26.10.2012

Willkommen zur zweiten Übung zur Vorlesung

Grundbegriffe der Informatik

Karlsruhe Institute of Technology

Matthias Janke

email: matthias.janke ät kit.edu

Ansage

- Donnerstag, 1. November ist **Feiertag**!
- Tutorien finden an diesem Tag **nicht** statt!
- Besuchen Sie **andere** Tutorien!
- Erwarten Sie **keine** Rückgabe der korrigierten Übungsblätter!

Überblick

Aussagenlogik

Prädikatenlogik

Wörter

Vollständige Induktion

$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$(\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B}$
falsch	falsch		wahr			
falsch	wahr		wahr			
wahr	falsch		falsch			
wahr	wahr		wahr			

$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$(\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B}$
falsch	falsch		wahr		falsch	
falsch	wahr		wahr		wahr	
wahr	falsch		falsch		wahr	
wahr	wahr		wahr		wahr	

$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$(\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B}$
falsch	falsch		wahr		falsch	
falsch	wahr		wahr		wahr	
wahr	falsch		falsch		wahr	
wahr	wahr		wahr		wahr	

$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$(\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B}$
falsch	falsch		wahr		falsch	
falsch	wahr		wahr		wahr	
wahr	falsch		falsch		wahr	
wahr	wahr		wahr		wahr	

Äquivalent zu $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$.

$(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$(\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B}$
falsch	falsch		wahr		falsch	
falsch	wahr		wahr		wahr	
wahr	falsch		falsch		wahr	
wahr	wahr		wahr		wahr	

Äquivalent zu $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$.

Ist $(\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}) \Rightarrow \mathcal{B}$ äquivalent zu $\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})$?

Wahrheitstabellen

$\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$(\mathcal{B}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$
falsch	falsch				wahr	
falsch	wahr				wahr	
wahr	falsch				wahr	
wahr	wahr				wahr	

$\mathcal{A} \Rightarrow (\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B})$:

$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{A}$	$\Rightarrow$	$(\mathcal{B}$	$\Rightarrow$	$\mathcal{B})$
falsch	falsch		wahr		wahr	
falsch	wahr		wahr		wahr	
wahr	falsch		wahr		wahr	
wahr	wahr		wahr		wahr	

Wahrheitstabellen

Formel: $(A \wedge B) \wedge (C \wedge D)$

Wann wahr, wann falsch?

A	B	C	D	$(A \wedge B)$	$\wedge$	$(C \wedge D)$
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	?	falsch
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	?	falsch
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	?	falsch
falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	?	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	?	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	?	falsch
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	?	falsch
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	?	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	?	falsch
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	?	falsch
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	?	falsch
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	?	wahr
wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	?	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	?	falsch
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	?	falsch
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	?	wahr

A	B	C	D	$(A \wedge B)$	$\wedge$	$(C \wedge D)$
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr
wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	wahr	wahr

Überblick

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation

- $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy \Rightarrow \forall y \in N : \exists x \in M : xRy$
- $\forall x \in M : \exists y \in N : xRy \Rightarrow \exists y \in N : \forall x \in M : xRy$

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation

- $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy \Rightarrow \forall y \in N : \exists x \in M : xRy$
- $\forall x \in M : \exists y \in N : xRy \Rightarrow \exists y \in N : \forall x \in M : xRy$

Erste Formel: Irgendwie offensichtlich wahr.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation

- $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy \Rightarrow \forall y \in N : \exists x \in M : xRy$
- $\forall x \in M : \exists y \in N : xRy \Rightarrow \exists y \in N : \forall x \in M : xRy$

Erste Formel: Irgendwie offensichtlich wahr.

Zweite Formel: Falsch! (siehe $M = N = \mathbb{N}_0, R =<$)

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : xRy$ wahr ist.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation

$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0 Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ beliebig, aber fest gewählt.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0 Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ **beliebig, aber fest** gewählt.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0 Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ **beliebig, aber fest** gewählt.
- Dann gilt $x_0 R y_0$.

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ **beliebig, aber fest** gewählt.
- Dann gilt $x_0Ry_0 \Rightarrow \exists x \in M : xRy_0$

Ein bisschen was zu Quantoren

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ **beliebig, aber fest** gewählt.
- Dann gilt $x_0Ry_0 \Rightarrow \exists x \in M : xRy_0$
- Da y_0 beliebig gewählt war, gilt $\forall y \in N : \exists x \in N : xRy$.

$R \subseteq M \times N$ Relation
$(\exists x \in M : \forall y \in N : xRy) \Rightarrow (\forall y \in N : \exists x \in M : xRy)$

- Wir gehen davon aus, dass $\exists x \in M : \forall y \in N : xRy$ wahr ist.
- Sei $x_0 \in M$ so gewählt, dass $\forall y \in N : x_0 Ry$ wahr ist.
- Sei $y_0 \in N$ **beliebig, aber fest** gewählt.
- Dann gilt $x_0 Ry_0 \Rightarrow \exists x \in M : xRy_0$
- Da y_0 beliebig gewählt war, gilt $\forall y \in N : \exists x \in N : xRy$ $\square$

- Formel (I): $0 \notin A \lor \exists n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \land n+1 \notin A)$

Behauptung: (I) gilt genau dann, wenn $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$ gilt.

Was bedeutet $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$?

Ein bisschen mehr zu Quantoren

- Formel (I): $0 \notin A \vee \exists n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \wedge n+1 \notin A)$

Behauptung: (I) gilt genau dann, wenn $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$ gilt.

Was bedeutet $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$?

$(\mathbb{N}_0 \not\subseteq A \iff \exists n \in \mathbb{N}_0 : n \notin A)$.

Ein bisschen mehr zu Quantoren

- Formel (I): $0 \notin A \vee \exists n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \wedge n+1 \notin A)$

Idee: Statt "(I) gilt genau dann, wenn $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$ gilt", benutzen wir:

Negation von (I) $\iff \mathbb{N}_0 \subseteq A$.

- $0 \in A \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 : (\neg(n \in A) \vee n+1 \in A)$
- $\iff 0 \in A \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \Rightarrow n+1 \in A)$

- Formel (I): $0 \notin A \vee \exists n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \wedge n+1 \notin A)$

Idee: Statt "(I) gilt genau dann, wenn $\mathbb{N}_0 \not\subseteq A$ gilt", benutzen wir:

Negation von (I) $\iff \mathbb{N}_0 \subseteq A$.

- $0 \in A \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 : (\neg(n \in A) \vee n+1 \in A)$
- $\iff 0 \in A \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 : (n \in A \Rightarrow n+1 \in A)$

Überblick

Zwei Abbildungen:

$f(0) = S, f(1) = t, f(2) = u, f(3) = d, f(4) = i, f(5) = u, f(6) = m$

$g(0) = S, g(1) = t, g(2) = u, g(3) = d, g(4) = i, g(5) = u, g(6) = m$

Zwei Abbildungen:
$f(0) = S, f(1) = t, f(2) = u, f(3) = d, f(4) = i, f(5) = u, f(6) = m$
$g(0) = S, g(1) = t, g(2) = u, g(3) = d, g(4) = i, g(5) = u, g(6) = m$

- $f = g$???

Zwei Abbildungen:
$f(0) = S, f(1) = t, f(2) = u, f(3) = d, f(4) = i, f(5) = u, f(6) = m$
$g(0) = S, g(1) = t, g(2) = u, g(3) = d, g(4) = i, g(5) = u, g(6) = m$

- $f = g$???
- Was **bedeutet** $f = g$ eigentlich?

Zwei Abbildungen:
$f(0) = S, f(1) = t, f(2) = u, f(3) = d, f(4) = i, f(5) = u, f(6) = m$
$g(0) = S, g(1) = t, g(2) = u, g(3) = d, g(4) = i, g(5) = u, g(6) = m$

- $f : A \to B, g : C \to D$;
- $f = g \iff A = C \land B = D \land \forall x \in A : f(x) = g(x)$

Zwei Abbildungen:
$f(0) = S, f(1) = t, f(2) = u, f(3) = d, f(4) = i, f(5) = u, f(6) = m$
$g(0) = S, g(1) = t, g(2) = u, g(3) = d, g(4) = i, g(5) = u, g(6) = m$

- $f : \mathbb{G}_7 \to A_1, g : \mathbb{G}_7 \to A_2$,
  A_1 englisches Alphabet, A_2 deutsches Alphabet mit Umlauten
- $\to f \neq g$

A_1 englisches Alphabet, A_2 deutsches Alphabet mit Umlauten

- $A_1^* \cap A_2^* =?$

A_1 englisches Alphabet, A_2 deutsches Alphabet mit Umlauten

- $A_1^* \cap A_2^* =?$
- Wörter wie "man" oder "die" sollten in $A_1^* \cap A_2^*$ liegen.

A_1 englisches Alphabet, A_2 deutsches Alphabet mit Umlauten

- $A_1^* \cap A_2^* =?$
- Wörter wie "man" oder "die" sollten in $A_1^* \cap A_2^*$ liegen.
- Darum: Wörter **surjektive** Abbildungen auf Teilmengen des Alphabets, damit Wort eindeutig.

Sind die hervorgehobenen Wörter gleich?
“**Die** Biene summt herum.”

Wörter, Wörter, Wörter

Sind die hervorgehobenen Wörter gleich?
"**Die** Biene summt herum."
"**Die** Wikinger entdeckten Amerika."

Wörter, Wörter, Wörter

Sind die hervorgehobenen Wörter gleich?
"**Die** Biene summt herum."
"**Die** Wikinger entdeckten Amerika."
"**Die** Bart **Die**"

Sind die hervorgehobenen Wörter gleich?
"**Die** Biene summt herum."
"**Die** Wikinger entdeckten Amerika."
"**Die** Bart **Die**"
Alle drei das gleiche Wort (für uns Informatiker).

- rekursive Definitionen sind für manche etwas gewöhnungsbedürftig
- aber speziell in der Informatik äußerst wichtig
- Beispiele
  - Akronym GNU : **G**NU is **N**ot **U**nix
  - Fakultät berechnen: $n! = n \cdot (n-1) \ldots \cdot 1$
    $n! = 1, \quad \text{für } n = 0$
    $n! = n \cdot (n-1)!, \quad \text{für } n > 0$
  - rekursive Definition von Worten mit Abbildung $R : A^* \to A^*$:

$$R(\varepsilon) = \varepsilon$$
$$\forall w \in A^* \ \forall x \in A : \ R(xw) = R(w)x$$

$$
\begin{aligned}
R(\varepsilon) &= \varepsilon \\
\forall w \in A^* \; \forall x \in A: \; R(xw) &= R(w)x
\end{aligned}
$$

Was macht das?

Beispielwort *abbab*
$R(abbab) = R(a \cdot bbab) = R(bbab)a = R(bab)ba = R(ab)bba = R(b)abba = R(b\varepsilon)abba = R(\varepsilon)babba = \varepsilon babba = babba.$

Überblick

Aussagenlogik

Prädikatenlogik

Wörter

Vollständige Induktion

- Induktionsanfang (IA): Zeige, Aussage gilt für $k = 0$ (Einsetzen der Definition ist oft 3/4 des Jobs).
- Induktionsvoraussetzung (IV): Für ein beliebiges aber festes $k \in \mathbb{N}_0$ gilt die Aussage. (Einfach nur hinschreiben.)
- Induktionsschluss (IS): Ausgehend von der IV zeigt man, dass für $k + 1$ die Aussage gilt. (Einsetzen der Definition und Einsetzen der IV ist oft 1/3 - 1/2 des Jobs.)

- Induktionsanfang (IA): Zeige, Aussage gilt für $k = 0$ (Einsetzen der Definition ist oft 3/4 des Jobs).
- Induktionsvoraussetzung (IV): Für **ein beliebiges aber festes** $k \in \mathbb{N}_0$ gilt die Aussage. (Einfach nur hinschreiben.)
- Induktionsschluss (IS): Ausgehend von der IV zeigt man, dass für $k + 1$ die Aussage gilt. (Einsetzen der Definition und Einsetzen der IV ist oft 1/3 - 1/2 des Jobs.)

- Induktionsanfang (IA): Zeige, Aussage gilt für $k = 0$ (Einsetzen der Definition ist oft 3/4 des Jobs).
- Induktionsvoraussetzung (IV): Für **ein beliebiges aber festes** $k \in \mathbb{N}_0$ gilt die Aussage. (Einfach nur hinschreiben.)
- Induktionsschluss (IS): Ausgehend von der IV zeigt man, dass für $k + 1$ die Aussage gilt. (Einsetzen der Definition und Einsetzen der IV ist oft 1/3 - 1/2 des Jobs.)

- Induktionsanfang (IA): Zeige, Aussage gilt für $k = 0$ (Einsetzen der Definition ist oft 3/4 des Jobs).
- Induktionsvoraussetzung (IV): Für **EIN BELIEBIGES ABER FESTES** $k \in \mathbb{N}_0$ gilt die Aussage. (Einfach nur hinschreiben.)
- Induktionsschluss (IS): Ausgehend von der IV zeigt man, dass für $k + 1$ die Aussage gilt. (Einsetzen der Definition und Einsetzen der IV ist oft 1/3 - 1/2 des Jobs.)

Merke: Wenn eine Induktion **über k** durchgeführt wird, darf in der IV **auf gar keinen Fall** ein Allquantor vor dem **k** stehen.

Tip: Stellen Sie sich einen weiteren Quantor für "für ein beliebiges, aber festes ..." vor: $\mathbb{B}k \in \mathbb{N}_0 \ldots$, der bei der IV steht.

Alphabet A.
Aussage: $\forall w \in A^* : \forall n \in \mathbb{N}_0 : \forall m \in \mathbb{N}_0 : w^n w^m = w^{n+m}$.
Wähle **beliebiges, aber festes** $w \in A^*$, wähle **beliebiges, aber festes** $n \in \mathbb{N}_0$.
Induktion über m.

Zwei Schritte:

- Aussage gilt für $m = 0$.
- $\forall m \in \mathbb{N}_0$: Aussage gilt für $m \Rightarrow$ Aussage gilt für $m + 1$.

Induktionsanfang: $m = 0$: $w^n w^0 = w^n \cdot \epsilon = w^n = w^{n+0}$ ✓

$\forall m \in \mathbb{N}_0$: Aussage gilt für $m \Rightarrow$ Aussage gilt für $m+1$.
Wähle **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$.
Fall 1: Aussage gilt nicht für $m \Rightarrow$ Folgerung ist wahr.
Fall 2: Aussage gilt für $m \Rightarrow$ Dann muss Aussage auch für $m+1$ gelten, oder Folgerung ist nicht für alle $m \in \mathbb{N}_0$ wahr.

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.
Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.
Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.
$w^n w^{m+1}$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.

Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

$w^n w^{m+1} \stackrel{Def}{=} w^n(w^m \cdot w)$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.
Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.
$w^n w^{m+1} \overset{Def}{=} w^n(w^m \cdot w) \overset{Assoziativ}{=} (w^n w^m) \cdot w$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.

Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

$w^n w^{m+1} \overset{Def}{=} w^n(w^m \cdot w) \overset{Assoziativ}{=} (w^n w^m) \cdot w$

$\overset{IV}{=} w^{n+m} \cdot w$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.

Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

$w^n w^{m+1} \overset{Def}{=} w^n(w^m \cdot w) \overset{Assoziativ}{=} (w^n w^m) \cdot w$

$\overset{IV}{=} w^{n+m} \cdot w \overset{Def}{=} w^{(n+m)+1}$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.

Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

$w^n w^{m+1} \overset{Def}{=} w^n(w^m \cdot w) \overset{Assoziativ}{=} (w^n w^m) \cdot w$
$\overset{IV}{=} w^{n+m} \cdot w \overset{Def}{=} w^{(n+m)+1} = w^{n+(m+1)}$

Induktionsvoraussetzung: Für ein **beliebiges, aber festes** $m \in \mathbb{N}_0$ gilt: $w^n w^m = w^{n+m}$.

Induktionsschluss: $m \to m+1$: Zu zeigen: Dann gilt auch $w^n w^{m+1} = w^{n+(m+1)}$.

$w^n w^{m+1} \overset{Def}{=} w^n(w^m \cdot w) \overset{Assoziativ}{=} (w^n w^m) \cdot w$
$\overset{IV}{=} w^{n+m} \cdot w \overset{Def}{=} w^{(n+m)+1} = w^{n+(m+1)}$ $\square$

Das wars für heute...

Themen für das zweite Übungsblatt:

- Wahrheitstabelle
- Prädikatenlogik
- Vollständige Induktion

Schönes Wochenende!