7.12.2012

Willkommen zur achten Übung zur Vorlesung

Grundbegriffe der Informatik

Karlsruhe Institute of Technology

Matthias Janke
email: matthias.janke ät kit.edu

Organisatorisches

- Anmeldung für den Übungsschein nicht vergessen!
- Gestern waren 496 Personen angemeldet
- Da fehlen evtl immer noch ein paar Anmeldungen...
- Anmeldung über Studierendenportal:
  http://www.studium.kit.edu

Matrizen

Warshall-Algorithmus

Ein paar Matrizen

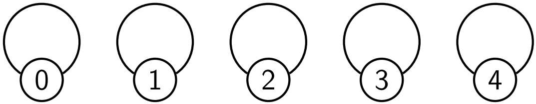
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Einheitsmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Einheitsmatrix
Graph:



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

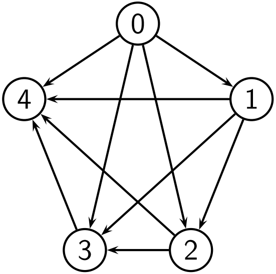
Allgemein:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Graph:



Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Allgemein:

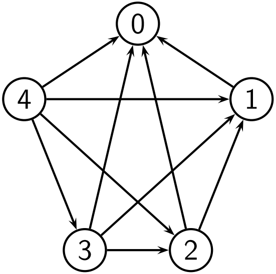
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pfeile umkehren?

Ein paar Matrizen

Pfeile umkehren?



Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pfeile umkehren?

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pfeile umkehren $\Rightarrow (x, y) \in E' \iff (y, x) \in E$
$\Rightarrow A'_{ij} = 1 \iff A_{ji} = 1 \Rightarrow A'_{ij} = A_{ji}$
Spiegeln an Diagonale!

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ungerichteter Graph?

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ungerichteter Graph $U = (V, E')$?

$(x, y) \in E'_g \iff \{x, y\} \in E' \Leftarrow (x, y) \in E \lor (y, x) \in E$

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ungerichteter Graph $U = (V, E')$?

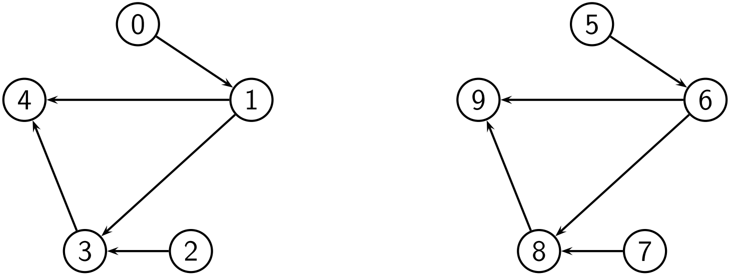
$(x, y) \in E'_g \iff \{x, y\} \in E' \Leftarrow (x, y) \in E \vee (y, x) \in E$

$A'_{ij} = 1 \Leftarrow A_{ij} = 1 \vee A_{ji} = 1 \Rightarrow A'_{ij} = sgn(A_{ij} + A_{ji})$

Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ein paar Matrizen



.

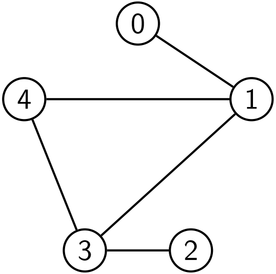
Ein paar Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

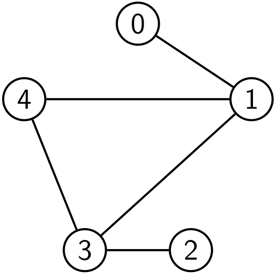
Ein paar Matrizen

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Wegematrizen von Graphen

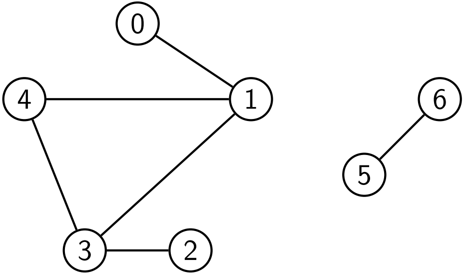


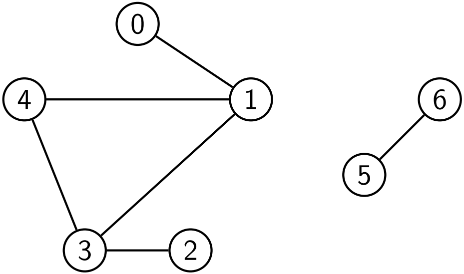
Wegematrizen von Graphen



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen



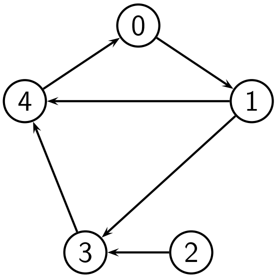


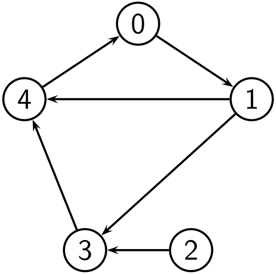
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Schematisch:

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & \dots & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & \multicolumn{2}{c}{0} \\ 1 & \dots & 1 & & \\ & & & 1 & 1 \\ & 0 & & 1 & 1 \end{array}\right)$$

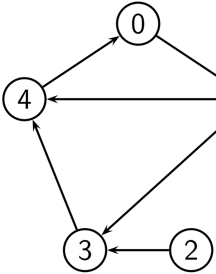
Wegematrizen von Graphen



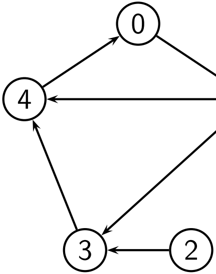


$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen

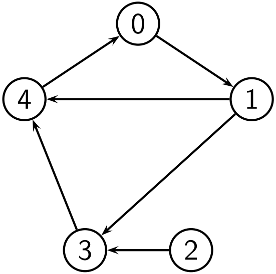


$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

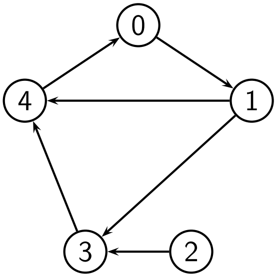


$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen

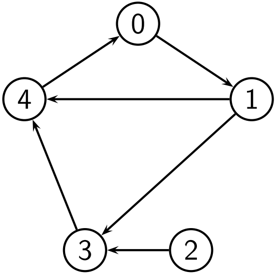


$$A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



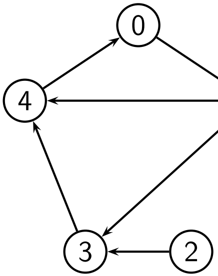
$$Summe = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen



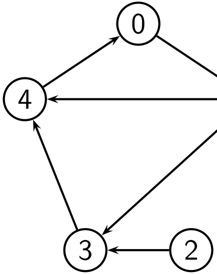
$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen



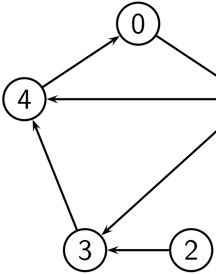
$$W_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Wegematrizen von Graphen

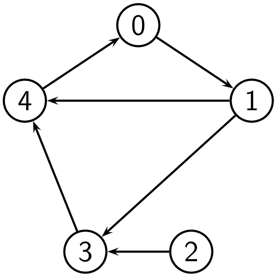


$$W_1 = \begin{pmatrix} \color{red}{1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \color{red}{1} & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \color{red}{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \color{red}{1} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \color{red}{1} \end{pmatrix}$$

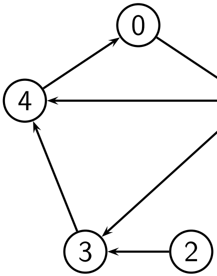
Wegematrizen von Graphen



$$W_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

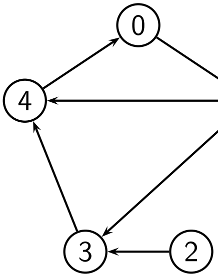


$$W_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

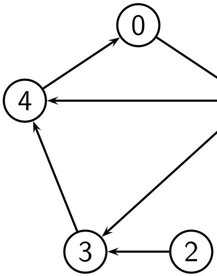


$$W_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \color{red}{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

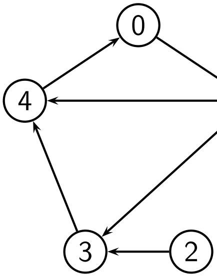
Wegematrizen von Graphen



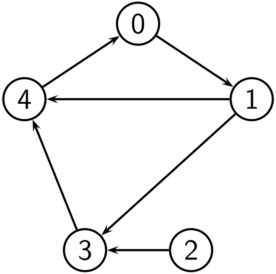
$$W_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \color{red}{1} & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$W_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & \color{red}{1} & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$W_7 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$W_8 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & \color{red}{1} & 0 & \color{red}{1} & 1 \end{pmatrix}$$

Geben Sie für die folgenden Matrizen jeweils an, ob sie Wegematrix eines Graphen sein können.
Begründen Sie Ihre Antworten! (Insbesondere: Geben Sie für Matrizen M, die Wegematrix sein können, einen Graphen an, dessen Wegematrix M ist.)

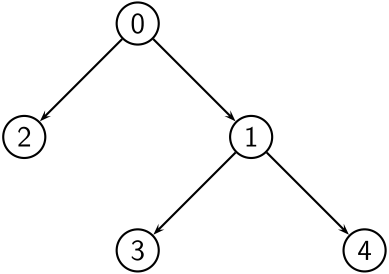
$$a)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, d)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- Die Matrix ist Wegematrix des folgenden Graphen:



b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Die Matrix kann keine Wegematrix sein:
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom vierten Knoten zum ersten Knoten.
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom ersten Knoten zum zweiten Knoten.
- Laut Matrix gibt es aber keinen Pfad vom vierten Knoten zum zweiten Knoten. Widerspruch!

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Die Matrix kann keine Wegematrix sein:
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom vierten Knoten zum ersten Knoten.
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom ersten Knoten zum zweiten Knoten.
- Laut Matrix gibt es aber keinen Pfad vom vierten Knoten zum zweiten Knoten. Widerspruch!

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Die Matrix kann keine Wegematrix sein:
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom vierten Knoten zum ersten Knoten.
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom ersten Knoten zum zweiten Knoten.
- Laut Matrix gibt es aber keinen Pfad vom vierten Knoten zum zweiten Knoten. Widerspruch!

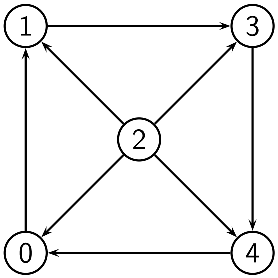
b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Die Matrix kann keine Wegematrix sein:
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom vierten Knoten zum ersten Knoten.
- Laut Matrix gäbe es einen Pfad vom ersten Knoten zum zweiten Knoten.
- Laut Matrix gibt es aber keinen Pfad vom vierten Knoten zum zweiten Knoten. Widerspruch!

c) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Die Matrix ist Wegematrix des folgenden Graphen:



d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Die Matrix kann keine Wegematrix eines Graphen sein:
- Nach Matrix müsste es Pfade vom fünften zum ersten und vom ersten zum zweiten Knoten geben.
- Dann müsste es auch Pfad vom fünften zum zweiten Knoten geben. Widerspruch!

Überblick

Matrizen

Warshall-Algorithmus

Variation des Algorithmus:

```
for k=0 to n−1 do
    for i=0 to n−1 do
      for j=0 to n−1 do
     A[i][j] ← A[i][j] + A[i][k] · A[k][j]
    od
  od
od
```

Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n−1 do
    for i=0 to n−1 do
      for j=0 to n−1 do
     A[i][j] ← A[i][j] + A[i][k] · A[k][j]
    od
  od
od
```

Wann ist $A[i][j]$ am Ende ungleich 0?

Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n-1 do
    for i=0 to n-1 do
      for j=0 to n-1 do
     A[i][j] ← A[i][j] + A[i][k] · A[k][j]
    od
  od
od
```

Wann ist $A[i][j]$ am Ende ungleich 0?

Durchlauf k: $A[i][j]$ ungleich 0, falls $A[i][j]$ vorher ungleich 0,

Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n−1 do
    for i=0 to n−1 do
      for j=0 to n−1 do
     A[i][j] ← A[i][j] + A[i][k] · A[k][j]
    od
  od
od
```

Wann ist $A[i][j]$ am Ende ungleich 0?

Durchlauf k: $A[i][j]$ ungleich 0, falls $A[i][j]$ vorher ungleich 0, oder sowohl $A[i][k]$ als auch $A[k][j]$ ungleich 0.

Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n−1 do
    for i=0 to n−1 do
      for j=0 to n−1 do
     A[i][j] ← A[i][j] + A[i][k] · A[k][j]
    od
  od
od
```

Wann ist $A[i][j]$ am Ende ungleich 0?

Durchlauf k: $A[i][j]$ ungleich 0, falls

$\max\{A[i][j], \min\{A[i][k], A[k][j]\}\}$ ungleich 0.

Weitere Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n-1 do
    for i=0 to n-1 do
      for j=0 to n-1 do
     A[i][j] ← max{A[i][j], min{A[i][k], A[k][j]}}
    od
  od
od
```

Wann ist $A[i][j]$ am Ende ungleich 0?

Durchlauf k: $A[i][j]$ ungleich 0, falls

$\max\{A[i][j], \min\{A[i][k], A[k][j]\}\}$ ungleich 0.

Weitere Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n−1 do
    for i=0 to n−1 do
      for j=0 to n−1 do
     A[i][j] ← max{A[i][j], min{A[i][k], A[k][j]}}
    od
  od
od
```

$\rightarrow$ Zweiter Teil des Warshall-Algorithmus nach Initialisierung!

Weitere Variation des Algorithmus

```
for k=0 to n-1 do
    for i=0 to n-1 do
      for j=0 to n-1 do
     A[i][j] ← sgn(A[i][j] + A[i][k] · A[k][j])
    od
  od
od
```

$\rightarrow$ Zweiter Teil des Warshall-Algorithmus nach Initialisierung!

for $k \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
    for $i \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
      for $j \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
        $W[i,j] \leftarrow \max(\, W[i,j], \min(W[i,k], W[k,j])\,)$
      od
    od
od

W nach Initialisierung (Diagonalen mit 1 gefüllt)

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

for $k \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
  for $i \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
    for $j \leftarrow 0$ **to** $n-1$ **do**
      $W[i,j] \leftarrow \max(\, W[i,j], \min(W[i,k], W[k,j])\,)$
    od
  od
od

W nach Initialisierung (Diagonalen mit 1 gefüllt)

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

W nach Initialisierung (Diagonalen mit 1 gefüllt)

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad W_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

W nach Initialisierung (Diagonalen mit 1 gefüllt)

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad W_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \mathbf{1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

W nach Initialisierung (Diagonalen mit 1 gefüllt)

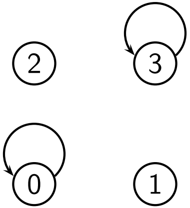
$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad W_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \color{red}{1} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \color{red}{0} & 1 & 0 \\ \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} \\ 0 & 0 & \color{red}{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \color{red}{0} & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \ldots$$

Zeichnen Sie alle gerichteten Graphen $G = (\mathbb{G}_4, E)$ für deren Adjazenzmatrix **A** gilt:

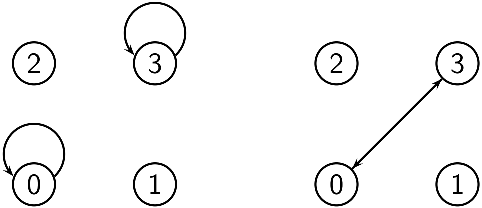
$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- erste Möglichkeit:



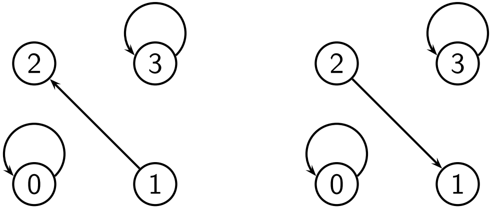
-

- erste Möglichkeit + zweite Möglichkeit



-

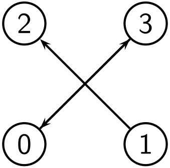
- dritte Möglichkeit + vierte Möglichkeit

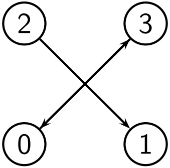


-

alte Klausuraufgabe

- fünfte Möglichkeit + sechste Möglichkeit





-

Themen für das achte Übungsblatt:

- schon wieder Graphen zeichnen
- Adjazenz-/Wegematrizen
- Warshall Algorithmus

Schönes Wochenende!