23.11.2012

Willkommen zur sechsten Übung zur Vorlesung

Grundbegriffe der Informatik

Karlsruhe Institute of Technology

Matthias Janke
email: matthias.janke ät kit.edu

Überblick

nochmal Relationen

Homomorphismen

Huffman-Codierung

Relationen

Wegfahren am Wochenende mit dem Zug:

- Den ersten Teil der Strecke mit ICE
- Den zweiten Teil der Strecke mit Regionalexpress
- Genau einmal umsteigen

Von wo nach wo möglich?

S ist Menge deutscher Städte
$I \subseteq S \times S$,
$R \subseteq S \times S$

S ist Menge deutscher Städte
$I \subseteq S \times S$,
$R \subseteq S \times S$
$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.

Relationen

$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.
Mögliche Anfangs/Endstädte: Es fährt ICE von x zu einer Stadt z und es fährt ein RE von z nach y.

$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.
Mögliche Anfangs/Endstädte: Es fährt ICE von x zu einer Stadt z und es fährt ein RE von z nach y.
Beispiel: Von Karlsruhe mit ICE nach Berlin Hbf, dann mit RE nach Potsdam.

$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.
Mögliche Anfangs/Endstädte: Es fährt ICE von x zu einer Stadt z und es fährt ein RE von z nach y.
Gesuchte Relation: $R \circ I$

$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.
Mögliche Anfangs/Endstädte: Es fährt ICE von x zu einer Stadt z und es fährt ein RE von z nach y.
Gesuchte Relation: $R \circ I$
Hinweis: $\circ$ als "nach" lesen, und es wird offensichtlich!

$(x, y) \in I \iff$ Es fährt ICE von x nach y.
$(x, y) \in R \iff$ Es fährt RE von x nach y.
Mögliche Anfangs/Endstädte: Es fährt ICE von x zu einer Stadt z und es fährt ein RE von z nach y.
Gesuchte Relation: $R \circ I$
Hinweis: I und R symmetrisch, $R \circ I$ nicht (glaube ich ...)

Wäre die Definition $x(R \circ S)y \iff \exists z : xRz \land zSy$ sinnvoller?

Relationen

Wäre die Definition $x(R \circ S)y \iff \exists z : xRz \wedge zSy$ sinnvoller?
Eigentlich schon, aber ...
Schreibweisen für Funktionen/Relationen machen Probleme.
Merke: Reihenfolge der Relationen andersrum als man zuerst denkt
...

Wäre die Definition $x(R \circ S)y \iff \exists z : xRz \land zSy$ sinnvoller?
Eigentlich schon, aber ...
Schreibweisen für Funktionen/Relationen machen Probleme.
Merke: Reihenfolge der Relationen andersrum als man zuerst denkt ...
es sei denn, man verknüpft Potenzen der gleichen Relation.

$xRy \iff y - x = 1$
$R^2, R^3, \ldots?$

$$xRy \iff y - x = 1$$
$$R^2, R^3, \ldots?$$
$$xR^2y \iff \exists z : xRz \wedge zRy \iff \exists z : z - x = 1 \wedge y - z = 1$$

$xRy \iff y - x = 1$
$R^2, R^3, \ldots ?$
$xR^2y \iff \exists z : xRz \wedge zRy \iff \exists z : z - x = 1 \wedge y - z = 1$
Das ist genau dann der Fall, wenn $y - x = 2$ gilt (z ist dann gerade $x + 1$).

Relationen

$$xRy \iff y - x = 1$$
$$R^2, R^3, \ldots ?$$
$$xR^3y \iff y - x = 3$$

Relationen

$$xRy \iff y - x = 1$$
$$xR^*y \iff x \leq y$$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^ny \iff y - x = n$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^ny \iff y - x = n$

- IA: $n = 0$: $xR^0y \iff x = y \iff y - x = 0$ ✓
- IV: Für ein beliebiges, aber festes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $xR^ny \Rightarrow y - x = n$.

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^ny \iff y - x = n$

- IA: $n = 0$: $xR^0y \iff x = y \iff y - x = 0$ ✓
- IV: Für ein beliebiges, aber festes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:
  $xR^ny \Rightarrow y - x = n$.

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^n y \iff y - x = n$

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$

- Es gelte $xR^{n+1}y \Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^n z \land zRy$
- $\overset{IV}{\Rightarrow} \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \land zRy$
- $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \land y - z = 1$
- $\Rightarrow y - x = (y - z) + (z - x) = n + 1$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^n y \iff y - x = n$

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$
- Es gelte $xR^{n+1}y \Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^n z \land zRy$
- $\overset{IV}{\Rightarrow} \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \land zRy$
- $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \land y - z = 1$
- $\Rightarrow y - x = (y - z) + (z - x) = n + 1$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^ny \iff y - x = n$

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$

- Es gelte $xR^{n+1}y \Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^nz \wedge zRy$
- $\overset{IV}{\Rightarrow} \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge zRy$
- $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge y - z = 1$
- $\Rightarrow y - x = (y - z) + (z - x) = n + 1$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^n y \iff y - x = n$

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$

- Es gelte $xR^{n+1}y \Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^n z \wedge zRy$
- $\overset{IV}{\Rightarrow} \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge zRy$
- $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge y - z = 1$
- $\Rightarrow y - x = (y - z) + (z - x) = n + 1$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^n y \iff y - x = n$

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$

- Es gelte $xR^{n+1}y \Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^n z \wedge zRy$
- $\overset{IV}{\Rightarrow} \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge zRy$
- $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : z - x = n \wedge y - z = 1$
- $\Rightarrow y - x = (y - z) + (z - x) = n + 1$

$xRy \iff y - x = 1$
$xR^*y \iff x \leq y$
Beweis: Zeige $\forall n \in \mathbb{N}_0 : xR^ny \iff y - x = n$

"andere Richtung" nicht vergessen!

- IS: $n \to n+1$: Zu zeigen: $xR^{n+1}y \iff y - x = n + 1$
- Es gelte $y - x = n + 1 \Rightarrow xR^n(y-1) \wedge (y-1)Ry$
  $\Rightarrow \exists z \in \mathbb{N}_0 : xR^nz \wedge zRy \Rightarrow xR^{n+1}y$

Überblick

nochmal Relationen

Homomorphismen

Huffman-Codierung

Das Wichtigste zuerst: Homomorphismen sind **einfach**!

Das Wichtigste zuerst: Homomorphismen sind **einfach**!
(Sie haben nur einen abschreckenden Namen ...)

"Übersetzen ist sehr einfach:"
"Translating is very easy:"

“Man übersetzt jedes einzelne Wort ...”
“You translate each single word ...”

"um sie danach in der gleichen Reihenfolge zusammen zu setzen."
"to them afterwards in the same sequence together to put."

- $A = \{\text{alle Wörter der deutschen Sprache}\}, L_A \subseteq A^*$ Menge aller grammatikalisch korrekten Sätze.
- $B = \{\text{alle Wörter der englischen Sprache}\}, L_B \subseteq B^*$ Menge aller grammatikalisch korrekten Sätze.
- "Übersetzungsabbildung" $t : L_A \to L_B$ ist **kein** Homomorphismus!

Homomorphismus ist *einfache* Funktion.

$f : A^* \to B^*$ ist Homomorphismus
$\Rightarrow \forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1) f(w_2)$.
f definiert durch Funktionswerte von f auf Zeichen aus A.

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

Zeige: $\forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

Zeige: $\forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Induktion über $n = |w_2|$:
IA: $n = 0 : w_2 = \epsilon \Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1) = f(w_1)f(w_2)$, da $f(\epsilon) = \epsilon$ gilt.

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

Zeige: $\forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Induktion über $n = |w_2|$:
IV:Für ein beliebiges, aber festes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:
$\forall w_1, w_2 \in A^* : |w_2| = n \Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

Zeige: $\forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Induktion über $n = |w_2|$:
IS: $n \to n+1$: Zu zeigen:
$\forall w_1, w_2 \in A^* : |w_2| = n+1 \Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

Zeige: $\forall w_1, w_2 \in A^* : f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Induktion über $n = |w_2|$:
IS: $n \to n+1$: Zu zeigen:
$\forall w_1, w_2 \in A^* : |w_2| = n+1 \Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Sei $|w_2| = n+1 \Rightarrow \exists w \in A^n : \exists x \in A : w_2 = wx$

f Homomorphismus, das heißt
$f(\epsilon) = \epsilon$
$\forall w \in A^* \forall x \in A : f(wx) = f(w)f(x)$

IS: $n \to n+1$: Zu zeigen:
$\forall w_1, w_2 \in A^* : |w_2| = n+1 \Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1)f(w_2)$.
Sei $|w_2| = n+1 \Rightarrow \exists w \in A^n : \exists x \in A : w_2 = wx$
$\Rightarrow f(w_1 w_2) = f(w_1 wx) = f(w_1 w)f(x) \overset{IV}{=} f(w_1)f(w)f(x) =$
$f(w_1)f(wx) = f(w_1)f(w_2)$ $\square$

Homomorphismen

$f : \{0, 1, 2\}^* \to \{0, 1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0, 1, 2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$

$f : \{0,1,2\}^* \to \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?

$f : \{0, 1, 2\}^* \to \{0, 1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0, 1, 2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
Idee: Einfache Wörter ausprobieren!

$f : \{0,1,2\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$Num_3(1) = Num_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$

$f : \{0, 1, 2\}^* \to \{0, 1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0, 1, 2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$Num_3(1) = Num_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$
$Num_3(11) = 4 = Num_2(f(11)) \Rightarrow f(11) \in \{0\}^*\{100\}$

$f : \{0,1,2\}^* \to \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$Num_3(1) = Num_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$
$Num_3(11) = 4 = Num_2(f(11)) \Rightarrow f(11) \in \{0\}^*\{100\}$
Annahme: f Homomorphismus.

$f : \{0,1,2\}^* \to \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$Num_3(1) = Num_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$
$Num_3(11) = 4 = Num_2(f(11)) \Rightarrow f(11) \in \{0\}^*\{100\}$
Annahme: f Homomorphismus.
Dann gilt: $f(11) = f(1)f(1) \in \{0\}^*\{1\}\{0\}^*\{1\}$

$f : \{0,1,2\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : \mathit{Num}_3(w) = \mathit{Num}_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$\mathit{Num}_3(1) = \mathit{Num}_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$
$\mathit{Num}_3(11) = 4 = \mathit{Num}_2(f(11)) \Rightarrow f(11) \in \{0\}^*\{100\}$
Annahme: f Homomorphismus.
Dann gilt: $f(11) = f(1)f(1) \in \{0\}^*\{1\}\{0\}^*\{1\}$
Dies steht in Widerspruch zu $f(11) \in \{0\}^*\{100\}$

$f : \{0,1,2\}^* \to \{0,1\}^*$ mit
$\forall w \in \{0,1,2\}^* : Num_3(w) = Num_2(f(w))$
Kann f Homomorphismus sein?
$Num_3(1) = Num_2(f(1)) \Rightarrow f(1) \in \{0\}^*\{1\}$
$Num_3(11) = 4 = Num_2(f(11)) \Rightarrow f(11) \in \{0\}^*\{100\}$
Also gilt: f ist kein Homomorphismus.

Gibt es einen Homomorphismus $h : \mathbb{G}_8^* \to \mathbb{G}_2^*$, so dass gilt:
$\forall w \in \mathbb{G}_8^* : Num_2(h(w)) = Num_8(w)$?

Gibt es einen Homomorphismus $h : \mathbb{G}_8^* \to \mathbb{G}_2^*$, so dass gilt:
$\forall w \in \mathbb{G}_8^* : Num_2(h(w)) = Num_8(w)$?
Der durch
$h(0) = 000, h(1) = 001, h(2) = 010, h(3) = 011,$
$h(4) = 100, h(5) = 101, h(6) = 110, h(7) = 111.$
definierte Homomorphismus erfüllt
$\forall w \in \mathbb{G}_8^* : Num_2(h(w)) = Num_8(w)$.

Beweis durch vollständige Induktion über die Wortlänge:
Induktionsanfang: $n = 0$:
$w = \epsilon \Rightarrow h(w) = \epsilon \Rightarrow Num_8(w) = Num_2(h(w)) = 0.\ \surd$
Induktionsvoraussetzung: Für ein festes, aber beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$:
$\forall w \in \mathbb{G}_8^n : Num_8(w) = Num_2(h(w))$.

Induktionsschritt: Wir betrachten $w' \in \mathbb{G}_8^{n+1}$, so dass
$w' = wz, w \in \mathbb{G}_8^n \wedge z \in \mathbb{G}_8$ gilt.
Seien $a, b, c \in \{0, 1\}$ die Zeichen, für die $h(z) = abc$ gilt.
Dann gilt:

$$
\begin{aligned}
& Num_2(h(wz)) = Num_2(h(w)h(z)) = Num_2(h(w)abc) \\
& = Num_2(h(w)ab) \cdot 2 + num_2(c) \\
& = (Num_2(h(w)a) \cdot 2 + num_2(b)) \cdot 2 + num_2(c) \\
& = ((Num_2(h(w)) \cdot 2 + num_2(a)) \cdot 2 + num_2(b)) \cdot 2 + num_2(c) \\
& = Num_2(h(w)) \cdot 8 + 4 \cdot num_2(a) + 2 \cdot num_2(b) + num_2(c) \\
& = Num_2(h(w)) \cdot 8 + (Num_2(a) \cdot 2 + num_2(b)) \cdot 2 + num_2(c) \\
& = Num_2(h(w)) \cdot 8 + Num_2(ab) \cdot 2 + num_2(c) \\
& = Num_2(h(w)) \cdot 8 + Num_2(abc) \\
& \overset{IV}{=} Num_8(w) \cdot 8 + Num_2(abc) \\
& \overset{Def}{=} Num_8(w) \cdot 8 + Num_8(z) = Num_8(wz)
\end{aligned}
$$

Ist Homomorphismus $c : \{a, b\}^* \to \{0, 1\}^*$
mit $c(a) = 10, c(b) = 100$ Codierung (also injektiv)?

Codierung - Decodierung

Ist Homomorphismus $c : \{a, b\}^* \to \{0, 1\}^*$
mit $c(a) = 10, c(b) = 100$ Codierung (also injektiv)?
$c(aaaba) = 10101010010$
$c(babba) = 1001010010010$
$c(aaaaa) = 1010101010$

Codierung - Decodierung

Ist Homomorphismus $c : \{a, b\}^* \to \{0, 1\}^*$
mit $c(a) = 10, c(b) = 100$ Codierung (also injektiv)? Ja!

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?
$c(adddb) = 10000000100$
$c(bddda) = 10000000010$

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \end{cases}$$

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \end{cases}$$

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \\ ad^k & \text{falls } w = 10^{2k+1} \end{cases}$$

Codierung - Decodierung

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \\ ad^k & \text{falls } w = 10^{2k+1} \\ bd^k & \text{falls } w = 10^{2k+2} \end{cases}$$

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \\ ad^k & \text{falls } w = 10^{2k+1} \\ bd^k & \text{falls } w = 10^{2k+2} \\ ad^k u(1w') & \text{falls } w = 10^{2k+1}1w' \end{cases}$$

Codierung - Decodierung

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \\ ad^k & \text{falls } w = 10^{2k+1} \\ bd^k & \text{falls } w = 10^{2k+2} \\ ad^k u(1w') & \text{falls } w = 10^{2k+1}1w' \\ bd^k u(1w') & \text{falls } w = 10^{2k+2}1w' \end{cases}$$

$c : \{a, b, d\}^* \to \{0, 1\}^*$
$c(a) = 10, c(b) = 100, c(d) = 00$
Decodierung?

$$u(w) = \begin{cases} \epsilon & \text{falls } w = \epsilon \\ du(w') & \text{falls } w = 00w' \\ ad^k & \text{falls } w = 10^{2k+1} \\ bd^k & \text{falls } w = 10^{2k+2} \\ ad^k u(1w') & \text{falls } w = 10^{2k+1}1w' \\ bd^k u(1w') & \text{falls } w = 10^{2k+2}1w' \\ \perp & \text{sonst.} \end{cases}$$

nochmal Relationen

Homomorphismen

Huffman-Codierung

$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaaccacc$

$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaaccacc$

- Schritt 1: Wort in Blöcke unterteilen (hier: Länge 3):
  aab aac aba aca aba aac aca abb acc abb aaa abb acc aaa aaa aba aca abb abb aca aba aca acc aaa aaa acc aaa aaa acc acc

$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaccacc$

- Schritt 1: Wort in Blöcke unterteilen (hier: Länge 3):
  aab aac aba aca aba aac aca abb acc abb aaa abb acc aaa aaa aba aca abb abb aca aba aca acc aaa aaa acc aaa aaa acc acc
- Schritt 2: Vorkommen zählen:
  $aab - 1, aac - 2, aba - 4, aca - 5, abb - 5, acc - 6, aaa - 7$

$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaccacc$

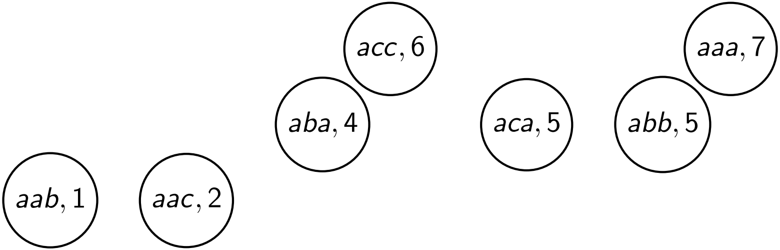
- Schritt 1: Wort in Blöcke unterteilen (hier: Länge 3):
  aab aac aba aca aba aac aca abb acc abb aaa abb acc aaa aaa aba aca abb abb aca aba aca acc aaa aaa acc aaa aaa acc acc
- Schritt 2: Vorkommen zählen:
  $aab - 1, aac - 2, aba - 4, aca - 5, abb - 5, acc - 6, aaa - 7$
- Schritt 3: Baum erstellen.

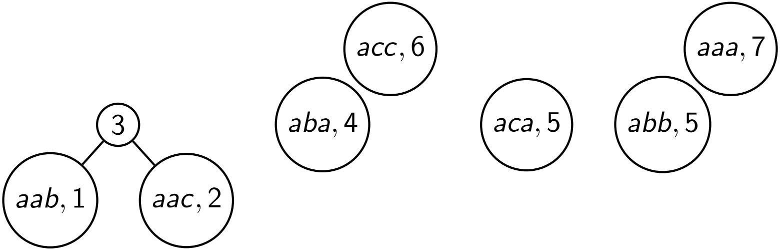
$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaaccacc$

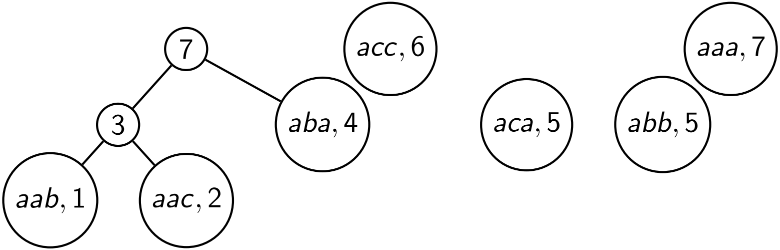
- Schritt 4: Codierung der einzelnen Blöcke ablesen:
  $aab - 0000, aac - 0001, aba - 001, aca - 100,$
  $abb - 101, acc - 01, aaa - 11$

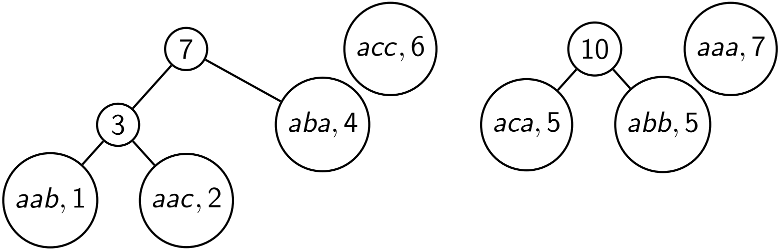
$w = aabaacabaacaabaaacacaabbaccabbaaaabbaccaaa$
$aaaabaacaabbabbacaabaacaaccaaaaaaccaaaaaaaccacc$

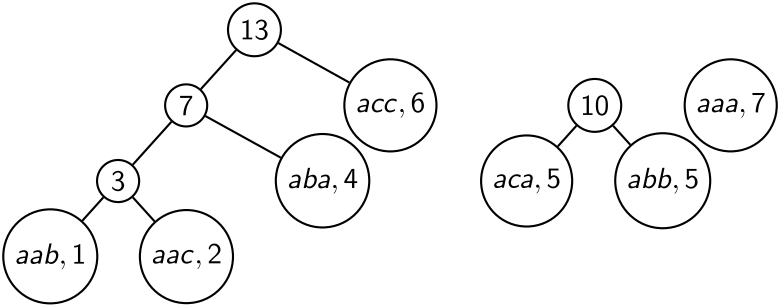
- Schritt 4: Codierung der einzelnen Blöcke ablesen:
  $aab - 0000, aac - 0001, aba - 001, aca - 100,$
  $abb - 101, acc - 01, aaa - 11$
- Schritt 5: Übersetzen:
  $c(w) = 00000001001100001000110010101101111010111$
  $1100110010110110000110001111101111110101$

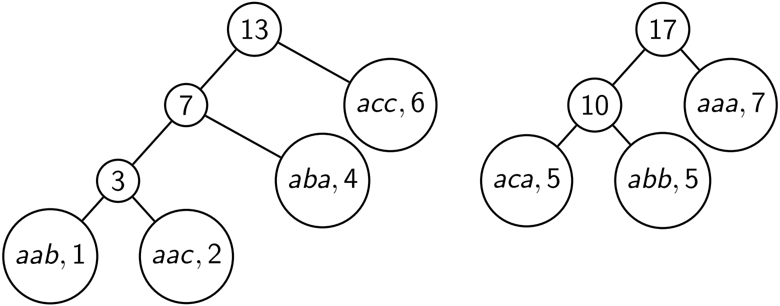

acc, 6
aaa, 7
aba, 4
aca, 5
abb, 5
aab, 1
aac, 2

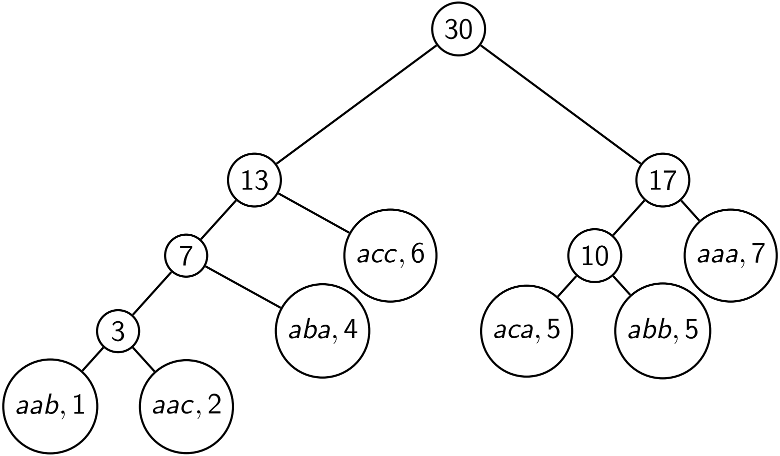

3
aab, 1
aac, 2
aba, 4
acc, 6
aca, 5
abb, 5
aaa, 7

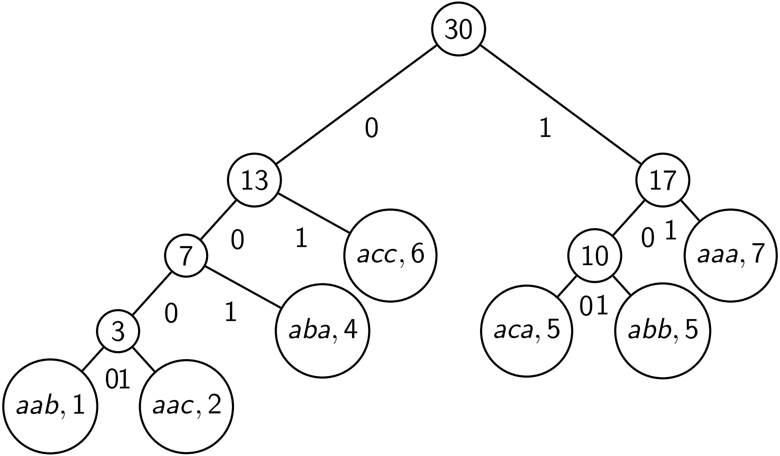

7
acc, 6
aaa, 7
3
aba, 4
aca, 5
abb, 5
aab, 1
aac, 2


7
acc, 6
10
aaa, 7
3
aba, 4
aca, 5
abb, 5
aab, 1
aac, 2


13
7
acc, 6
3
aba, 4
aab, 1
aac, 2
10
aaa, 7
aca, 5
abb, 5


13
7
acc, 6
3
aba, 4
aab, 1
aac, 2
17
10
aaa, 7
aca, 5
abb, 5


30
13
17
7
acc, 6
10
aaa, 7
3
aba, 4
aca, 5
abb, 5
aab, 1
aac, 2


30
0
1
13
17
7
acc, 6
10
aaa, 7
3
aba, 4
aca, 5
abb, 5
aab, 1
aac, 2

Das wars für heute...

Themen für das sechste Übungsblatt:

- Verkettung von Relationen
- Homomorphismen
- Huffman-Codierung

Schönes Wochenende!