
Projet graphe : Coloration impropre

Une coloration des sommets d'un graphe est **k -impropre** si chaque sommet a au plus k voisins de même couleur que lui. Le nombre chromatique k -impropre $\chi_k(G)$ d'un graphe G est le nombre minimum de couleurs pour une coloration k -impropre de G . Pour $k = 0$, cela correspond au nombre chromatique usuel.

Le but de ce projet est d'implanter une version k -impropre de l'algorithme DSATUR et d'étudier les résultats qu'elle produit sur les graphes aléatoires.

Modalités de réalisation

- Projet à faire en binôme ou trinôme (avec réalisation des exercices optionnels) ;
- Langage de programmation libre, mais sans utiliser de librairie de graphes (JGraphT, Guava, Networkx, python-graph, etc) ;
- Le projet sera commencé lors du TP4 et son évaluation sera basée sur l'état d'aboutissement à l'issue des 2h de TP (à quelles questions avez-vous répondu) et d'un rapport de synthèse (4 pages maximum) dans lequel vous indiquerez, pour chaque exercice, ce que vous avez fait (en TP, puis par la suite éventuellement), et répondrez aux questions posées ;
- Rapport (version pdf uniquement) + sources du programme à déposer sur plubel **au plus tard le 5/5 23h59**.

Exercice 1- *version impropre de DSATUR*

- 1) Modifier DSATUR pour qu'il prenne en paramètre le degré k d'impropreté voulu (on ne modifie pas le calcul du degré de saturation pour l'instant).
- 2) Observer les résultats produit par cette version sur des graphes aléatoires avec différentes probabilités d'arêtes p (et n pas trop petit) pour $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Exercice 2- *version améliorée DSATUR2*

- 1) Modifier maintenant le calcul du degré de saturation des sommets pour qu'il représente le nombre de couleurs c pour lesquelles moins de k voisins sont de couleur c . Soit DSATUR2 cette nouvelle fonction.
- 2) Observer les résultats produits par cette version sur les graphes aléatoires avec différentes valeurs de probabilité d'arête. Quelle est en moyenne l'amélioration obtenue ?

Exercice 3- *lien avec le degré moyen*

- 1) Écrire une fonction `degmoy` qui retourne le degré moyen dans le graphe (la moyenne des degrés des sommets)
- 2) Comment évolue, en moyenne, ce degré moyen en fonction de n et p ?
- 3) Combien de couleurs utilisent les algorithmes DSATUR des exercices 1 et 2 quand on prend k égal au degré moyen ?

Exercice 4- *Algorithme exact (option1)*

- 1) Modifier l'algorithme exact pour qu'il calcule le nombre chromatique k -impropre d'un graphe.
- 2) Comparer les résultats de DSATUR2 avec ceux de cet algorithme.

Exercice 5- *Étude sur les graphes de disques (option2)*

Un graphe de disque $G(d, n, h, l)$ est un graphe obtenu à partir de n disques de diamètre d dont les centres sont positionnés aléatoirement dans le plan sur une zone de largeur l et hauteur h en associant un sommet par disque et en mettant une arête entre deux sommets si les disques correspondants s'intersectent (cf. TP2).

- 1) Observer les résultats produits par DSATUR2 sur les graphes de disques en fixant h et l et faisant varier d et n .