15 ENDLICHE AUTOMATEN

15.1 ERSTES BEISPIEL: EIN GETRÄNKEAUTOMAT

- siehe Skript;
- In der großen Übung am Freitag wird zur Vorberetiung auf die Übungsaufgaben als weiteres Beispiel die Benutzung von Mealy-Automaten für einfache Codierungs- bzw. Decodierungsaufgaben vorkommen.

15.2 MEALY-AUTOMATEN

- Man nehme den Getränkeautomaten und
  - „überlege“ sich $f^*((0, \texttt{-}), \texttt{R10})$ (durch den Zustandsgraphen laufen)
  - „berechne“ $f^*((0, \texttt{-}), \texttt{R10})$
  - analog f^{**}
- Man erarbeite die alternative Definition

$$\begin{aligned} f^{**}(z, \varepsilon) &= z \\ \text{und für alle } x \in X \text{ und } w \in X^* \text{ ist } f^{**}(z, xw) &= z \cdot f^{**}(f(z, x), w) \end{aligned}$$

Man betrachte die folgenden Beispielautomaten:

- Getränkautomat: man mache sich klar:
  - $g^*((0, \texttt{-}), \texttt{R10}) = \texttt{R}$
  - $g^{**}((0, \texttt{-}), \texttt{R10}) = \texttt{R}$
  - $g^{**}((0, \texttt{-}), \texttt{R110}) = \texttt{1R}$
- nur ein Zustand z, $X = Y = \{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ und $g(z, \texttt{a}) = \texttt{b}$ und $g(z, \texttt{b}) = \texttt{ba}$
  - wie sieht $w_1 = g^{**}(z, \texttt{a})$ aus?
  - $w_2 = g^{**}(z, w_1), \ldots w_{i+1} = g^{**}(z, w_i)$?
  - was passiert mit den Längen?
- $Z =_5$, $X = \{\texttt{a}, \texttt{b}\}$, $Y = \{\texttt{0}, \texttt{1}\}$, bei $\texttt{b}$ gleicher Zustand, Ausgabe $\texttt{0}$, bei $\texttt{a}$ einen Zustand weiter, bei jedem 5. $\texttt{a}$ Ausgabe $\texttt{1}$, sonst Ausgabe $\texttt{0}$. Was tut der Automat?

15.3 MOORE-AUTOMATEN

- Die Unterschiede zwischen Moore- und Mealy-Automaten sind „klein“: Abgesehen vom leeren Wort, für das ein Mealy-Automat keine Ausgabe liefern kann, gilt: Man kann zu jedem Moore-Automaten einen Mealy-Automaten konstruieren, so dass das g^* für beide gleich ist. Und die umgekehrte Richtung von Mealy- zu Moore-Automaten funktioniert auch.

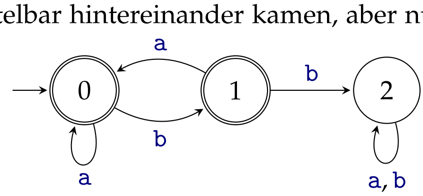
- Falls jemand fragt: Die erste Richtung von Moore zu Mealy ist ganz einfach: Man „zieht die Ausgabe aus einem Zustand „zurück“ zu den Eingaben an den Kanten zu diesem Zustand.

  Die umgekehrte Richtung ist ein bisschen aufwändiger, aber auch kein Hexenwerk; siehe `http://de.wikipedia.org/wiki/Mealy-Automat`, Abschnitt *Zusammenhang_mit_Moore-Automat*.

15.4 ENDLICHE AKZEPTOREN

- **Bitte bitte bitte die akzeptierenden Zustände nur so nennen**, und *nicht* Endzustände. Langjährige Erfahrung zeigt, dass das zu falschen Intuitionen führt.
- Man entwickele einen Akzeptor mit $X = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, der alle Wörter akzeptiert, bei denen die Anzahl der `a` durch 5 teilbar ist. (Anzahl der `b` ist also egal.)

  Kreis mit 5 Zuständen; bei jedem `a` eins weiter, bei jedem `b` Schlinge; akzeptieren bei Anfangszustand.
- Man entwickele einen Akzeptor mit $X = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, der alle Wörter akzeptiert, in denen nirgends hintereinander zwei `b` vorkommen. Hier „muss“ man zählen, wieviele `b` unmittelbar hintereinander kamen, aber nur bis 2:



- Diskussion: einfachste Version von Syntaxanalyse
- Ich finde, dass einem der Beweis, dass $\{\mathtt{a}^k\mathtt{b}^k \mid k \in \mathbb{N}_0\}$ von keinem endlichen Akzeptor erkannt werden kann, wesentliches über endliche Automaten vermittelt: Wenn ein hinreichend langes Wort w akzeptiert wird (und das ist garantiert immer der Fall, wenn die Sprache unendlich ist), dann läuft man für ein Teilwort v durch eine Schleife, und dann ändert mehrfaches Durchlaufen der Schleife (bzw. ganz weglassen) nichts am Akzeptierungsverhalten (Pumpinglemma für reguläre Sprachen).

  Ich bin mir aber noch nicht sicher, ob mir die Zeit dafür reicht. Falls ja, bei Nachfragen bitte noch mal den Beweis erklären. Vielleicht macht auch die prinzipielle Vorgehensweise des indirekten Beweises noch Probleme. Ich vermute/hoffe aber, dass das inzwischen in allen Mathe-Vorlesungen dran war.