# Sistema massa-mola de 1 GDL, com amortecimento

Equação do movimento (vibração livre):

$$mx'' + cx' + kx = 0$$

Isolando a aceleração:

$$x'' = -\frac{c}{m}x' - \frac{k}{m}x$$

Reescrevendo em formato matricial:

$$u' = Au$$

,

sendo

$$u = \begin{bmatrix} x' \\ x \end{bmatrix} \quad e \quad A = \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Encontrando os autovalores de A, chega-se a:

$$\lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m}$$

## Exemplo

Vamos considerar o caso em que $m = 1\ kg$, $k = 100\ N/m$ e verificar o que ocorre com a variação do amortecimento.

Em cada situação veja o que ocorre com o termo $c^2 - 4km$, no interior da raiz quadrada.

```
begin
    using DifferentialEquations
    using Plots
    using PlutoUI
end
```

massamola (generic function with 1 method)

```
# Sistema de equações diferenciais
function massamola(du, u, p, t)
    du[1] = -(p[2]/p[1])*u[1] -(p[3]/p[1])*u[2]
    du[2] = u[1]
end
```

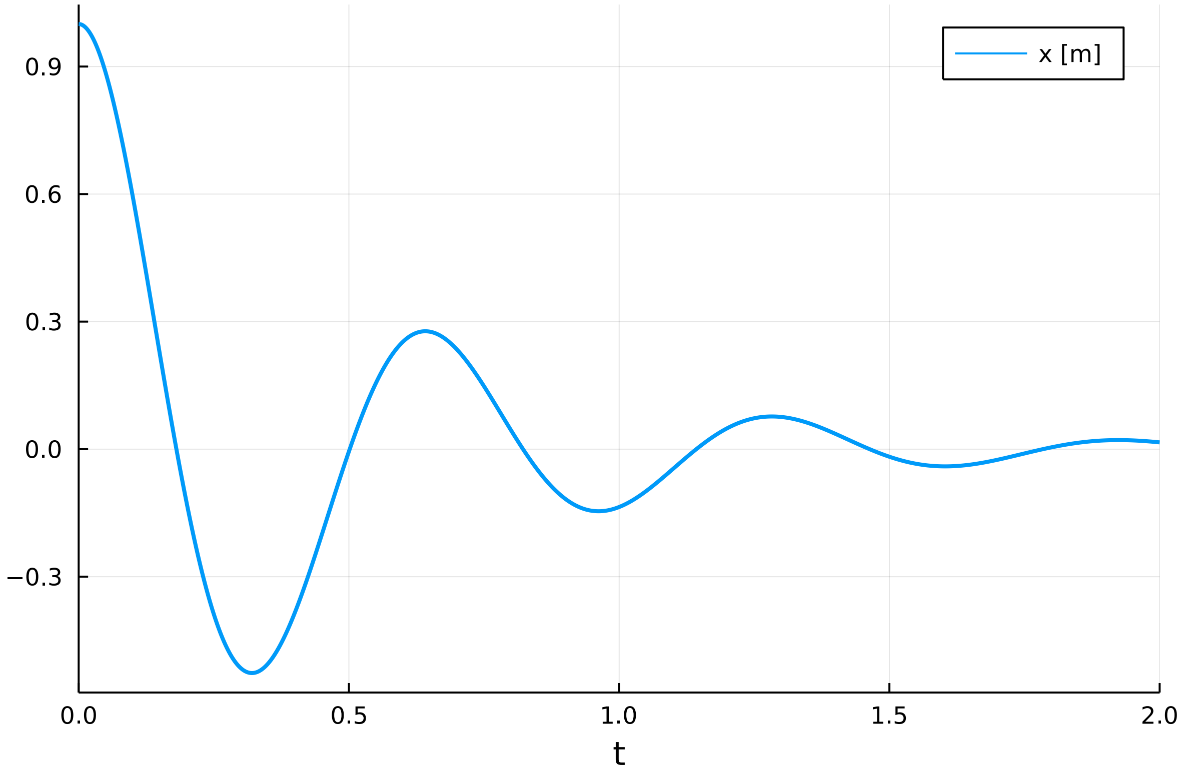
[0.0, 2.0]

```
begin
    m = 1.0
    k = 100.0
    u₀ = [0.0, 1.0]
    tspan = [0.0,2.0]
end
```

Coeficiente de amortecimento

p = [1.0, 4.0, 100.0]

```
p = [m,c,k]
```




```
# Resolvendo o problema
begin
    prob = ODEProblem(massamola, u₀, tspan, p)
    sol = solve(prob)
    plot(sol,linewidth=2,xaxis="t",label="x [m]", vars=(0,2))
end
```

# Verificando os autovalores da matrix

$$A = \begin{bmatrix} -c/m & -k/m \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
using LinearAlgebra
```

```
A = 2×2 Matrix{Float64}:
     -4.0  -100.0
      1.0     0.0
```

```
A = [-p[2]/p[1] -p[3]/p[1];1 0]
```

```
ComplexF64[
    1:  -2.0-9.79796im
    2:  -2.0+9.79796im
]
```

```
eigvals(A)
```