

## Lezione 2 – Aritmetica con l'algebra booleana

Architettura degli elaboratori

Modulo 1 – Fondamenti architetturali

Unità didattica 3 - Algebra booleana e circuiti elettronici

**Nello Scarabottolo**

---

Università degli Studi di Milano - Ssri - CDL ONLINE

### Serve davvero l'algebra booleana?

**Come detto, è un'algebra per operare su grandezze binarie.**

**Opera mediante i tre operatori: NOT, AND, OR.**

**Può essere utilizzata per elaborare informazioni più complesse?**

- Un esempio: la somma aritmetica di due numeri interi A e B codificati ciascuno con 1 bit.
- Un secondo esempio: la somma aritmetica di due numeri interi A e B codificati ciascuno con 2 bit.

### La somma di due numeri a 1 bit

**A** e **B** sono due **numeri interi a 1 bit**:

- ciascuno dei due numeri può valere 0 oppure 1;
- se entrambi i numeri valgono 0, la loro somma vale 0;
- se uno solo dei due numeri vale 1, la loro somma vale 1;
- se entrambi i numeri valgono 1, la loro somma vale 2, che non è rappresentabile con un solo bit: si genera un riporto.

**S** è il bit di **somma**.

**R** è il bit di **riporto**.

### La somma di due numeri a 1 bit

Ecco la **TABELLA DELLE VERITÀ** della rete da progettare:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>R</i>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

### La somma di due numeri a 1 bit

La realizzazione del riporto è immediata:

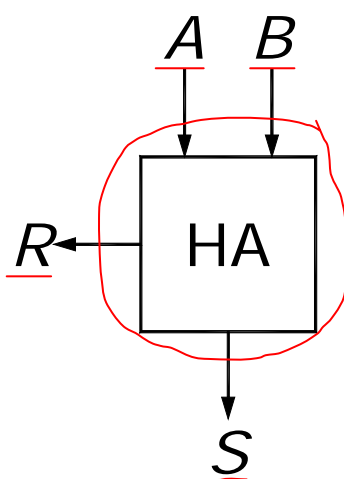
$$R = A \cdot B$$

La realizzazione della somma un po' meno:

$$\underline{S} = (\underline{A} \cdot \underline{\bar{B}}) + (\underline{\bar{A}} \cdot \underline{B})$$

Ho le espressioni logiche per costruire un circuito sommatore a 1 bit (HALF ADDER).

### Il circuito HALF ADDER



### La somma di due numeri a 2 bit

**A** e **B** sono due numeri interi a 2 bit:

- ciascuno dei numeri può valere 0, 1, 2 o 3;
- $A_0$  e  $B_0$  sono i 2 bit meno significativi;
- $A_1$  e  $B_1$  sono i 2 bit più significativi.

Il circuito Half Adder visto prima ci consente di sommare  $A_0$  e  $B_0$  generando il **bit meno significativo della somma  $S_0$**  e il **riporto  $R_0$** .

Serve un circuito in grado di sommare  $A_1$  e  $B_1$  tenendo conto anche dell'eventuale riporto  $R_0$  per generare il **bit più significativo della somma  $S_1$**  e il **riporto finale  $R_1$** .

### La somma di due numeri a 2 bit

Ecco la TABELLA DELLE VERITÀ della rete da progettare:

$A_1$	$B_1$	$R_0$	$S_1$	$R_1$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

### La somma di due numeri a 2 bit

Ecco l'espressione per calcolare il riporto  $R_1$ :

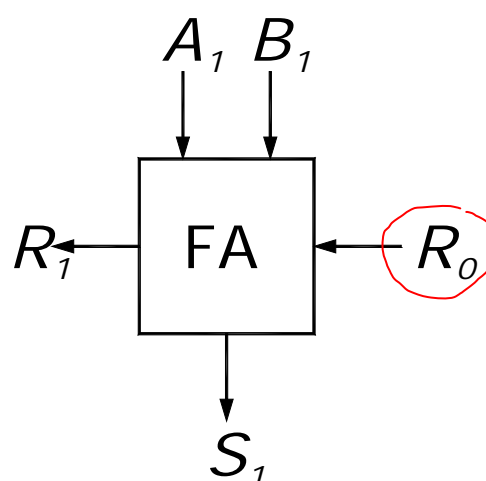
$$R_1 = A_1B_1 + A_1R_0 + B_1R_0$$

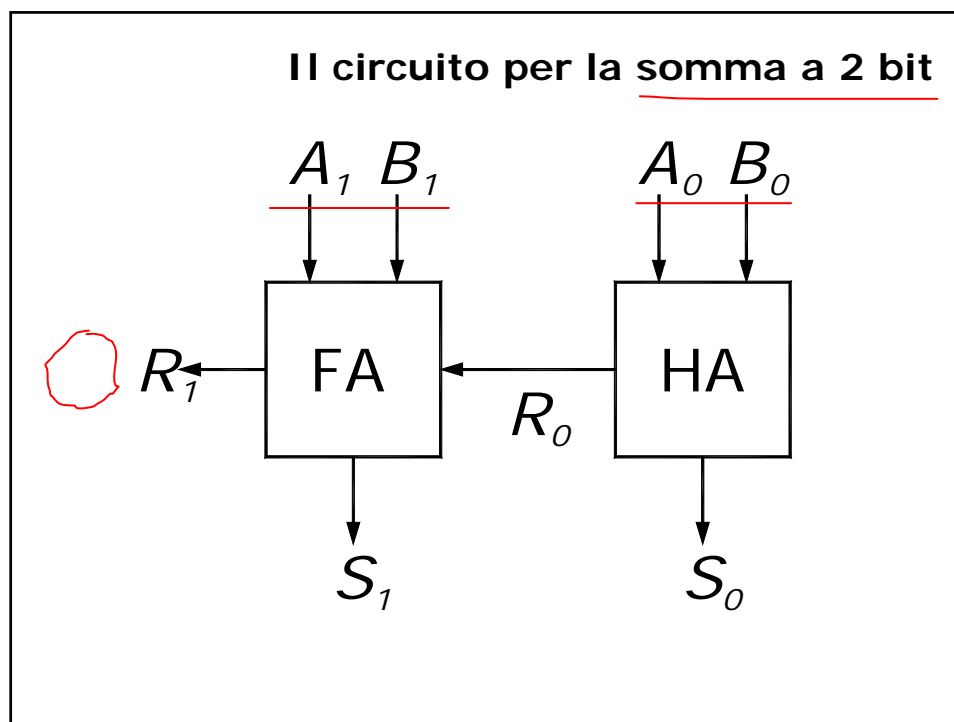
Ecco l'espressione per calcolare la somma  $S_1$ :

$$S_1 = \bar{A}_1\bar{B}_1R_0 + \bar{A}_1B_1\bar{R}_0 + A_1\bar{B}_1\bar{R}_0 + A_1B_1R_0$$

Ho le espressioni logiche per costruire un circuito sommatore che tiene conto del riporto precedente (FULL ADDER).

### Il circuito FULL ADDER





### In sintesi...

Con espressioni booleane, si riesce a realizzare circuiti in grado di svolgere operazioni di altro tipo (come operazioni aritmetiche, su informazioni numeriche).



**Circuiti descritti con le regole dell'algebra booleana possono svolgere elaborazioni su informazioni di tipo qualsiasi.**

