- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - ► Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A")
 Acronym; USA: IPA: /3-l/ Homophones: earl USA: IPA: /ˈjuː,ɑːr,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Ubersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - ► RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - ► Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A")
 Acronym; USA: IPA: /s-l/ Homophones: earl USA: IPA: //ju;,ɑ:r,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Ubersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: //₃-l/ Homophones: earl USA: IPA: //ju:,ɑ:r,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Ubersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: //₃-l/ Homophones: earl USA: IPA: //ju:,ɑ:r,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - ▶ Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Ubersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - ► RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: /ɜ-l/ Homophones: earl USA: IPA: /ˈjuːˌɑːrˌɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - ► Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Übersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ► RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: //₃-l/ Homophones: earl USA: IPA: //ju:,ɑ:r,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - ► Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - ► Kurzantwort: Übersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: /ɜ-l/ Homophones: earl USA: IPA: /ˈjuːˌɑːrˌɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - ► Kurzantwort: Übersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - ► RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: //₃-l/ Homophones: earl USA: IPA: //ju:,ɑ:r,ɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - ► Kurzantwort: Übersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - ► RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

- Uniform Resource Locator (einheitlicher Quellenanzeiger)
 - Abkürzung "URL" ist ein AKRONYM
 - ► Aussprache: Lautkette ("NASA") oder Einzellaute ("U S A") Acronym; USA: IPA: /ˈɜ-l/ Homophones: earl USA: IPA: /ˈjuːˌɑːrˌɛl/
- Warum kann man Wörter mit dt. Umlauten wie "örl" in emails schreiben obwohl nur Zeichen aus dem ASCII-Alphabet erlaubt sind?
 - Gute Frage: Details in der Vorlesung "Codierung"
 - Kurzantwort: Übersetzung mittels punycode (puny mickrig)
- ▶ RFC 2822 wurde im Jahr 2008 durch RFC 5322 ersetzt
 - ► RFC 5322 http://tools.ietf.org/html/rfc5322
 - "This specification is a revision of RFC 2822, which itself superseded RFC 822, updating it to reflect current practice and incorporating incremental changes that were specified in other RFCs."

Grundbegriffe der Informatik Einheit 5: formale Sprachen

Prof. Dr. Tanja Schultz

Karlsruher Institut für Technologie, Fakultät für Informatik

Wintersemester 2011/2012

Überblick

Formale Sprachen

Formale Sprachen

Produkt formaler Sprachen

Konkatenationsabschluss formaler Sprachen

Sprachen

- Natürliche Sprachen sind gekennzeichnet durch:
 - Aussprache
 - Stil, z. B. Wortwahl und Satzbau
 - Welche Formulierungen sind syntaktisch korrekt?
 - Ist und syntaktisch welcher welcher Satz korrekt nicht?
- ► Informatik:
 - Sprachen, die nicht natürlich sind:
 - Programmiersprachen
 - ► Aufbau von Emails, WWW-Seiten, ...
 - ► Eingabedateien für . . .
 - Syntax
 - ▶ Wie spezifiziert man, was korrekt ist?
 - ▶ Wie überprüft man, ob etwas korrekt ist?
 - Semantik
 - ▶ Wie definiert man, was syntaktisch korrekte Gebilde bedeuten?
 - ▶ Darum kümmern wir uns später

Überblick

Formale Sprachen

Formale Sprachen

Produkt formaler Sprachen

Konkatenationsabschluss formaler Sprachen

Formale Sprachen

- Alphabet A gegeben
- ▶ Eine formale Sprache (über einem Alphabet A) ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.
- ▶ Im Zusammenhang mit syntaktischer Korrektheit:
 - ▶ formale Sprache *L* der syntaktisch korrekten Gebilde
 - syntaktisch falsche Gebilde gehören nicht zu L

Beispiele:

- ► $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$. formale Sprache der Dezimaldarstellungen ganzer Zahlen
 - ▶ enthält z.B. 1, -22 und 192837465,
 - ▶ enthält aber nicht 2-3---41.
- formale Sprache der syntaktisch korrekten Java-Programme
 - ▶ enthält alle Java-Programme
 - enthält aber zum Beispiel nicht: [2] class int)(

Überblick

Formale Sprachen

Formale Sprachen

Produkt formaler Sprachen

Konkatenationsabschluss formaler Sprachen

Produkt oder Konkatenation formaler Sprachen

- Wir kennen schon die Konkatenation von Wörtern
- ▶ Wir definieren das Produkt der Sprachen L_1 und L_2 :

$$L_1 \cdot L_2 = \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2 \}$$

▶ Wegen der Assoziativität der Konkatenation von Wörtern $(w_1 \cdot w_2) \cdot w_3 = w_1 \cdot (w_2 \cdot w_3)$ gilt auch:

$$L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = \{ w_1 w_2 w_3 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2 \land w_3 \in L_3 \}$$

USW.

den Punkt "·" lässt man auch gerne wieder weg

Produkt oder Konkatenation formaler Sprachen

- Wir kennen schon die Konkatenation von Wörtern
- ▶ Wir definieren das Produkt der Sprachen L_1 und L_2 :

$$L_1 \cdot L_2 = \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2 \}$$

▶ Wegen der Assoziativität der Konkatenation von Wörtern $(w_1 \cdot w_2) \cdot w_3 = w_1 \cdot (w_2 \cdot w_3)$ gilt auch:

$$L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = \{ w_1 w_2 w_3 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2 \land w_3 \in L_3 \}$$

usw.

▶ den Punkt "·" lässt man auch gerne wieder weg

Produkte formaler Sprachen: Beispiele

- wenn $L_1 = \{a, aa\}$ und $L_2 = \{b, ab\}$ dann $L_1 \cdot L_2 = \{a, aa\} \cdot \{b, ab\}$ $= \{a \cdot b, a \cdot ab, aa \cdot b, aa \cdot ab\}$ $= \{ab, aab, aaab\}$
- wenn $S = \{\text{int}, \text{double}, \text{char}, ... \}$, $B = \{\text{a}, ..., \text{z} \}$ und $Z = \{0, ..., 9\}$ dann enthält $S \cdot \{ \cup \} \cdot B \cdot (B \cup Z)^* \cdot \{ ; \}$ "Deklarationen" wie z. B.
 - ▶ int_□x42;
 - ▶ double_wurzelzwei;

aber leider auch

- ▶ int_□double;
- andererseits aber nicht
 - ▶ char_{□□}hugo_□;

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\}\}\$$

$$= \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon\}\$$

$$= \{w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L\}\$$

$$= \{w_1 \mid w_1 \in L\}\$$

$$= L$$

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\}\}$$

$$= \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon\}$$

$$= \{w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L\}$$

$$= \{w_1 \mid w_1 \in L\}$$

$$= L$$

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\}\}$$

$$= \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon\}$$

$$= \{w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L\}$$

$$= \{w_1 \mid w_1 \in L\}$$

$$= L$$

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\}\}$$

$$= \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon\}$$

$$= \{w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L\}$$

$$= \{w_1 \mid w_1 \in L\}$$

$$= L$$

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L .$$

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\} \}$$

$$= \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon \}$$

$$= \{ w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L \}$$

$$= \{ w_1 \mid w_1 \in L \}$$

$$= L$$

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\} \}$$

$$= \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon \}$$

$$= \{ w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L \}$$

$$= \{ w_1 \mid w_1 \in L \}$$

$$= L$$

Analog zeigt man $L = \{\varepsilon\} \cdot L$.

 $\{\varepsilon\}$ ist das neutrale Element bzgl. des Produkts formaler Sprachen.

Lemma. Für jede formale Sprache *L* ist

$$L \cdot \{\varepsilon\} = L = \{\varepsilon\} \cdot L$$
.

Beweis durch einfaches Nachrechnen:

$$L \cdot \{\varepsilon\} = \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 \in \{\varepsilon\} \}$$

$$= \{ w_1 w_2 \mid w_1 \in L \land w_2 = \varepsilon \}$$

$$= \{ w_1 \varepsilon \mid w_1 \in L \}$$

$$= \{ w_1 \mid w_1 \in L \}$$

$$= L$$

- ightharpoonup wir wollen Potenzen L^k formaler Sprachen definieren
- ightharpoonup "Problem": Was soll L^0 sein?
- ▶ Definiere:

$$L^{0} = \{\varepsilon\}$$
$$\forall k \in \mathbb{N}_{0}: L^{k+1} = L \cdot L^{k}$$

► Einfaches Nachrechnen ergibt z. B.:

$$L^{1} = L$$

$$L^{2} = L \cdot L$$

$$L^{3} = L \cdot L \cdot L$$

▶ Genau genommen: $L^3 = L \cdot (L \cdot L)$, aber: Konkatenation von Sprachen ist eine assoziative Operation

- \blacktriangleright wir wollen Potenzen L^k formaler Sprachen definieren
- ightharpoonup "Problem": Was soll L^0 sein?
- ▶ Definiere:

$$L^{0} = \{\varepsilon\}$$
$$\forall k \in \mathbb{N}_{0}: L^{k+1} = L \cdot L^{k}$$

► Einfaches Nachrechnen ergibt z. B.:

$$L^{1} = L$$

$$L^{2} = L \cdot L$$

$$L^{3} = L \cdot L \cdot L$$

▶ Genau genommen: $L^3 = L \cdot (L \cdot L)$, aber: Konkatenation von Sprachen ist eine assoziative Operation

- \blacktriangleright wir wollen Potenzen L^k formaler Sprachen definieren
- ightharpoonup "Problem": Was soll L^0 sein?
- Definiere:

$$L^{0} = \{\varepsilon\}$$
$$\forall k \in \mathbb{N}_{0}: L^{k+1} = L \cdot L^{k}$$

► Einfaches Nachrechnen ergibt z. B.:

$$L^{1} = L$$

$$L^{2} = L \cdot L$$

$$L^{3} = L \cdot L \cdot L$$

▶ Genau genommen: $L^3 = L \cdot (L \cdot L)$, aber: Konkatenation von Sprachen ist eine assoziative Operation

- \blacktriangleright wir wollen Potenzen L^k formaler Sprachen definieren
- ightharpoonup "Problem": Was soll L^0 sein?
- Definiere:

$$L^{0} = \{\varepsilon\}$$
$$\forall k \in \mathbb{N}_{0}: L^{k+1} = L \cdot L^{k}$$

Einfaches Nachrechnen ergibt z. B.:

$$L^{1} = L$$

$$L^{2} = L \cdot L$$

$$L^{3} = L \cdot L \cdot L$$

▶ Genau genommen: $L^3 = L \cdot (L \cdot L)$, aber: Konkatenation von Sprachen ist eine assoziative Operation.

Beispiele für Potenzen von Sprachen (1)

- $L = \{aa, b\}$
- Dann ist

$$\begin{split} L^0 &= \{\varepsilon\} \\ L^1 &= \{aa,b\} \\ L^2 &= \{aa,b\} \cdot \{aa,b\} = \{aa \cdot aa, aa \cdot b, b \cdot aa, b \cdot b\} \\ &= \{aaaa, aab, baa, bb\} \\ L^3 &= \{aa \cdot aa \cdot aa, aa \cdot aa \cdot b, aa \cdot b \cdot aa, aa \cdot b \cdot b, \\ b \cdot aa \cdot aa, b \cdot aa \cdot b, b \cdot b \cdot aa, b \cdot b \cdot b\} \\ &= \{aaaaaa, aaaab, aabaa, aabb, baaaa, baab, bbaa, bbb\} \end{split}$$

Beispiele für Potenzen von Sprachen (2)

Sei

► Mit anderen Worter

$$L^2 = \{ \mathbf{a}^{n_1} \mathbf{b}^{n_1} \mathbf{a}^{n_2} \mathbf{b}^{n_2} \mid n_1 \in \mathbb{N}_+ \land n_2 \in \mathbb{N}_+ \}$$

Beachte: die Exponenten n₁ "vorne" und n₂ "hinten" heißen verschieden.

Beispiele für Potenzen von Sprachen (2)

Sei

$$L = \{a^nb^n \mid n \in \mathbb{N}_+\} ,$$

also sozusagen (immer diese Pünktchen ...)

$$L = \{ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \dots\}$$
 .

▶ Was ist $L^2 = L \cdot L$?

$$\begin{split} \textit{L}^2 = & \quad \left\{ \texttt{ab} \cdot \texttt{ab}, \texttt{ab} \cdot \texttt{aaabb}, \texttt{ab} \cdot \texttt{aaabbb}, \dots \right\} \\ & \quad \cup \left\{ \texttt{aabb} \cdot \texttt{ab}, \texttt{aabb} \cdot \texttt{aabb}, \texttt{aaabbb}, \texttt{aaabbb}, \dots \right\} \\ & \quad \cup \left\{ \texttt{aaabbb} \cdot \texttt{ab}, \texttt{aaabbb} \cdot \texttt{aaabbb}, \texttt{aaabbb}, \texttt{aaabbb}, \dots \right\} \\ & \quad \vdots \end{split}$$

Mit anderen Worten

$$L^2 = \{ \mathbf{a}^{n_1} \mathbf{b}^{n_1} \mathbf{a}^{n_2} \mathbf{b}^{n_2} \mid n_1 \in \mathbb{N}_+ \land n_2 \in \mathbb{N}_+ \} \ .$$

 Beachte: die Exponenten n₁ "vorne" und n₂ "hinten" heißen verschieden.

Potenzen mehrfach definiert

- ▶ für Alphabet A und für $i \in \mathbb{N}_0$ hatten wir schon Potenzen A^i definiert.
- ▶ Aⁿ: Menge aller Wörter der Länge n über dem Alphabet A
- ▶ Jedes Alphabet A kann man als formale Sprache L_A auffassen (enthält alle Wörter der Länge 1)
- ► Man mache sich klar: Aⁱ ist ("im Wesentlichen") das Gleiche wie Lⁱ_A.
 - $A^0 = \{\varepsilon\} = L^0_A$
 - $A^1 = A = L_A = L_A^1$
 - $A^2 = A \cdot A^1 = L_A \cdot L_A^1$

 - wonach sieht das aus?

Überblick

Formale Sprachen

Formale Sprachen Produkt formaler Sprachen

Konkatenationsabschluss formaler Sprachen

Konkatenationsabschluss von L

- **•** bei Alphabeten schon gesehen: $A^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} A^i$.
- der Konkatenationsabschluss L* von L ist

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

▶ der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ von L ist

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

Man sieht:

$$L^* = L^0 \cup L^+ \ .$$

Einfaches Beispiel zum Konkatenationsabschluss

- $L = \{ab, c\}$
- $L^0 = \{\varepsilon\}$
- ▶ $L^1 = \{ab, c\}$
- $ightharpoonup L^2 = \{abab, abc, cab, cc\}$
- $ightharpoonup L^3 = \{ababab, ababc, abcab, abcc, cabab, cabc, ccab, ccc\}$
- **.** . .
- ▶ Der Konkatenationsabschluss von L ist $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$
- ▶ $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \cdots = \{\varepsilon, ab, c, abab, abc, cab, cc, \ldots\}$
- ▶ Der ε-freie Konkatenationsabschluss von L ist $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$
- $L^+ = L^1 \cup L^2 \cup \dots = \{ab, c, abab, abc, cab, cc, \dots\}$
- ▶ Zusammenhang: $L^* = L^0 \cup L^+$

Konkatenationsabschluss von L

Abgeschlossenheit: Ist f eine n-stellige innere Verknüpfung (hier binäre/zweistellige Operation "Konkatenation") auf einer Menge A, dann heißt das: f ist eine Funktion Aⁿ → A. Gilt nun Ø ≠ M ⊆ A, dann heißt M abgeschlossen bezüglich f, wenn f(a₁,..., a_n) in M liegt für alle a₁,..., a_n ∈ M, wenn also f eingeschränkt auf den Definitionsbereich Mⁿ auch eine n-stellige innere Verknüpfung (hier Konkatenation) auf M ist.

Weitere Beispiele für Konkatenationsabschluss

- ▶ Es sei wieder $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_+\}.$
- ▶ haben schon gesehen:

$$L^2 = \{ \mathtt{a}^{n_1} \mathtt{b}^{n_1} \mathtt{a}^{n_2} \mathtt{b}^{n_2} \mid n_1 \in \mathbb{N}_+ \wedge n_2 \in \mathbb{N}_+ \} \ .$$

analog

$$L^3 = \{ \mathtt{a}^{n_1} \mathtt{b}^{n_1} \mathtt{a}^{n_2} \mathtt{b}^{n_2} \mathtt{a}^{n_3} \mathtt{b}^{n_3} \mid n_1 \in \mathbb{N}_+ \wedge n_2 \in \mathbb{N}_+ \wedge n_3 \in \mathbb{N}_+ \} \; .$$

▶ wir erlauben uns Pünktchen . . . :

$$L^i = \{\mathtt{a}^{n_1}\mathtt{b}^{n_1}\cdots\mathtt{a}^{n_i}\mathtt{b}^{n_i}\mid n_1,\ldots,n_i\in\mathbb{N}_+\}$$
 .

Dann kann man für L⁺ notieren:

$$L^+ = \{\mathbf{a}^{n_1} \mathbf{b}^{n_1} \cdots \mathbf{a}^{n_i} \mathbf{b}^{n_i} \mid i \in \mathbb{N}_+ \wedge n_1, \dots, n_i \in \mathbb{N}_+\} .$$

► Sie merken (hoffentlich): L⁺ und L* sind *präziser und kürzer* hinzuschreiben als viele Pünktchen.

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots\}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - alle Wörter, die man erhält, wenn mar
 - s eine beliebies enelliche Zahl k
 - > von Wörtern vo
 - n koukareniert zu wegen
 - ▼ z. B. aa · ε · aaaaa · b · aaaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - \blacktriangleright jedes Wort aus A^* ist die Konkatenation von Blöcken,
 - die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ightharpoonup also ist $L^* = A^*$

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots\}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - alle Wörter, die man erhält, wenn mar
 - eine beliebige endliche Zahl k
 - voii vverteri w₁, ..., w_n aus
 konkateniert zu w₁, ..., w_n
 - ▶ z. B. aa · ε · aaaa · b · aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus A* ist die Konkatenation von Blöcken,
 - die nur aus a oder nur aus b beste

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - alle Wörter, die man erhält, wenn mar
 - ▶ eine heliehige endliche 7ahl k
 - ▶ von Wörtern w₁.... w₄ aus L
 - ▶ konkateniert zu w₁ · · · w v
 - \triangleright z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist $L^* = A^*$

- $A = \{a,b\}$
- ▶ $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots\}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl A
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - z. B. aa · ε · aaaa · b · aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist L* = A*

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl *k*
 - ightharpoonup von Wörtern w_1, \ldots, w_k aus L
 - ▶ konkateniert zu w₁ · · · wı
 - z. B. aa · ε · aaaa · b · aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist L* = A*

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl *k*
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - ightharpoonup z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist L* = A*

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl *k*
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - \triangleright z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist L* = A*

- $A = \{a, b\}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl k
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - z. B. aa · ε · aaaa · b · aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist $L^* = A^*$

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl k
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - ightharpoonup z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist $L^* = A^*$

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält *L**?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - eine beliebige endliche Zahl k
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - ightharpoonup z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - jedes Wort aus A* ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ightharpoonup also ist $L^* = A$

- $A = \{a,b\}$
- $L = \{a\}^* \cup \{b\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots, b, bb, bbb, \dots \}$
- ▶ Welche Wörter enthält L*?
 - ▶ alle Wörter, die man erhält, wenn man
 - ▶ eine beliebige endliche Zahl k
 - ▶ von Wörtern $w_1, ..., w_k$ aus L
 - ightharpoonup konkateniert zu $w_1 \cdots w_k$
 - ightharpoonup z. B. aa $\cdot \varepsilon \cdot$ aaaaa \cdot b \cdot aaaaa
 - ▶ z. B. aa · bbbbb · aaa · b · aaaaa · bbb · aaa
 - ▶ jedes Wort aus *A** ist die Konkatenation von Blöcken, die nur aus a oder nur aus b bestehen
 - ▶ also ist $L^* = A^*$

Zwei Warnungen

- ▶ Die Bezeichnung ε -freier Konkatenationsabschluss für L^+ ist irreführend.
 - Wie steht es um das leere Wort bei L^+ und L^* ?
 - Klar ist:

$$\varepsilon \in L^0 \subseteq L^*$$

- ▶ Aber: $L = L^1 \subseteq L^+$, wenn also $\varepsilon \in L$, dann auch $\varepsilon \in L^+$.
- ▶ Beachte

$$\{\}^* = \{\varepsilon\}$$

Zwei Warnungen

- ▶ Die Bezeichnung ε -freier Konkatenationsabschluss für L^+ ist irreführend.
 - Wie steht es um das leere Wort bei L^+ und L^* ?
 - ► Klar ist:

$$\varepsilon \in L^0 \subseteq L^*$$

- ▶ Aber: $L = L^1 \subseteq L^+$, wenn also $\varepsilon \in L$, dann auch $\varepsilon \in L^+$.
- Beachte

$$\{\}^* = \{\varepsilon\}$$

Was ist wichtig

Das sollten Sie mitnehmen:

- was formale Sprachen sind,
- wie ihr Produkt definiert ist und
- wie Konkatenationsabschluss und
 ε-freier Konkatenationsabschluss definiert sind.

Das sollten Sie üben:

- ► Erkennen von Strukturen der Form *L**, *L*⁺, *L*₁*L*₂
- ▶ Lesen von Ausdrücken der Form (L₁⁺L₂)* usw.
- "Rechnen" mit formalen Sprachen

Grundbegriffe der Informatik Finheit 6: Dokumente

Prof. Dr. Tanja Schultz

Karlsruher Institut für Technologie, Fakultät für Informatik

Wintersemester 2011/2012

Überblick

Dokumente

MTEX

XHTML

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

Dokumente 2

Dokumente

- Im alltäglichen Leben gibt es vielerlei Inschriften: Briefe, Kochrezepte, Zeitungsartikel, Vorlesungsskripte, Seiten im WWW, Emails, usw.
- oft drei verschiedene Aspekte unterscheidbar, die für den Leser eine Rolle spielen:
 - ▶ den Inhalt des Textes,
 - seine Struktur und
 - sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

- ▶ den Inhalt des Textes,
- ► seine Struktur und
- sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

- den Inhalt des Textes,
- seine Struktur und
- sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

andere Form:

- den INHALT des Textes,
- seine STRUKTUR und
- ▶ sein ERSCHEINUNGSBILD, die (äußere) FORM.

- den Inhalt des Textes,
- seine Struktur und
- sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

andere Struktur:

[...] den Inhalt des Textes, seine Struktur und sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

- den Inhalt des Textes,
- seine Struktur und
- sein Erscheinungsbild, die (äußere) Form.

anderer Inhalt:

- Balaenoptera musculus (Blauwal),
- Mesoplodon carlhubbsi (Hubbs-Schnabelwal) und
- Physeter macrocephalus (Pottwal).

Wozu Inhalt, Struktur und Form?

- ▶ Inhalt üblicherweise für Autoren und Leser im Vordergrund
 - (Ausnahmen?)
- Struktur und Form
 - ▶ sollen den Leser beim Verstehen des Inhalts unterstützen.
- ▶ Dokumente: Texte mit Inhalt, Struktur und Form
 - z. B. Programme
- ▶ ein Rat für Ihr weiteres Studium:
 - ▶ viele Dokumente (PSE, Seminar, Bachelor-Arbeit, ...)
 - ► Finden geeigneter Struktur hilft auch eigenem Verständnis
 - deswegen: früh damit beginnen, etwas aufzuschreiben (weil man dann über Struktur nachdenken muss)

Wozu Inhalt, Struktur und Form?

- ▶ Inhalt üblicherweise für Autoren und Leser im Vordergrund
 - (Ausnahmen?)
- Struktur und Form
 - ▶ sollen den Leser beim Verstehen des Inhalts unterstützen.
- Dokumente: Texte mit Inhalt, Struktur und Form
 - z. B. Programme
- ein Rat für Ihr weiteres Studium:
 - ▶ viele Dokumente (PSE, Seminar, Bachelor-Arbeit, ...)
 - ► Finden geeigneter Struktur hilft auch eigenem Verständnis
 - deswegen: früh damit beginnen, etwas aufzuschreiben (weil man dann über Struktur nachdenken muss)

Wozu Inhalt, Struktur und Form?

- ▶ Inhalt üblicherweise für Autoren und Leser im Vordergrund
 - (Ausnahmen?)
- Struktur und Form
 - sollen den Leser beim Verstehen des Inhalts unterstützen.
- Dokumente: Texte mit Inhalt, Struktur und Form
 - z. B. Programme
- ▶ ein Rat für Ihr weiteres Studium:
 - viele Dokumente (PSE, Seminar, Bachelor-Arbeit, ...)
 - ► Finden geeigneter Struktur hilft auch eigenem Verständnis
 - deswegen: früh damit beginnen, etwas aufzuschreiben (weil man dann über Struktur nachdenken muss)

Struktur von Dokumenten

- Struktur von Dokumenten:
- auch da spielt syntaktische Korrektheit eine Rolle,
- zumindest wenn Rechner im Spiel sind.
- ▶ Beispiele: Auszeichnungssprachen (engl. markup language)
 - ▶ Listen in LATEX
 - ▶ und ein klein bisschen Allgemeines zu LATEX
 - Tabellen in XHTML
 - Hypertext Markup Language (HTML; dt. Hypertext-Auszeichnungssprache) ist eine textbasierte Auszeichnungssprache zur Strukturierung von Inhalten wie Texten, Bildern und Hyperlinks in Dokumenten.
 - XHTML eXtensible HTML erweiterbare HTML

Überblick

Dokumente

PALEX

XHTML

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

Dokumente LATEX 7/2

- basiert auf TEX von Donald Knuth http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/
- ausgesprochen "Tech" (bzw. "Latech")
- Textsatz-Programm
- ▶ in der Informatik sehr häufig verwendet wegen
 - hervorragendem automatischen Satz mathematischer Formeln
 - aus

$$[2 - \sum_{i=0}^{k} i 2^{-i} = (k+2) 2^{-k}]$$

wird

$$2 - \sum_{i=0}^{k} i2^{-i} = (k+2)2^{-k}$$

- ▶ Vorlesungsskript und Folien sind auch mit LATEX gemacht
 - Diese Folie beginnt so: \begin{frame}[fragile]

```
\frametitle{\LaTeX}
```

\begin{itemize}
\item basiert auf \TeX{} von Donald Knuth

Dokumente LATEX 8/22

- Im Skript steht zum Beispiel \section{Struktur von Dokumenten}
- woraus LATEX die Zeile

STRUKTUR VON DOKUMENTEN 7.2

auf Seite 50 des Skriptes gemacht hat

- also
 - ▶ automatisch die passende Abschnittsnummer eingefügt
 - alles wurde in Großbuchstaben gesetzt
- Beachte: z. B. Schriftauswahl ist nicht in der Eingabe mit vermerkt.
- ▶ Diese Festlegung findet sich an anderer Stelle, und zwar an einer Stelle, an der das typografische Aussehen aller Abschnittsüberschriften (einheitlich) festgelegt ist.

Dokumente **LATEX** 9/22

Grobstruktur von LATEX-Dokumenten

```
\documentclass[11pt]{report}
% so schreibt man Kommentare
% dieser Teil heißt Präambel des Dokumentes
% Unterstützung für Deutsch,
% z.B. richtige automatische Trennung
  \usepackage[german]{babel}
  % Angabe des Zeichensatzes, in dem der Text ist
  \usepackage[latin1]{inputenc}
  % für das Einbinden von Grafiken
  \usepackage{graphicx}
\begin{document}
  % und hier kommt der eigentliche Text .....
\end{document}
```

Dokumente LATEX 10/22

Listen mit LATEX

► Eine Liste einfacher Punkte sieht in LATEX so aus:

Eingabe	Ausgabe
\begin{itemize}	
\item Inhalt	Inhalt
\item Struktur	 Struktur
\item Form	Form
\end{itemize}	

- der dicke Punkt als Markierung ist nicht an der Stelle der Liste festgelegt.
- ► Trennung der Spezifikation von Struktur und der Spezifikation von Form
- ▶ Wenn man z. B. "—" statt "•" möchte, dann muss man an einer Stelle (in der Präambel) die Definition \item ändern.

Dokumente LATEX 11/22

Formale Sprachen

- Gesucht: die formale Sprache Litemize aller legalen Texte für Listen in LaTeX
- ▶ Gegeben: die formale Sprache $L_{\rm item}$ aller Texte, die hinter einem Aufzählungspunkt vorkommen dürfen. (tun wir mal so . . .)
- Dann

$$\textit{L}_{\text{itemize}} = \left\{ \texttt{\login{itemize}} \right\} \, \left(\left\{ \texttt{\login{itemize}} \right\} \, \left\{ \texttt{\login{itemize}} \right\} \right.$$

Problem: in Aufzählungspunkt wieder eine Liste erlaubt; also

$$L_{\mathrm{item}} = \dots L_{\mathrm{itemize}} \dots$$

 $L_{\mathrm{itemize}} = \dots L_{\mathrm{item}} \dots$

Dokumente LATEX 12/22

Überblick

Dokumente

MTEX

XHTML

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

Dokumente XHTML 13/

XHTML

- HTML: Auszeichnungssprache, die man benutzt, wenn man eine WWW-Seite (be)schreibt.
- ► XHTML: sozusagen im wesentlichen eine noch striktere Variante von HTML
- ► Für beide formaler als für LATEX festgelegt, wie syntaktisch korrekte solche Seiten aussehen.
- ▶ Das geschieht in einer sogenannten document type definition, kurz DTD.

Dokumente XHTML 14/22

Auszug aus der DTD für Tabellen in XHTML

```
<!ELEMENT table (caption?, thead?, tfoot?, (tbody+|tr+))>
<!ELEMENT caption %Inline;>
<!ELEMENT thead (tr)+>
<!ELEMENT tfoot (tr)+>
<!ELEMENT tbody (tr)+>
<!ELEMENT tr (th|td)+>
<!ELEMENT th %Flow;>
<!ELEMENT td %Flow;>
```

Dokumente XHTML 15/22

Interpretation der DTD für Tabellen in XHTML

```
<!ELEMENT table (caption?, thead?, tfoot?, (tbody+|tr+))>
<!ELEMENT thead (tr)+>
<!ELEMENT tfoot (tr)+>
<!ELEMENT tbody (tr)+>
<!ELEMENT tr (th|td)+>
```

- table, thead, tr: Namen für formale Sprachen
- ▶ Bedeutung von + ε -freier Konkatenationsabschluss
- Bedeutung von , Produkt formaler Sprachen
- ▶ Bedeutung von | Vereinigung
- Fragezeichen ist neu, aber ganz einfach:

$$L^? = L^0 \cup L^1 = \{\varepsilon\} \cup L$$

"optionales" Auftreten eines Wortes aus L

Dokumente XHTML 16/22

Interpretation der DTD für Tabellen in XHTML

Mitteilung:
<!ELEMENT tbody (tr)+ > legt fest:

$$L_{\text{tbody}} = \{\langle \text{tbody} \rangle\} \cdot L_{\text{tr}}^+ \cdot \{\langle \text{tbody} \rangle\}$$

- Tabellenrumpf beginnt mit , endet mit , dazwischen eine beliebige positive Anzahl von Tabellenzeilen
- erste Zeile aus der DTD besagt:

$$\mathcal{L}_{\texttt{table}} = \{\texttt{}\} \cdot \mathcal{L}^?_{\texttt{caption}} \cdot \mathcal{L}^?_{\texttt{thead}} \cdot \mathcal{L}^?_{\texttt{tfoot}} \cdot \mathcal{L}^+_{\texttt{tbody}} \cdot \{\texttt{}\}$$

- ► Tabelle ist von Zeichenketten und umschlossen und enthält innerhalb in dieser Reihenfolge
 - ▶ optional eine Überschrift (caption),
 - optional einen Tabellenkopf (table head),
 - optional einen Tabellenfuß (table foot) und
 - eine beliebige positive Anzahl von Tabellenrümpfen.

Dokumente XHTML 17/22

Beispiel für Tabelle in XHTML

Dokumente XHTML 18/22

Überblick

Dokumente

LATEX XHTML

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

- eben mit Hilfe von Produkt und Konkatenationsabschluss formaler Sprachen präzise Aussagen gemacht.
- Das ging, weil
 - etwas von einer komplizierteren Art aus Bestandteilen einfacherer Art zusammengesetzt wurde.
- Aber manchmal: größere Dinge einer Art werden zusammengesetzt aus kleineren Bestandteilen der gleichen Art
- ▶ Beispiel: Listen, deren Aufzählungspunkte ihrerseits wieder Listen enthalten dürfen ...

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise

- eben mit Hilfe von Produkt und Konkatenationsabschluss formaler Sprachen präzise Aussagen gemacht.
- Das ging, weil
 - etwas von einer komplizierteren Art aus Bestandteilen einfacherer Art zusammengesetzt wurde.
- ► Aber manchmal: größere Dinge einer Art werden zusammengesetzt aus kleineren Bestandteilen der gleichen Art
- Beispiel: Listen, deren Aufzählungspunkte ihrerseits wieder Listen enthalten dürfen . . .

Eine Grenze unserer bisherigen Vorgehensweise (2)

- anderes typisches Beispiel: korrekte Klammerungen (wie bei arithmetischen Ausdrücken)
- ▶ Bei einer syntaktisch korrekten Klammerung gibt es zu jeder Klammer auf "weiter hinten" die "zugehörige" Klammer zu.
- ▶ insbesondere legal:
 - mehrere korrekte Klammerungen hintereinander
 - zusätzliche Klammern um korrekte Klammerung außen herum
- ▶ schön wäre z. B. Beziehung von L_{Klammer} mit L^{*}_{Klammer} und mit {(} · L_{Klammer} · {)}
- aber wie? Gleichung?
 - ▶ lösbar?
 - wenn ja: eindeutig?
 - ▶ ein Thema des nächsten Kapitels . . .

Zusammenfassung

- Dokumente haben Inhalt, Struktur und Form.
- ▶ formale Sprachen helfen bei der Definition legaler Strukturen.