

目 录

一、 2025 新高考 I 卷	1
-----------------------	---

数 学

注意事项:

1. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
2. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
3. 作答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
4. 本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试时间为 120 分钟. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. $(1+5i)i$ 的虚部为 (▲)
A. -1 B. 0 C. 1 D. 6
2. 集合 $U = \{x \mid x \text{ 为小于 9 的正整数}\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U A$ 中的元素个数为 (▲)
A. 0 B. 3 C. 5 D. 8
3. 若双曲线 C 的虚轴长为实轴长的 $\sqrt{7}$ 倍, 则 C 的离心率为 (▲)
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$
4. 若点 $(a, 0) (a > 0)$ 是函数 $y = 2 \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象的一个对称中心, 则 a 的最小值为 (▲)
A. 30° B. 60° C. 90° D. 135°

5. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上且周期为 2 的偶函数, 当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) = 5 - 2x$, 则

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) = (\blacktriangle)$$

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

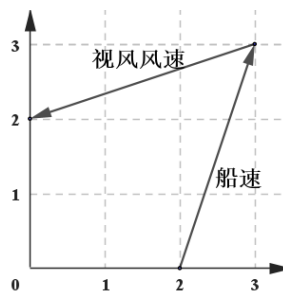
6. 已知视风速是真风速和船风速的和向量, 船风速与船行驶速度大小相等, 方向相反. 则真风速等级是 (\blacktriangle)

A. 轻风 (1.6 ~ 3.3 m/s)

B. 微风 (3.4 ~ 5.4 m/s)

C. 和风 (5.5 ~ 7.8 m/s)

D. 劲风 (8.0 ~ 10.7 m/s)



7. 若圆 $x^2 + (y + 2)^2 = r^2 (r > 0)$ 上到直线 $y = \sqrt{3}x + 2$ 的距离为 1 的点有且仅有 2 个, 则 r 的取值范围是 (\blacktriangle)

A. $(0, 1)$

B. $(1, 3)$

C. $(3, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

8. 若实数 x, y, z 满足 $2 + \log_2 x = 3 + \log_3 y = 5 + \log_5 z$, 则 x, y, z 的大小关系不可能是 (\blacktriangle)

A. $x > y > z$

B. $x > z > y$

C. $y > x > z$

D. $y > z > x$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D 为 BC 中点, 则 (\blacktriangle)

A. $AD \perp A_1C$

B. $B_1C \perp$ 平面 AA_1D

C. $CC_1 \parallel$ 平面 AA_1D

D. $AD \parallel A_1B_1$

10. 设抛物线 $C: y^2 = 6x$ 的焦点为 F , 过 F 的直线交 C 于 A, B , 过 F 且垂直于 AB 的直线交准线 $l: y = -\frac{3}{2}x$ 于 E , 过点 A 作准线的垂线, 垂足为 D , 则 (\blacktriangle)

A. $|AD| = |AF|$

B. $|AE| = |AB|$

C. $|AB| \geq 6$

D. $|AE| \cdot |BE| \geq 18$

11. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 若 $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 2$, $\cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$, 则 (▲)

A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$

B. $AB = \sqrt{2}$

C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $AC^2 + BC^2 = 3$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 若直线 $y = 2x + 5$ 是曲线 $y = e^x + x + a$ 的切线，则 $a =$ ▲ .

13. 若一个正项等比数列的前 4 项和为 4，前 8 项和为 68，则该等比数列的公比为 ▲ .

14. 一个箱子里有 5 个球，分别以 1 ~ 5 标号，若有放回取三次，记至少取出一次的球的个数 X ，则 $E(X) =$ ▲ .

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

为研究某疾病与超声波检查结果的关系，从做过超声波检查的人群中随机调查了 1000 人，得到如下的列联表：

	正常	不正常	合计
患该疾病	20	180	200
未患该疾病	780	20	800
合计	800	200	1000

- (1) 记超声波检查结果不正常者患有该疾病的概率为 p ，求 p 的估计值；
 (2) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析超声波检查结果是否与患该疾病有关.

附： $\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$.

$P(\chi^2 \geq k)$	0.005	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

16. (15 分)

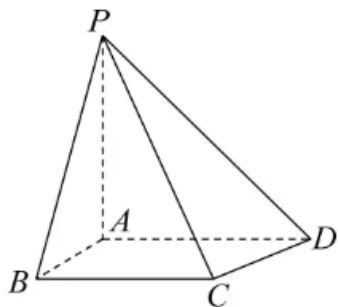
设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $\frac{a_{n+1}}{n} = \frac{a_n}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$.

(1) 证明: $\{na_n\}$ 为等差数列;

(2) 设 $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_mx^m$, 求 $f'(-2)$.

17. (15 分)

如图所示的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$.



(1) 证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAD

(2) 若 $PA = AB = \sqrt{2}$, $AD = \sqrt{3} + 1$, $BC = 2$, P, B, C, D 在同一个球面上, 设该球面的球心为 O .

(i) 证明: O 在平面 $ABCD$ 上;

(ii) 求直线 AC 与直线 PO 所成角的余弦值.

18. (17 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 记 A 为椭圆下端点, B 为右端点, $|AB| = \sqrt{10}$, 且椭圆 C 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 设点 $P(m, n)$.

(i) 若 P 不在 y 轴上, 设 R 是射线 AP 上一点, $|AR| \cdot |AP| = 3$, 用 m, n 表示点 R 的坐标;

(ii) 设直线 OQ 的斜率为 k_1 , 直线 OP 的斜率为 k_2 , 若 $k_1 = 3k_2$, M 为椭圆上一点, 求 $|PM|$ 的最大值.

19. (17 分)

设函数 $f(x) = 5 \cos x - \cos 5x$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 的最大值;

(2) 给定 $\theta \in (0, \pi)$, a 为实数, 证明: 存在 $y \in [a - \theta, a + \theta]$, 使得 $\cos y \leq \cos \theta$;

(3) 若存在 φ , 使得对任意 x , 都有 $5 \cos x - \cos(5x + \varphi) \leq b$, 求 b 的最小值.

参考答案及评分细则

解析

1. 答案: A

解: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur.6 分

2. 答案: B

解: