



# Grundbegriffe der Informatik

## Aufgabenblatt 12

Matr.nr.:

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

Nachname:

|  |
|--|
|  |
|--|

Vorname:

|  |
|--|
|  |
|--|

Tutorium:

Nr.

|  |
|--|
|  |
|--|

Name des Tutors:

|  |
|--|
|  |
|--|

Ausgabe: 20. Januar 2010

Abgabe: 29. Januar 2010, 13:00 Uhr  
im Briefkasten im Untergeschoss  
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet abgegeben werden.

---

*Vom Tutor auszufüllen:*

erreichte Punkte

Blatt 12:

|      |
|------|
| / 20 |
|------|

Blätter 1 – 12:

|       |
|-------|
| / 233 |
|-------|

**Aufgabe 12.1 (1 Punkt)**

Wieviele Jahre alt war Alan Mathison Turing, als er starb?

**Aufgabe 12.2 (2+2+2 Punkte)**

Gegeben sei die Sprache  $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ .

- Erklären Sie, wie eine Turingmaschine vorgehen könnte, die bei Eingabe eines Wortes  $w \in \{a, b\}^*$  genau dann im Zustand  $e$  hält, falls  $w \in L(A)$  gilt.
- Geben Sie eine Turingmaschine  $T = (Z, z_0, X, f, g, m)$  **mit höchstens 12 Zuständen** an, die bei Eingabe eines Wortes  $w \in \{a, b\}^*$  genau dann im Zustand  $e$  hält, falls  $w \in L(A)$  gilt.  
(Hinweis: Es gibt eine solche Turingmaschine mit 4 Zuständen; bei Turingmaschinen mit mehr als 12 Zuständen wird es keine Punkte mehr geben.)
- Erklären Sie für jeden Zustand Ihrer Turingmaschine, was die Turingmaschine, wenn sie sich in diesem Zustand befindet, tun wird, bis sich der Zustand ändert.

**Aufgabe 12.3 (3+1+2+2 Punkte)**

Die Turingmaschine  $T$  mit Anfangszustand  $z_0$  sei gegeben durch folgende Tabelle:

|           | $z_0$                  | $m_0^0$          | $m_0^1$          | $m_1^0$          | $m_1^1$          |
|-----------|------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 0         | $(z_0, 0, 1)$          | $(m_0^0, 0, -1)$ | $(m_0^0, 1, -1)$ | $(m_0^0, 1, -1)$ | $(m_0^1, 0, -1)$ |
| 1         | $(z_0, 1, 1)$          | $(m_1^0, 1, -1)$ | $(m_1^1, 0, -1)$ | $(m_1^1, 0, -1)$ | $(m_1^1, 1, -1)$ |
| $\square$ | $(m_0^0, \square, -1)$ | $(e, 0, 0)$      | $(e, 1, 0)$      | $(e, 1, 0)$      | $(m_0^1, 0, -1)$ |

Im Zustand  $e$  macht die Turingmaschine gar nichts mehr.

- Geben Sie der Reihe nach alle Konfigurationen an, die bei der Berechnung der Turingmaschine bei Eingabe des Wortes 1101 durchlaufen werden.
- $T$  stehe auf Symbol  $x \in \{0, 1\}$  und sei im Zustand  $m_j^i$ . Geben Sie einen einfachen arithmetischen Ausdruck für die Zahl an, die  $T$  als nächstes auf das Band schreiben wird.
- Welche Information ist in  $i$  beziehungsweise  $j$  gespeichert, wenn sich  $T$  im Zustand  $m_j^i$  befindet?
- Sei  $t(w)$  das Wort, das für Eingabe von  $w$  auf dem Band steht, wenn sich  $T$  im Zustand  $e$  befindet. Geben Sie eine Formel für  $Num_2(t(w))$  an.

### Aufgabe 12.4 (3+2 Punkte)

Die Turingmaschine  $T$  mit Anfangszustand  $S$  sei gegeben durch folgende Tabellen:

|           | $S'$              | $S$                 | $S_a$                 | $S_b$                 | $S'_a$              | $S'_b$              |
|-----------|-------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| a         | $(S', a, -1)$     | $(S_a, \square, 1)$ | $(S_a, a, 1)$         | $(S_b, a, 1)$         | $(S', \square, -1)$ | $(X', \square, -1)$ |
| b         | $(S', b, -1)$     | $(S_b, \square, 1)$ | $(S_a, b, 1)$         | $(S_b, b, 1)$         | $(X', \square, -1)$ | $(S', \square, -1)$ |
| $\square$ | $(S, \square, 1)$ | –                   | $(S'_a, \square, -1)$ | $(S'_b, \square, -1)$ | –                   | –                   |
|           | $X'$              | $X$                 | $X_a$                 | $X_b$                 | $X'_a$              | $X'_b$              |
| a         | $(X', a, -1)$     | $(X_a, \square, 1)$ | $(X_a, a, 1)$         | $(X_b, a, 1)$         | $(X', \square, -1)$ | –                   |
| b         | $(X', b, -1)$     | $(X_b, \square, 1)$ | $(X_a, b, 1)$         | $(X_b, b, 1)$         | –                   | $(X', \square, -1)$ |
| $\square$ | $(X, \square, 1)$ | $(e, 0, 0)$         | $(X'_a, \square, -1)$ | $(X'_b, \square, -1)$ | –                   | –                   |

Im Zustand  $e$  macht die Turingmaschine gar nichts mehr.

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G = (N, \{a, b\}, S, P)$  an, so dass gilt:  
 $\forall w \in \{a, b\}^* : w \in L(G) \iff T \text{ endet bei Eingabe von } w \text{ im Zustand } e.$
- Beschreiben Sie in Worten, welche Wörter von  $L(G)$  erzeugt werden.