10 Endliche Automaten

10.1 Erstes Beispiel: ein Getränkeautomat

- siehe Skript;
- Am Freitag in der Übung wird als weiteres Beispiel die Benutzung von Mealy-Automaten für einfache Codierungs- bzw. Decodierungsaufgaben vorkommen.

10.2 Mealy-Automaten

- Man nehme den Getränkeautomaten und
  - „überlege“ sich $f^*((0,\texttt{-}),\texttt{R10})$ (durch den Zustandsgraphen laufen)
  - „berechne“ $f^*((0,\texttt{-}),\texttt{R10})$
  - analog f^{**}
- Man erarbeite die alternative Definition

$$\begin{array}{rcl} f^{**}(z,\varepsilon) & = & z \\ \text{und für alle } x \in X \text{ und } w \in X^* \text{ ist } f^{**}(z,xw) & = & z \cdot f^{**}(f(z,x),w) \end{array}$$

Man betrachte die folgenden Beispielautomaten:

- Getränkautomat: man mache sich klar:
  - $g^*((0,\texttt{-}),\texttt{R10}) = \texttt{R}$
  - $g^{**}((0,\texttt{-}),\texttt{R10}) = \texttt{R}$
  - $g^{**}((0,\texttt{-}),\texttt{R110}) = \texttt{1R}$
- nur ein Zustand z, $X = Y = \{\texttt{a},\texttt{b}\}$ und $g(z,\texttt{a}) = \texttt{b}$ und $g(z,\texttt{b}) = \texttt{ba}$
  - wie sieht $w_1 = g^{**}(z,\texttt{a})$ aus?
  - $w_2 = g^{**}(z,w_1)$, $\ldots w_{i+1} = g^{**}(z,w_i)$?
  - was passiert mit den Längen?
- $Z = \mathbb{Z}_5$, $X = \{\texttt{a},\texttt{b}\}$, $Y = \{\texttt{0},\texttt{1}\}$, bei $\texttt{b}$ gleicher Zustand, Ausgabe $\texttt{0}$, bei $\texttt{a}$ einen Zustand weiter, bei jedem 5. $\texttt{a}$ Ausgabe $\texttt{1}$, sonst Ausgabe $\texttt{0}$. Was tut der Automat?

10.3 Moore-Automaten

- Die Unterschiede zwischen Moore- und Mealy-Automaten sind „klein": Abgesehen vom leeren Wort, für das ein Mealy-Automat keine Ausgabe liefern kann, gilt: Man kann zu jedem Moore-Automaten einen Mealy-Automaten konstruieren, so dass das g^* für beide gleich ist. Und die umgekehrte Richtung von Mealy- zu Moore-Automaten funktioniert auch.

- Falls jemand fragt: Die erste Richtung von Moore zu Mealy ist ganz einfach: Man „zieht die Ausgabe aus einem Zustand „zurück" zu den Eingaben an den Kanten zu diesem Zustand.

  Die umgekehrte Richtung ist ein bisschen aufwändiger, aber auch kein Hexenwerk; siehe `http://de.wikipedia.org/wiki/Mealy-Automat`, Abschnitt *Zusammenhang_mit_Moore-Automat*.

10.4 Endliche Akzeptoren

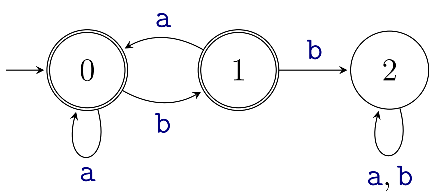
10.4.1 Beispiele formaler Sprachen, die von endlichen Akzeptoren akzeptiert werden können

- **Bitte bitte bitte die akzeptierenden Zustände nur so nennen**, und *nicht* Endzustände. Langjährige Erfahrung zeigt, dass das zu falschen Intuitionen führt.

- Man entwickele einen Akzeptor mit $X = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, der alle Wörter akzeptiert, bei denen die Anzahl der `a` durch 5 teilbar ist. (Anzahl der `b` ist also egal.)

  Kreis mit 5 Zuständen; bei jedem `a` eins weiter, bei jedem `b` Schlinge; akzeptieren bei Anfangszustand.

- Man entwickele einen Akzeptor mit $X = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, der alle Wörter akzeptiert, in denen nirgends hintereinander zwei `b` vorkommen. Hier „muss" man zählen, wieviele `b` unmittelbar hintereinander kamen, aber nur bis 2:



- Diskussion: einfachste Version von Syntaxanalyse

10.5 Eine formale Sprache, die von keinem endlichen Akzeptoren akzeptiert werden kann

- Der Beweis, dass $\{\mathtt{a}^k\mathtt{b}^k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$ von keinem endlichen Akzeptor erkannt werden kann, vermittelt einem wesentliches über endliche Automaten: Wenn ein hinreichend langes Wort w akzeptiert wird (und das ist garantiert immer der Fall, wenn die Sprache unendlich ist), dann läuft man für ein Teilwort v durch eine Schleife, und dann ändert mehrfaches Durchlaufen der Schleife (bzw. ganz weglassen) nichts am Akzeptierungsverhalten (Pumpinglemma für reguläre Sprachen, das kommt aber erst im dritten Semester).

10.6 alte Klausuraufgaben

- Zu Akzeptoren gibt es eigenlich in fast jeder Klausur eine Aufgabe.
- Zu Mealy Automaten habe ich auf die Schnelle Aufgabe 3 gefunden: http://gbi.ira.uka.de/archiv/2009/k-mar10.pdf