Bemerkungen zum ersten Übungsblatt!

Aufgabe 1.2: Hintergedanke: Spieler A und Spieler B spielen um (eigenes) Geld.

Aufgabe 1.3:

- Wertebereich ist $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$. Anderslautendes ist zu ignorieren!
- "Funktionen als Wörter interpretieren": Ebenfalls ignorieren!

Augustinus von Hippo:

“Was also ist die Zeit?”

.

Augustinus von Hippo:

“Was also ist die Zeit? Wenn mich niemand danach fragt, weiß ich es;”

.

Augustinus von Hippo:

“Was also ist die Zeit? Wenn mich niemand danach fragt, weiß ich es; soll ich es aber einem, der mich fragt, erklären, weiß ich es nicht.”

.

Augustinus von Hippo:

“Was also ist die Zeit? Wenn mich niemand danach fragt, weiß ich es; soll ich es aber einem, der mich fragt, erklären, weiß ich es nicht.”

In mündlichen Prüfungen sollte so etwas nicht passieren.

$\rightarrow$ Definitionen sind wichtig!

Schreibweisen

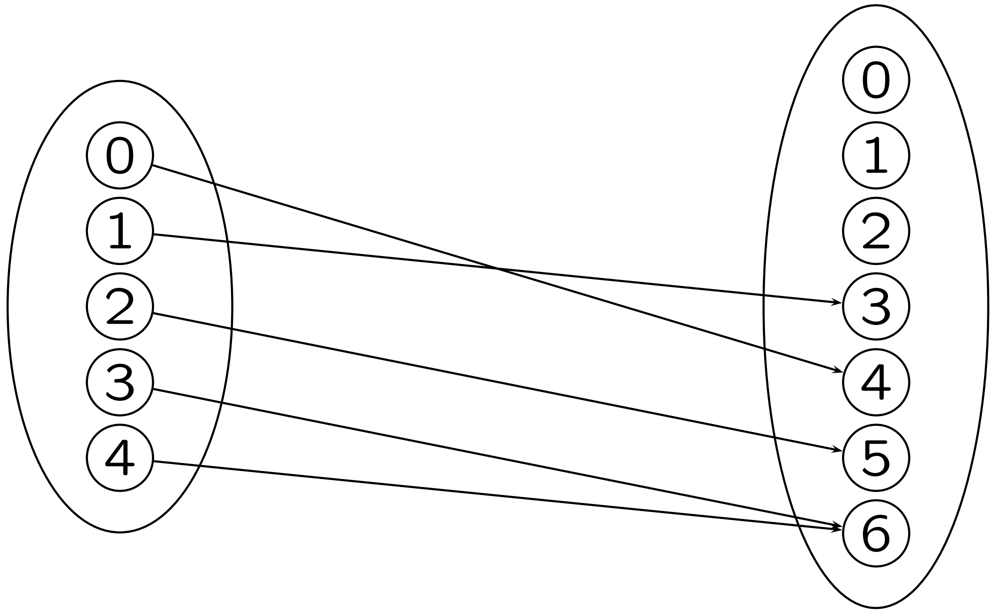
$(a, b) \in R \iff aRb.$

Bei Abbildungen f auch möglich:

$(a, b) \in f \iff afb \iff f(a) = b$

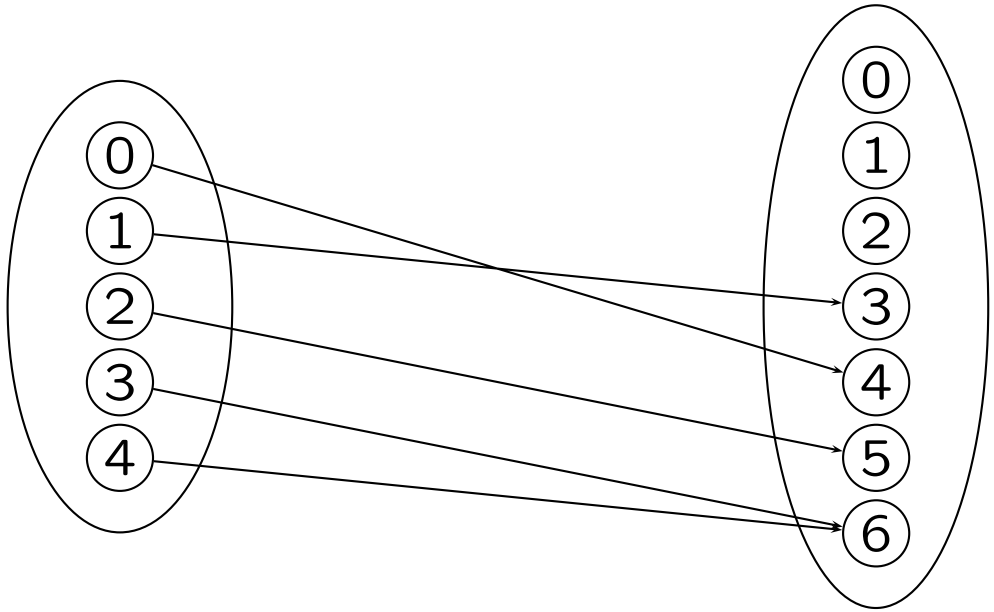
Man beachte die Umstellung der Zeichen!

Abbildungen



Wie viele Abbildungen sehen Sie hier?

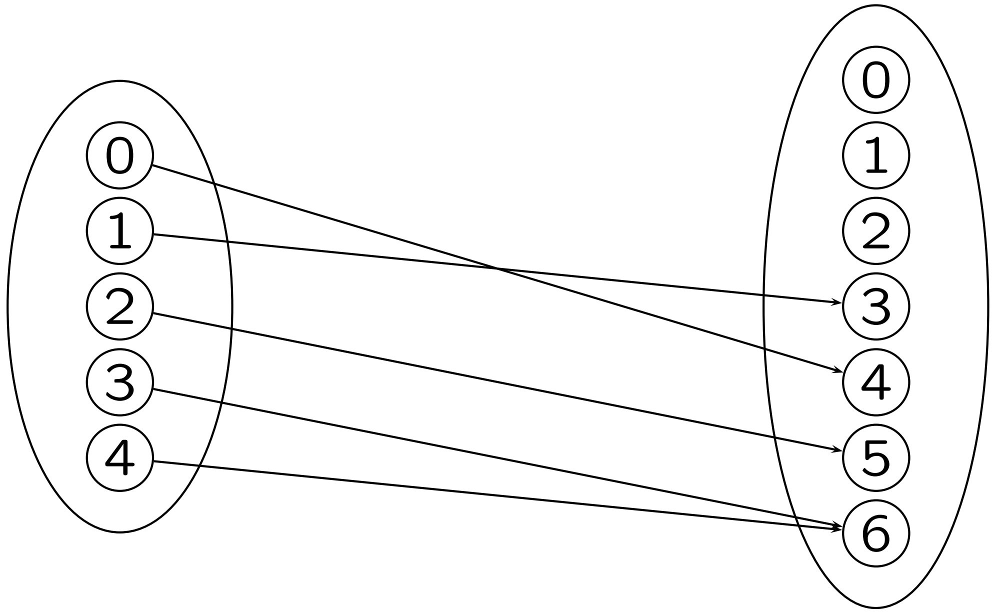
Abbildungen



Wie viele Abbildungen sehen Sie hier?

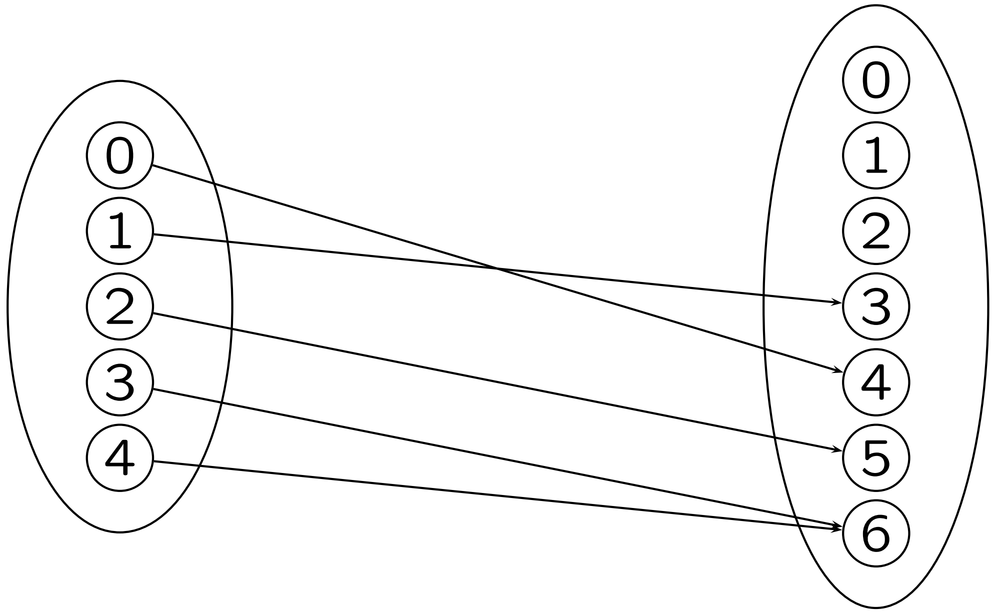
Falsche Antwort: 5

Abbildungen



Wie viele *Funktionen* sehen Sie hier?

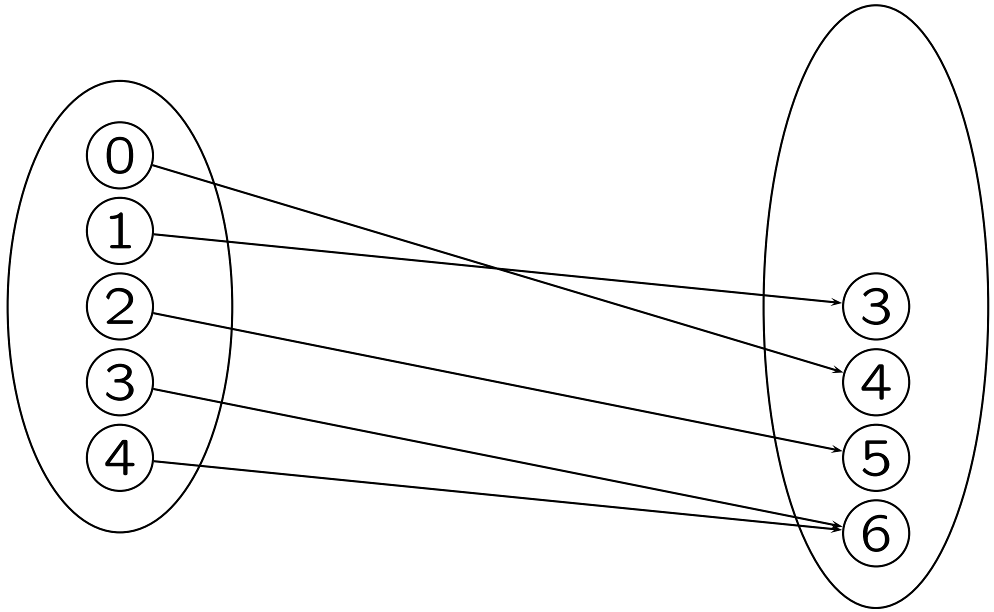
Abbildungen



Wie viele *Funktionen* sehen Sie hier?

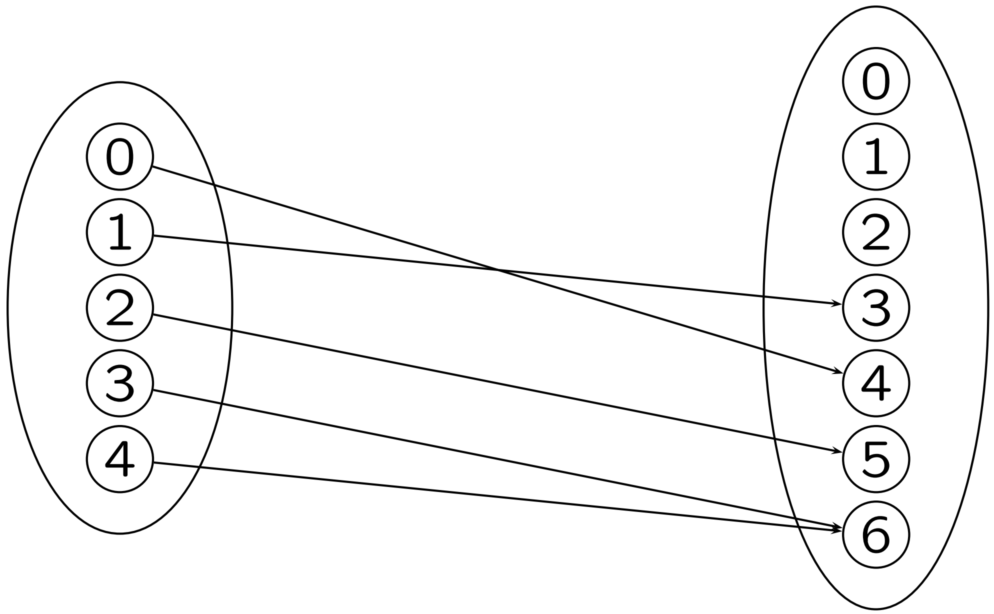
Antwort: 1

Abbildungen



Gleiche Abbildung?

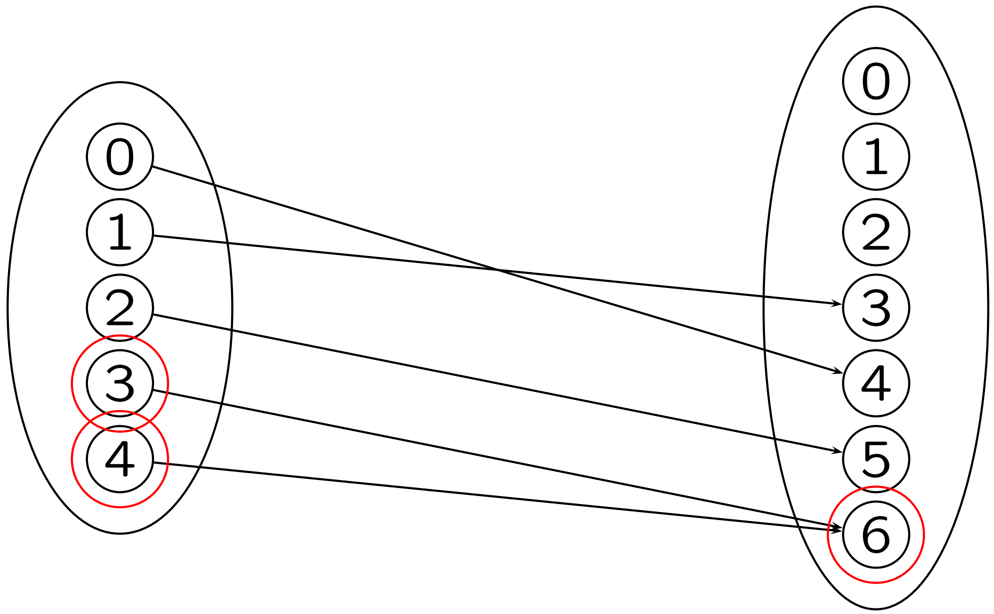
Abbildungen



Injektiv?

□ JA
□ NEIN

Abbildungen

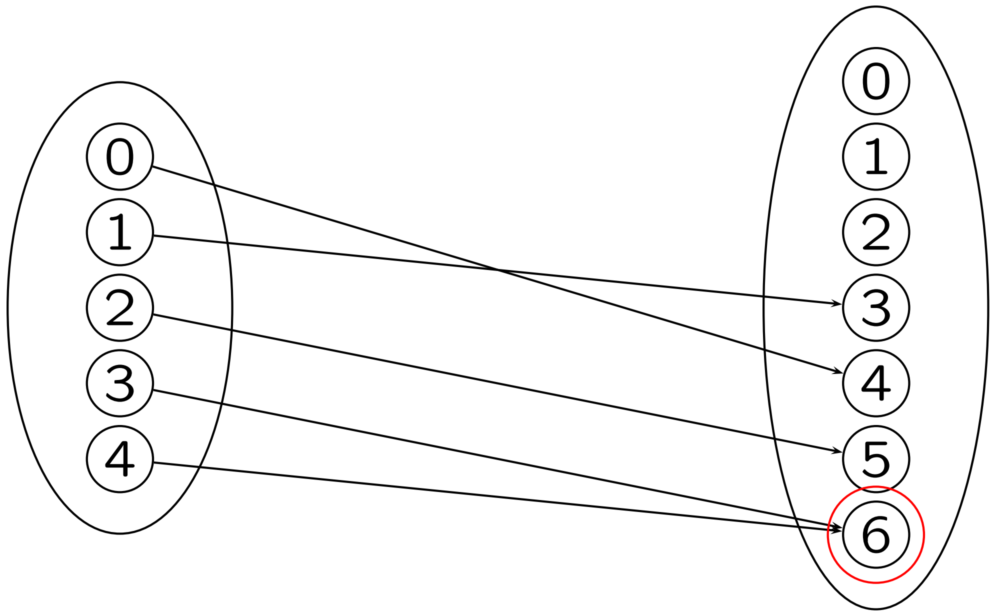


Injektiv?

☐ JA

☒ NEIN

Abbildungen

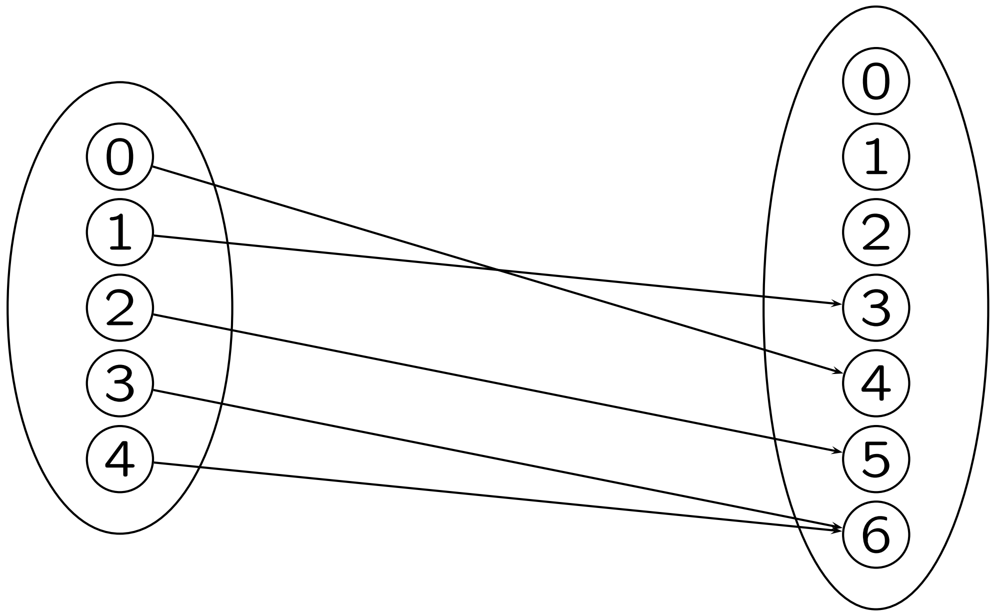


Injektiv?

☐ JA

☒ NEIN

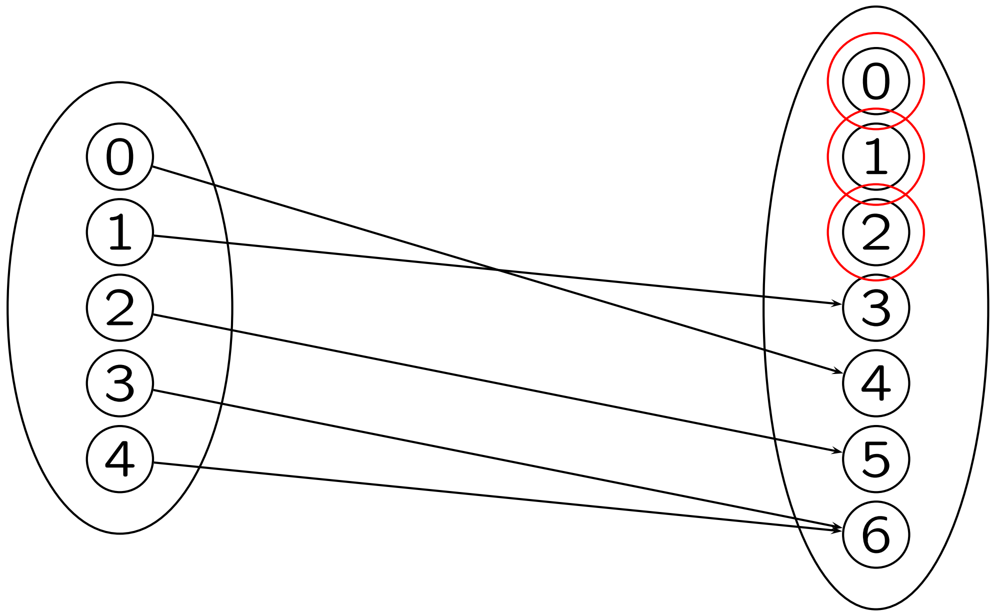
Abbildungen



Surjektiv?

□ JA
□ NEIN

Abbildungen



Surjektiv?

☐ JA
☒ NEIN

Ein wenig Zählen ...

A und B endliche Mengen.

- Wie groß ist $A \times B$?

- Wie viele Relationen von A in B gibt es?

- Wie viele Funktionen von A nach B gibt es?

- Wie viele Funktionen gibt es von der leeren Menge in die leere Menge?

Wie groß ist $A \times B$?

Antwort: $|A| \cdot |B|$.

Erklärung:

$$\begin{array}{cccc}
(a_1, b_1) & (a_2, b_1) & \ldots & (a_{|A|}, b_1) \\
(a_1, b_2) & (a_2, b_2) & \ldots & (a_{|A|}, b_2) \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
(a_1, b_{|B|}) & (a_2, b_{|B|}) & \ldots & (a_{|A|}, b_{|B|})
\end{array}$$

$\rightarrow$ Rechteck mit $|A| \cdot |B|$ Einträgen.

Wie viele Relationen von A in B gibt es?

Antwort: $2^{|A| \cdot |B|}$.

Erklärung:

Jedes Paar kann in Relation sein (1) oder nicht (0), unabhängig von allen anderen Paaren.

$\rightarrow$ Binärzahlen von 0 bis $111\ldots1 \approx 2^{|A| \cdot |B|} - 1$ beschreiben jeweils eine Relation.

$\rightarrow$ $2^{|A| \cdot |B|}$ Zahlen entsprechen $2^{|A| \cdot |B|}$ Relationen.

Wie viele Funktionen von A nach B gibt es?

Antwort: $|B|^{|A|}$.

Erklärung:

Für a_1 gibt es $|B|$ Möglichkeiten, für a_2 gibt es $|B|$ Möglichkeiten, . . .

Multiplizieren: $|B| \cdot |B| \cdots |B| = |B|^{|A|}$

Wie viele Funktionen gibt es von der leeren Menge in die leere Menge?

Antwort: 1 (Ja, wirklich!)

Vorbemerkung:

- **Kein** Element aus $\{\}$ ist ein rosa Drache!

- **Jedes** Element aus $\{\}$ ist ein grünes Einhorn!

Beschreibung dieser Funktion: $\{\}$.

Erklärung: $\{\}$ ist Teilmenge von $\{\} \times \{\} = \{\}$, also Relation von $\{\}$ in $\{\}$.

Linkstotal: Jedes Element aus $\{\}$ kommt als erstes Argument eines Paares vor. (Das ist sehr leicht unter diesen Umständen!)

Rechtseindeutig: Es gibt kein Element aus $\{\}$, das in zwei Paaren als rechtes Argument vorkommt. (Wieder: das ist nicht schwer!)

Also: Funktion!

Wahrheitstabellen

Formel: $(A \wedge B) \wedge (C \wedge D)$

Wann wahr, wann falsch?

A	B	C	D	$(A \wedge B)$	$\wedge$	$(C \wedge D)$
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	?	falsch
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	?	falsch
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	?	falsch
falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	?	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	?	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	?	falsch
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	?	falsch
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	?	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	?	falsch
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	?	falsch
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	?	falsch
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	?	wahr
wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	?	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	?	falsch
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	?	falsch
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	?	wahr

A	B	C	D	$(A \wedge B)$	$\wedge$	$(C \wedge D)$
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	wahr