

目 录

1. 2025 新高考 I 卷	1
-----------------------	---

11. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$ ，若 $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = 2, \cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$ ，则（▲）

- A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$
- B. $AB = \sqrt{2}$
- C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$
- D. $AC^2 + BC^2 = 3$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 若直线 $y = 2x + 5$ 是曲线 $y = e^x + x + a$ 的切线，则 $a =$ ▲.

13. 若一个正项等比数列的前 4 项和为 4，前 8 项和为 68，则该等比数列的公比为 ▲.

14. 一个箱子里有 5 个球，分别以 1 ~ 5 标号，若有放回取三次，记至少取出一次的球的个数 X ，则 $E(X) =$ ▲.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

为研究某疾病与超声波检查结果的关系，从做过超声波检查的人群中随机调查了 1000 人，得到如下的列联表：

	正常	不正常	合计
患该疾病	20	180	200
未患该疾病	780	20	800
合计	800	200	1000

- (1) 记超声波检查结果不正常者患有该疾病的概率为 p ，求 p 的估计值；
- (2) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析超声波检查结果是否与患该疾病有关.

附： $\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$.

$P(\chi^2 \geqslant k)$	0.005	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

16. (15 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3, \frac{a_{n+1}}{n} = \frac{a_n}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$.

- (1) 证明： $\{na_n\}$ 为等差数列；
- (2) 设 $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_mx^m$ ，求 $f'(-2)$.

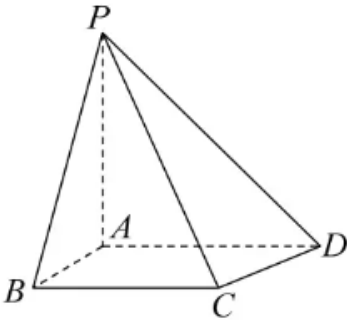
17. (15 分)

如图所示的四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD, BC \parallel AD, AB \perp AD$.

- (1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PAD
- (2) 若 $PA = AB = \sqrt{2}, AD = \sqrt{3} + 1, BC = 2$ ， P, B, C, D 在同一个球面上，

(i) 证明： O 在平面 $ABCD$ 上；

(ii) 求直线 AC 与直线 PO 所成角的余弦值.



18. (17 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ ，记 A 为椭圆下端点， B 为右端点， $|AB| = \sqrt{10}$ ，且椭圆 C 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

- (1) 求椭圆的标准方程；
- (2) 设点 $P(m, n)$.

(i) 若 P 不在 y 轴上，设 R 是射线 AP 上一点， $|AR| \cdot |AP| = 3$ ，用 m, n 表示点 R 的坐标；

- (ii) 设直线 OQ 的斜率为 k_1 ，直线 OP 的斜率为 k_2 ，若 $k_1 = 3k_2$ ， M 为椭圆上一点，求 $|PM|$ 的最大值.

19. (17 分)

设函数 $f(x) = 5 \cos x - \cos 5x$.

- (1) 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 的最大值;
- (2) 给定 $\theta \in (0, \pi)$ ， a 为实数，证明：存在 $y \in [a - \theta, a + \theta]$ ，使得 $\cos y \leq \cos \theta$ ；
- (3) 若存在 φ ，使得对任意 x ，都有 $5 \cos x - \cos(5x + \varphi) \leq b$ ，求 b 的最小值.

参考答案

解析

1. 答案: A

解: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur. 6 分

2. 答案: B

解: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. 8 分