



Grundbegriffe der Informatik

Aufgabenblatt 5

Matr.nr.:

--	--	--	--	--	--	--

Nachname:

--

Vorname:

--

Tutorium:

Nr.

--

Name des Tutors:

--

Ausgabe: 18. November 2009

Abgabe: 27. November 2009, 13:00 Uhr
im Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 5:

/ 20

Blätter 1 – 5:

/ 93

Aufgabe 5.1 (2+2+1+1 Punkte)

Sei A eine Menge und $R \subseteq A \times A$ eine Relation über A .

Zeigen Sie:

- a) R ist transitiv $\Rightarrow R \circ R \subseteq R$.
- b) $R \circ R \subseteq R \Rightarrow R$ ist transitiv.
- c) R ist transitiv und reflexiv $\Rightarrow R \circ R = R$.
- d) R ist transitiv und reflexiv $\Rightarrow R^* = R$.

Aufgabe 5.2 (3 Punkte)

Es seien A, B, C Mengen.

- Geben Sie eine bijektive Abbildung $F : C^{A \times B} \rightarrow C^{B \times A}$ an.
- Beweisen Sie, dass Ihre angegebene Funktion F injektiv ist.

Aufgabe 5.3 (1+2+2 Punkte)

Gegeben seien die Homomorphismen

- $h : \{a, b, c\}^* \Rightarrow \{0, 1\}^*$ mit $h(a) = 10, h(b) = 01$ und $h(c) = 101$ und
- $g : \{a, b, c\}^* \Rightarrow \{0, 1\}^*$ mit $g(a) = 10, g(b) = 01$ und $g(c) = 10001$.

- a) Finden Sie ein Wort w mit $h(w) = 100101101$.
- b) Finden Sie zwei Wörter $w_1, w_2 \in \{a, b, c\}^*$, für die gilt: $w_1 \neq w_2 \wedge h(w_1) = h(w_2)$.
- c) Geben Sie eine rekursive Definition für eine Abbildung $u : \{0, 1\}^* \rightarrow \{a, b, c, \perp\}^*$ an, für welche die beiden folgenden Aussagen gelten:
 $\forall w \in \{0, 1\}^* : (\exists w' \in \{a, b, c\}^* : g(w') = w) \Rightarrow g(u(w)) = w$
 $\forall w \in \{0, 1\}^* : (\forall w' \in \{a, b, c\}^* : g(w') \neq w) \Rightarrow (u(w))(|u(w)| - 1) = \perp$

Aufgabe 5.4 (3+3 Punkte)

- a) Gibt es einen Homomorphismus $h : Z_8^* \rightarrow Z_2^*$, so dass gilt:
 $\forall w \in Z_8^* : Num_2(h(w)) = Num_8(w)$?
 Falls Ihre Antwort „ja“ ist: Geben Sie für alle $w \in Z_8$ das Wort $h(w)$ an.
 Falls Ihre Antwort „nein“ ist: Erklären Sie, warum es einen solchen Homomorphismus nicht geben kann.
- b) Gibt es einen Homomorphismus $h : Z_3^* \rightarrow Z_2^*$, so dass gilt:
 $\forall w \in Z_3^* : Num_2(h(w)) = Num_3(w)$?
 Falls Ihre Antwort „ja“ ist: Geben Sie für alle $w \in Z_3$ das Wort $h(w)$ an.
 Falls Ihre Antwort „nein“ ist: Erklären Sie, warum es einen solchen Homomorphismus nicht geben kann.