Grundbegriffe der Informatik - Tutorium

– Wintersemester 2011/12 –

Christian Jülg

http://gbi-tutor.blogspot.com

09. November 2011

Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825

Quellennachweis & Dank an:
Martin Schadow, Susanne Dinkler, Sebastian Heßlinger, Joachim Wilke

Übersicht

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für n=0.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für n=0.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für n=0.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subset M_2$ und $M_2 \subset M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Ein Blick zurück

etwas Statistik

- 23 von 26 Abgaben, prima!
- durchschnittliche Punktzahl: 14/20 Punkten

Aufgabenblatt 3

Blatt 3

- Abgabe: 11.11.2011 um 12:30 Uhr im Untergeschoss des Infobaus

Themen

- Formale Sprachen
- Vollständige Induktion

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Ein Beispiel...

Die Sprache die alle Zustände einer Ampel beschreibt enthält `Grün` oder `Rot-Gelb` aber nicht die Phase `Grün-Rot`.

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} =$
  - $L \cdot \{\epsilon\} =$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
  - $L \cdot \{\epsilon\} =$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
    - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
    - $L \cdot \{\epsilon\} = L$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
  - $L \cdot \{\epsilon\} = L$
- Potenzen: $L^0 = \{\epsilon\}$ und $L^{i+1} = L^i \cdot L$
- Konkatenationsabschluss:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i \qquad \text{und} \qquad L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

$A = \{0, \dots, 9\}$

$L_I = \ A^*$

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.
$A = \{0, \ldots, 9\}$
$L_I = \{\epsilon, -\}A^+$.
Seid ihr mit der Lösung einverstanden?

einige Beispiele

Variabelnamen in `Java`

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in `Java` an.

Lösung

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$A = \{\_, a, \ldots, z, A, \ldots, Z\}$,
$B = A \cup \{0, \ldots, 9\}$
$L_V = A \cdot B^*$.
Was fehlt?

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$A = \{\_, a, \ldots, z, A, \ldots, Z\}$,
$B = A \cup \{0, \ldots, 9\}$
$L_V = A \cdot B^*$.
Was fehlt?

- Umlaute
- Schlüsselwörter sind als Variablenamen verboten

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

Also besser:

$A = \{\_, a, \ldots, z, A, \ldots, Z, \text{ä}, \text{ö}, \text{ü}\}$,

$B = A \cup \{0, \ldots, 9\}$

$L_V = (A \cdot B^*) \setminus \{\texttt{if}, \texttt{class}, \ldots\}$

einige Beispiele

noch einige Hinweise...

Wörter & Sprache

Wörter und Sprachen sind nicht das Gleiche!
So ist $\mathtt{abb}$ ist etwas anderes als $\{\mathtt{abb}\}$.
Und $\{\mathtt{abb}\}^*$ gibt es, aber $\mathtt{abb}^*$ kennen wir **nicht**.

$L_1 L_2$

$L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ und $L_2 = \{b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
Achtung: $L_1 L_2 = \{a^k b^m \mid k \in \mathbb{N}_0 \wedge m \in \mathbb{N}_0\}$ die Exponenten können verschieden sein!

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?
- In einer Menge kommt ein Element **nie mehrfach** vor (und die Reihenfolge ist ohne Bedeutung).

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
- $\supseteq$:

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
  Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.
  Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.
  Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.
  Da $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.
- $\supseteq$:

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
  Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.
  Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.
  Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.
  Da $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.
- $\supseteq$: Wenn $w \in L^+$, dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$.
  Da $i \in \mathbb{N}_+$ ist $i = j + 1$ für ein $j \in \mathbb{N}_0$,
  also ist für ein $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.
  also $w = w'w''$ mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.
  Wegen $L^j \subseteq L^*$ ist $w = w'w'' \in L^* \cdot L$.

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Ihr wisst was nicht?

Stellt **jetzt** Fragen!


LEMMINGE AUF DEM WEG ZUR ARBEIT.
U2 9:45
U
WWW.NICHTLUSTIG.DE