

Grundbegriffe der Informatik - Tutorium 21

Christian Jülg
Wintersemester 2012/13
6. November 2012

<http://gbi-tutor.blogspot.com>

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n=0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... \exists bijektive Abbildung von M_1 nach M_2 , wenn $|M_1| = |M_2|$

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n=0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... \exists bijektive Abbildung von M_1 nach M_2 , wenn $|M_1| = |M_2|$

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n=0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... \exists bijektive Abbildung von M_1 nach M_2 , wenn $|M_1| = |M_2|$

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

etwas Statistik

- x von 19 Abgaben, prima!
- durchschnittliche Punktzahl: $x/20$ Punkten

häufige Fehler...

2.x: IV richtig formulieren!

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Blatt 3

- Abgabe: 9.11.2011 um 12:30 Uhr im Untergeschoss des Infobaus
- Punkte: maximal 20

Themen

- Formale Sprachen

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Was ist das eigentlich?

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Ein Beispiel...

Die Sprache die alle Zustände einer Ampel beschreibt enthält Grün oder Rot-Gelb aber nicht die Phase Grün-Rot.

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
 - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} =$
 - $L \cdot \{\epsilon\} =$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
 - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
 - $L \cdot \{\epsilon\} =$

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
 - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
 - $L \cdot \{\epsilon\} = L$

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
 - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
 - $L \cdot \{\epsilon\} = L$
- Potenzen: $L^0 = \{\epsilon\}$ und $L^{i+1} = L^i \cdot L$
- Konkatenationsabschluss:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i \quad \text{und} \quad L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

$$A = \{0, \dots, 9\}$$

$$L_I = A^*$$

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

$$A = \{0, \dots, 9\}$$

$$L_I = \{\epsilon, -\}A^+.$$

Seid ihr mit der Lösung einverstanden?

Variablenamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

Variablenamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$$A = \{-, a, \dots, z, A, \dots, Z\},$$

$$B = A \cup \{0, \dots, 9\}$$

$$L_V = A \cdot B^*.$$

Was fehlt?

Variablenamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$$A = \{-, a, \dots, z, A, \dots, Z\},$$

$$B = A \cup \{0, \dots, 9\}$$

$$L_V = A \cdot B^*.$$

Was fehlt?

- Umlaute
- Schlüsselwörter sind als Variablenamen verboten

Variablenamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

Also besser:

$$A = \{-, a, \dots, z, A, \dots, Z, \ddot{a}, \ddot{o}, \ddot{u}\},$$

$$B = A \cup \{0, \dots, 9\}$$

$$L_V = (A \cdot B^*) \setminus \{\text{if, class}, \dots\}$$

einige Beispiele

Wörter & Sprache

Wörter und Sprachen sind nicht das Gleiche!

So ist abb ist etwas anderes als $\{abb\}$.

Und $\{abb\}^*$ gibt es, aber abb^* kennen wir **nicht**.

$L_1 L_2$

$L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ und $L_2 = \{b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

Achtung: $L_1 L_2 = \{a^k b^m \mid k \in \mathbb{N}_0 \wedge m \in \mathbb{N}_0\}$ die Exponenten können verschieden sein!

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B , d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B , d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B , d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?
- In einer Menge kommt ein Element **nie mehrfach** vor (und die Reihenfolge ist ohne Bedeutung).

Wie beweist man das nochmal?

Wie beweist man das nochmal?
Indem man beweist, dass \subseteq und \supseteq gelten

Wie beweist man das nochmal?
Indem man beweist, dass \subseteq und \supseteq gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

■ \subseteq :

■ \supseteq :

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass \subseteq und \supseteq gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

■ \subseteq :

Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.

Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.

Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Da $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.

■ \supseteq :

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass \subseteq und \supseteq gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

■ \subseteq :

Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.

Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.

Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Da $i+1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.

■ \supseteq : Wenn $w \in L^+$, dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$.

Da $i \in \mathbb{N}_+$ ist $i = j+1$ für ein $j \in \mathbb{N}_0$,

also ist für ein $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

also $w = w'w''$ mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.

Wegen $L^j \subseteq L^*$ ist $w = w'w'' \in L^* \cdot L$.

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Ihr wisst was nicht?

Stellt **jetzt** Fragen!

