Karlsruhe Institute of Technology

Grundbegriffe der Informatik - Tutorium 21

Christian Jülg

Wintersemester 2012/13

6. November 2012

http://gbi-tutor.blogspot.com

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n = 0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subseteq M_2$ und $M_2 \subseteq M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n = 0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subseteq M_2$ und $M_2 \subseteq M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Zum Warmwerden...

Die vollständige Induktion...

1. ... besteht aus Induktionsanfang und Induktionsschritt.
2. ... wird zum beweisen von Aussagen genutzt, die sich auf ein beliebiges Element (n) einer Rekursion, Formel, etc. beziehen.
3. ... beginnt immer mit dem Nachweis für $n = 0$.

Für zwei Mengen M_1 und M_2 gilt...

1. ... sind gleich, wenn: $M_1 \subseteq M_2$ und $M_2 \subseteq M_1$
2. ... $\exists$ bijektive Abbildung von M_1 nach M_2, wenn $|M_1| = |M_2|$

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Ein Blick zurück

etwas Statistik

- 18 von 19 Abgaben, prima!
- durchschnittliche Punktzahl: 14/20 Punkten

häufige Fehler...

2.5: IA am Anfang beginnen

2.5: IV richtig formulieren!

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Aufgabenblatt 3

Blatt 3

- Abgabe: 9.11.2011 um 12:30 Uhr im Untergeschoss des Infobaus
- Punkte: maximal 20

Themen

- Formale Sprachen

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Formale Sprachen

Was ist das eigentlich?

- Eine formale Sprache L ist eine Menge von Wörtern die aus einem beliebigen Alphabet A erzeugt werden können.
- L soll stets alle (in einem bestimmten Sinn) korrekten Gebilde enthalten und alle nicht korrekten nicht.

Ein Beispiel...

Die Sprache die alle Zustände einer Ampel beschreibt enthält `Grün` oder `Rot-Gelb` aber nicht die Phase `Grün-Rot`.

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} =$
  - $L \cdot \{\epsilon\} =$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
  - $L \cdot \{\epsilon\} =$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
  - $L \cdot \{\epsilon\} = L$

Jetzt wirds theoretisch...

ein paar Definitionen

- formale Sprache: $L \subseteq A^*$
- Produkt: $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \land w_2 \in L_2\}$
  - $\{a, bb\} \cdot \{aa, b\} = \{aaa, ab, bbaa, bbb\}$
  - $L \cdot \{\epsilon\} = L$
- Potenzen: $L^0 = \{\epsilon\}$ und $L^{i+1} = L^i \cdot L$
- Konkatenationsabschluss:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i \qquad \text{und} \qquad L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.
$A = \{0, \ldots, 9\}$
$L_I = \ A^*$

einige Beispiele

Die Zahlen vom Typ `int`

Gebt eine formale Sprache L_I aller legalen Zahlen vom Typ `int` an.
$A = \{0, \ldots, 9\}$
$L_I = \{\epsilon, -\}A^+$.
Seid ihr mit der Lösung einverstanden?

einige Beispiele

Variabelnamen in `Java`

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in `Java` an.

Lösung

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$A = \{\_, a, \dots, z, A, \dots, Z\}$,
$B = A \cup \{0, \dots, 9\}$
$L_V = A \cdot B^*$.
Was fehlt?

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

$A = \{\_, a, \dots, z, A, \dots, Z\}$,
$B = A \cup \{0, \dots, 9\}$
$L_V = A \cdot B^*$.
Was fehlt?

- Umlaute
- Schlüsselwörter sind als Variablenamen verboten

einige Beispiele

Variabelnamen in Java

Gebt eine formale Sprache L_V aller legalen Variablenamen in Java an.

Lösung

Also besser:

$A = \{\_, a, \ldots, z, A, \ldots, Z, \text{ä}, \text{ö}, \text{ü}\}$,
$B = A \cup \{0, \ldots, 9\}$
$L_V = (A \cdot B^*) \setminus \{\texttt{if}, \texttt{class}, \ldots\}$

einige Beispiele

noch einige Hinweise...

Wörter & Sprache

Wörter und Sprachen sind nicht das Gleiche!
So ist $\texttt{abb}$ ist etwas anderes als $\{\texttt{abb}\}$.
Und $\{\texttt{abb}\}^*$ gibt es, aber $\texttt{abb}^*$ kennen wir **nicht**.

$L_1 L_2$

$L_1 = \{a^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ und $L_2 = \{b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
Achtung: $L_1 L_2 = \{a^k b^m \mid k \in \mathbb{N}_0 \wedge m \in \mathbb{N}_0\}$ die Exponenten können verschieden sein!

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Mengenlehre

Karlsruhe Institute of Technology

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?

Mengenlehre

Karlsruhe Institute of Technology

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?

Mengenlehre

Ergänzungen

- Was ist eine **Mengendifferenz**?
- Sei $A := \{1, 2, 3\}$ und $B := \{2, 4, 6\}$ Was ist dann $A \setminus B$?
- A ohne B, d.h. $A \setminus B = \{1, 3\}$
- Was ist bei $A \cup B$ zu beachten?
- In einer Menge kommt ein Element **nie mehrfach** vor (und die Reihenfolge ist ohne Bedeutung).

Mengengleichheit

Karlsruhe Institute of Technology

Wie beweist man das nochmal?

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?

Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?
Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
- $\supseteq$:

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?
Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
  Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.
  Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.
  Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.
  Da $i+1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.
- $\supseteq$:

Mengengleichheit

Wie beweist man das nochmal?
Indem man beweist, dass $\subseteq$ und $\supseteq$ gelten

Beweise $L^* \cdot L = L^+$

- $\subseteq$:
  Wenn $w \in L^* \cdot L$, dann $w = w'w''$ mit $w' \in L^*$ und $w'' \in L$.
  Also existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$.
  Also $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.
  Da $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, ist $L^{i+1} \subseteq L^+$, also $w \in L^+$.
- $\supseteq$: Wenn $w \in L^+$, dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$.
  Da $i \in \mathbb{N}_+$ ist $i = j + 1$ für ein $j \in \mathbb{N}_0$,
  also ist für ein $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.
  also $w = w'w''$ mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.
  Wegen $L^j \subseteq L^*$ ist $w = w'w'' \in L^* \cdot L$.

Übersicht

Guten Morgen...

Aufgabenblatt 2

Aufgabenblatt 3

Formale Sprachen

Mengenlehre

Abschluss

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Zum Schluss...

Was ihr nun wissen solltet!

- Wie beweise ich Mengengleichheit?
- Was ist das Beweisverfahren der vollständigen Induktion?
- Was kann ich alles tolles damit anstellen?
- Wie kann ich meinen Tutor bei der Korrektur meines Übungsblattes positiv beeinflussen?

Ihr wisst was nicht?

Stellt **jetzt** Fragen!

Ende