

4 Der Begriff des Algorithmus

4.1 Zum informellen Algorithmusbegriff

Die Eigenschaften, die man allgemein beim klassischen Algorithmusbegriff fordert, noch mal kurz durchgehen; sollten erst mal alle plausibel sein.

- *endliche Beschreibung*
- *elementare Anweisungen*
- *Determinismus*
- zu *endlichen Eingabe* wird *endliche Ausgabe* berechnet
- *endliche viele Schritte*
- funktioniert für *beliebig große Eingaben*
- *Nachvollziehbarkeit/Verständlichkeit* für jeden (mit der Materie vertrauten)

4.2 Zur Korrektheit des Algorithmus zur Lösung einer Sorte quadratischer Gleichungen

Hier sollen die Studenten sich erst mal dran gewöhnen, dass es sinnvoll ist, sich irgendwelche Zusicherungen zu überlegen, die an gewissen Stellen im Algorithmus gelten (sollen).

4.3 Ein Algorithmus zur Multiplikation nichtnegativer ganzer Zahlen

4.3.1 Rechnen mit **div** und **mod**

$$x = y \cdot (x \text{ div } y) + (x \text{ mod } y) \quad \text{und} \quad 0 \leq (x \text{ mod } y) < y$$

- Bitte das Rechnen mit **div** und **mod** üben.

Vielleicht mal einfach eine Tabelle ausfüllen (lassen) der Form

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$x \text{ div } 4$	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2
$4(x \text{ div } 4)$	0	0	0	0	4	4	4	4	8	8	8	8
$x \text{ mod } 4$	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3

- Klar machen, dass $x \text{ mod } 2$ was mit gerade und ungerade zu tun hat.

4.3.2 Annäherung an Schleifeninvarianten

dafür sind Tabellen der folgenden Form recht hilfreich:

	P_i	X_i	Y_i	x_i
$i = 0$	0	6	9	0
$i = 1$	0	3	18	1
$i = 2$	18	1	36	1
$i = 3$	54	0	72	0

4.3.3 Der Algorithmus zur Multiplikation nichtnegativer ganzer Zahlen mit einer Schleife

- Vor 2 Jahren waren in Programmieren noch keine Schleifen dran, deshalb führen wir in der Vorlesung **for**-Schleifen als Abkürzungen für mehrfach wiederholten Programmtext ein.

Da wir dieses Jahr das Kapitel über formale Sprachen und Dokumente vorgezogen haben, müssten seit dieser Woche die Studenten auch while-Schleifen kennen. Aber besser nochmal nachfragen und bei Bedarf kurz while-Schleifen erklären. Das wird auf dem Übungsblatt vermutlich auch dran kommen.

- Das Weglassen der Indizes bei den Variablen macht hoffentlich keine großen Probleme. Das ist aber nur wichtig, wenn man auf das Wort *Schleifeninvariante* hinaus will. Ansonsten kann man die Indizes auch einfach stehen lassen. Hier ist noch ein einfaches Beispiel:

// Eingaben: $a, b \in \mathbb{N}_0$

$S_0 \leftarrow a$

$Y_0 \leftarrow b$

for $i \leftarrow 0$ **to** $b - 1$ **do**

 // $S_i + Y_i = a + b$

$S_{i+1} \leftarrow S_i + 1$

 // $S_{i+1} + Y_i - 1 = a + b$

$Y_{i+1} \leftarrow Y_i - 1$

 // $S_{i+1} + Y_{i+1} = a + b$

od

 // Ergebnis: $S_b = a + b$

bzw.

// Eingaben: $a, b \in \mathbb{N}_0$

$S \leftarrow a$

$Y \leftarrow b$

for $i \leftarrow 0$ **to** $b - 1$ **do**

 // $S + Y = a + b$

$S \leftarrow S + 1$

 // $S + Y - 1 = a + b$

$Y \leftarrow Y - 1$

 // $S + Y = a + b$

od

 // Ergebnis: $S = a + b$

Die Tabelle sieht dann zum Beispiel für den Fall $a = 6$ und $b = 4$ so aus

	S_i	Y_i
$i = 0$	6	4
$i = 1$	7	3
$i = 2$	8	2
$i = 3$	9	1
$i = 4$	10	0

„Wie man sieht“ gilt für alle $i \in \mathbb{N}_0$: $i \leq b \implies S_i + Y_i = a + b$

- Zum Üben kann man auch gut die Aufgaben von Übungsblatt 3 des Jahres 2008 benutzen. Siehe <http://gbi.ira.uka.de/archiv/2008/blatt-3-aufgaben.pdf> und <http://gbi.ira.uka.de/archiv/2008/blatt-3-loesungen.pdf>

4.4 sonstige Beispielaufgaben

Wer Invarianten an Beispielen ohne Code verdeutlichen will, kann auch gerne die beiden Aufgaben vom letztjährigen Übungsblatt vorstellen bzw rechnen lassen. <http://gbi10.ira.uka.de/uebungen/blatt-4-aufgaben.pdf>