề A và tìm \bar{A} , biết

$$A \equiv "\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, (x + y = 3) \rightarrow (x - y \geq 1)"$$

Câu 2. (1 điểm)

Theo thống kê, có 400 sinh viên năm nhất của một trường đại học sinh vào tháng 4. Hỏi trong số đó, có ít nhất bao nhiêu sinh viên có cùng ngày sinh?

Câu 3. (1.5 điểm)

Xếp 45 cây bút bi giống nhau vào 4 hộp A, B, C, D. Tất cả các hộp ban đầu đều chưa có cây bút bi nào. Hỏi có bao nhiêu cách xếp, sao cho:

a) Mỗi hộp đều có ít nhất 5 cây bút bi.

b) Hộp A có ít nhất 9 cây bút bi và hộp C có tối đa 7 cây bút bi.

Câu 4. (2.0 điểm)

Trên tập $X = \{-2, -1, 0, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$, cho quan hệ tương đương R như sau:

$$\forall x, y \in X, \quad x R y \Leftrightarrow (x - y) : 3$$

a) Hãy chỉ ra các lớp tương đương và tập thương của X theo quan hệ R .

b) Biểu diễn sự phân hoạch của X bởi các lớp tương đương theo quan hệ R .

Câu 5. (2.0 điểm)

Trên tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, cho quan hệ hai ngôi R có ma trận biểu diễn như sau:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Quan hệ R trên A có phải là quan hệ thứ tự không? Vì sao?

Nếu R là quan hệ thứ tự trên X thì

a) R có toàn phần không? Vì sao?

b) Hãy vẽ biểu đồ Hasse cho (A, R) và tìm các phần tử tối đại, tối tiểu, lớn nhất, nhỏ nhất của A theo quan hệ R .

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu 1:

a) $p \rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow \bar{p} \rightarrow r \vee (p \wedge \bar{q})$
vđ: $(p \wedge \bar{r}) \vee (p \wedge \bar{q}) \Leftrightarrow p \wedge (\bar{r} \vee \bar{q}) \Leftrightarrow \bar{p} \rightarrow (r \wedge q)$

b) p : câu a'
 q : đề bài
 r : đúng
 s : đúng chân

$p \vee q$ (1) (4,3) $\Rightarrow \bar{q}$ (5)
 $p \rightarrow r$ (2) (5,0) $\Rightarrow p$ (6)
 $q \rightarrow s$ (3) (6,0) $\Rightarrow r$

$\frac{s}{r}$ (4) \Rightarrow suy luận đúng

c) chọn $y = -x$ $x + (-x) = 3$ (sai)
 $0 \rightarrow 1$ đúng
 $0 \rightarrow 0$ đúng

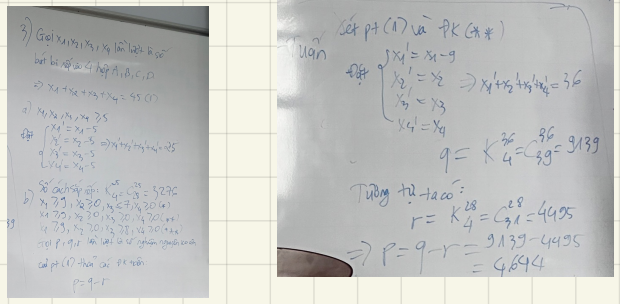
$\bar{A} = \exists x \in R, \forall y \in R, (x+y=3) \wedge (x-y < 1)$

Câu 2:

tháng 4 có 30 ngày
 $\left[\frac{100}{30} \right] = 14 \Rightarrow$ có ít nhất 14 SV ứng ngày

Câu 3:

a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 45$ ($x_1 \geq 5, \dots, x_4 \geq 5$)
 $x_1' + x_2' + x_3' + x_4' = 25$
 $\Rightarrow K_4^{25} = C_{28}^{25} = 3276$



Câu 4:

a) $[-2]_R = \{x \in X, xR-2\} = \{-2, 4, 7\}$
 $[-1]_R = \{x \in X, xR-1\} = \{-1, 2, 5\}$
 $[0]_R = \{0, 3, 9\}$
 $[1]_R = \{-5, 2, 5\}$
 $[3]_R = \{0, 3, 9\}$
 $[4]_R = \{-2, 4, 7\}$
 $[5]_R = \{-1, 2, 5\}$
 $[7]_R = \{-2, 4, 7\}$
 $[9]_R = \{0, 3, 9\}$
 $[-2]_R = [4]_R = [7]_R = \{-2, 4, 7\}$
 $[-1]_R = [2]_R = [5]_R = \{-1, 2, 5\}$
 $[0]_R = [3]_R = [9]_R = \{0, 3, 9\}$

b) $x/R = [-2]_R \vee [-1]_R \vee [0]_R$

Câu 5:

$(1,1) (1,2) (1,3)$
 $(2,2) (2,3)$
 $(3,3)$
 $(4,2) (4,3) (4,4)$
 $(5,3) (5,5)$

$\forall x \in A, xRx \Rightarrow$ phản xạ
 $\begin{cases} (1,2) \\ (2,1) \end{cases} \Rightarrow$ đối xứng
 $\begin{cases} xRy (x,y \in A) \Rightarrow x=y \Rightarrow$ phản xạ
 yRx

$\forall x,y \in A, \begin{cases} xRy \Rightarrow xRz \\ yRz \end{cases} \Rightarrow$ bắc cầu

a) $\begin{cases} 1R5 \\ 5R1 \end{cases} \Rightarrow$ hoán vị

b) $\begin{matrix} & & 3 & \leftarrow 5 \\ & & \uparrow \\ 4 & \leftarrow 2 & \leftarrow 1 \end{matrix}$

Tối thiểu: 4, 1, 5
Tối đa: 3
min: 3
max: 3

Câu 3. (1,5 điểm)
Xếp 45 cây bút bi giống nhau vào 4 hộp A, B, C, D. Tất cả các hộp ban đầu đều chưa có cây bút bi nào. Hỏi có bao nhiêu cách xếp, sao cho:
a) Mỗi hộp đều có ít nhất 5 cây bút bi.
b) Hộp A có ít nhất 9 cây bút bi và hộp C có tối đa 7 cây bút bi.

b) $AB: K_4^{36}$
 $CB: K_4^{32}$

$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = K_4^{36} + K_4^{32} - K_4^{28}$

$x_1 \geq 9, x_2 \geq 0, x_3 \leq 7, x_4 \geq 0$ (1)
 $x_1 \geq 9, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$ (2)
 $x_1 \geq 9, x_2 \geq 0, x_3 \geq 8, x_4 \geq 0$ (3)

$q = (2) - (3)$