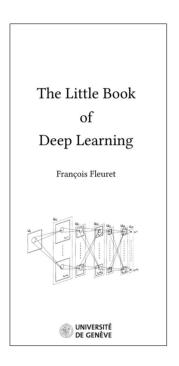
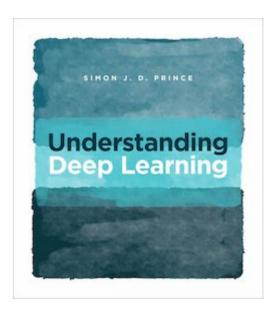
Introduction aux réseaux de neurones pour l'apprentissage supervisé

Guillaume Bourmaud

Livres





https://fleuret.org/francois/lbdl.html

https://udlbook.github.io/udlbook/

PLAN

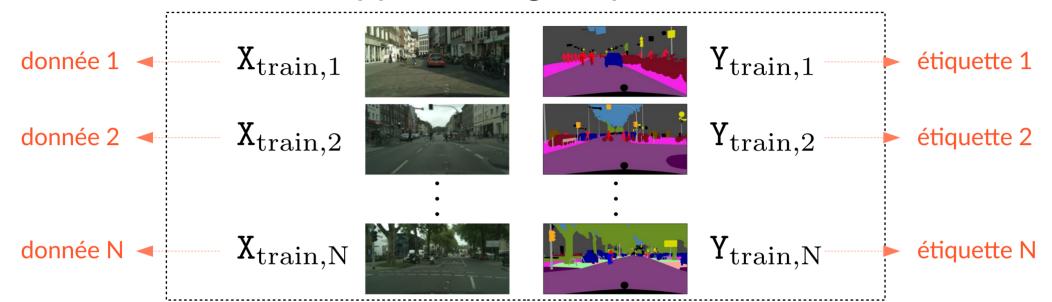
- I. Introduction
- II. Apprentissage supervisé
- III. Approches paramétriques
- IV. Réseaux de neurones
- V. Risques

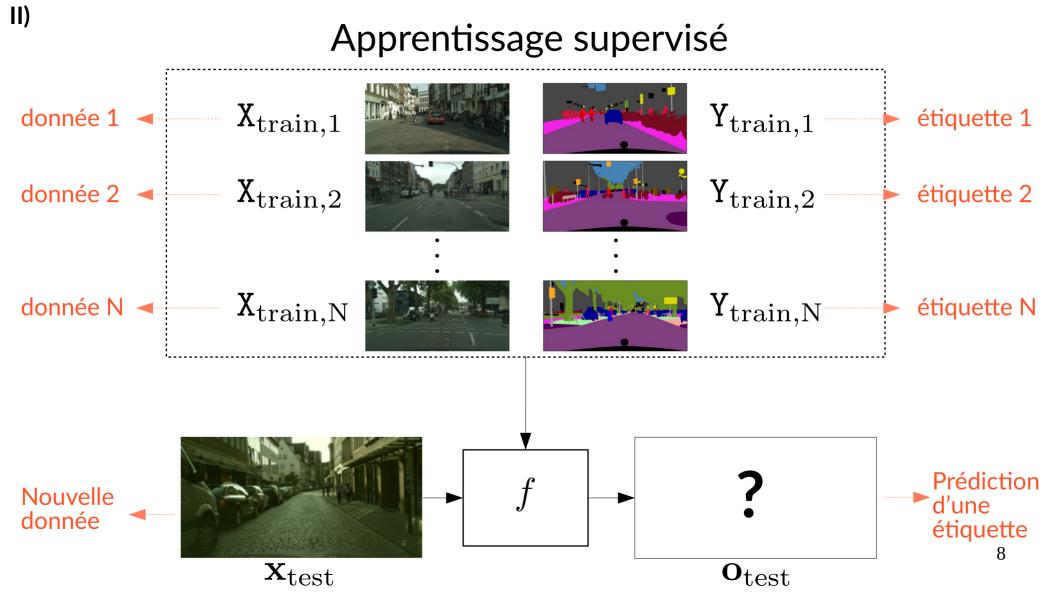
I) Introduction

IA Apprentissage automatique Supervisé Non supervisé Par renforcement)

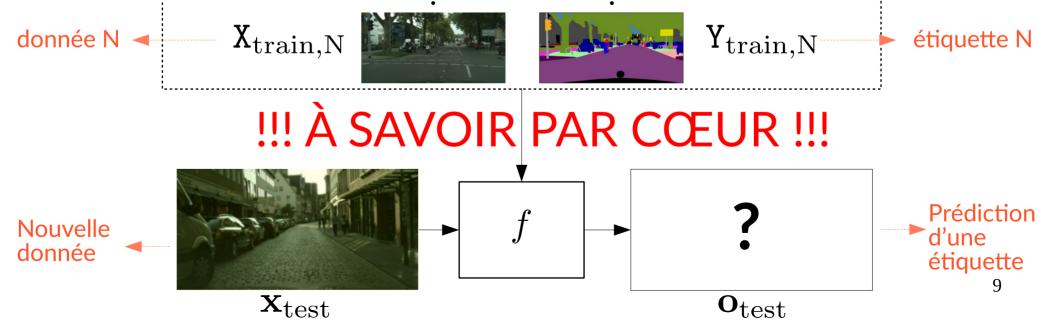
II) Apprentissage supervisé

Apprentissage supervisé

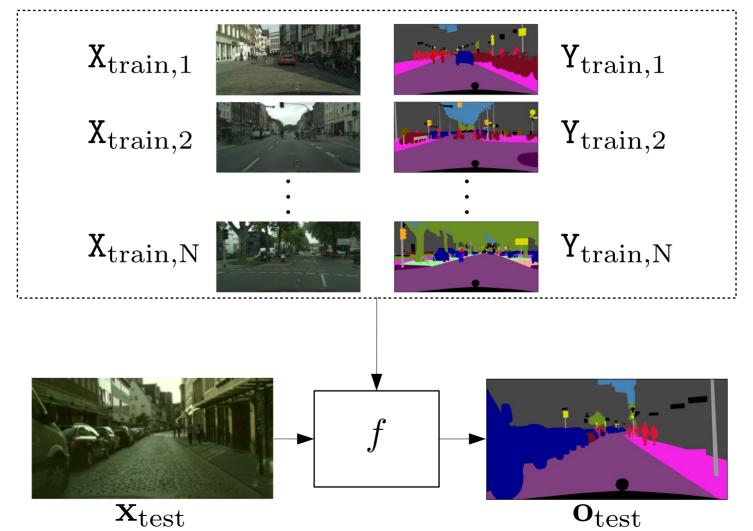




II) Apprentissage supervisé $Y_{\mathrm{train},1}$ $X_{\text{train},1}$ donnée 1 étiquette 1 $Y_{\mathrm{train},2}$ $X_{\mathrm{train},2}$ donnée 2 étiquette 2 $Y_{\text{train},N}$ $X_{\mathrm{train},N}$ donnée N étiquette N !!! À SAVOIR PAR CŒUR !!!

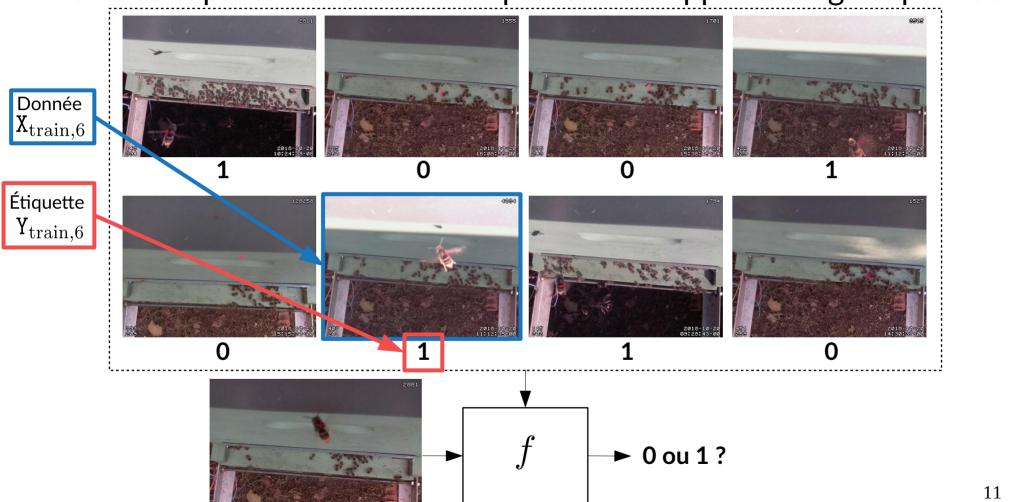


Apprentissage supervisé

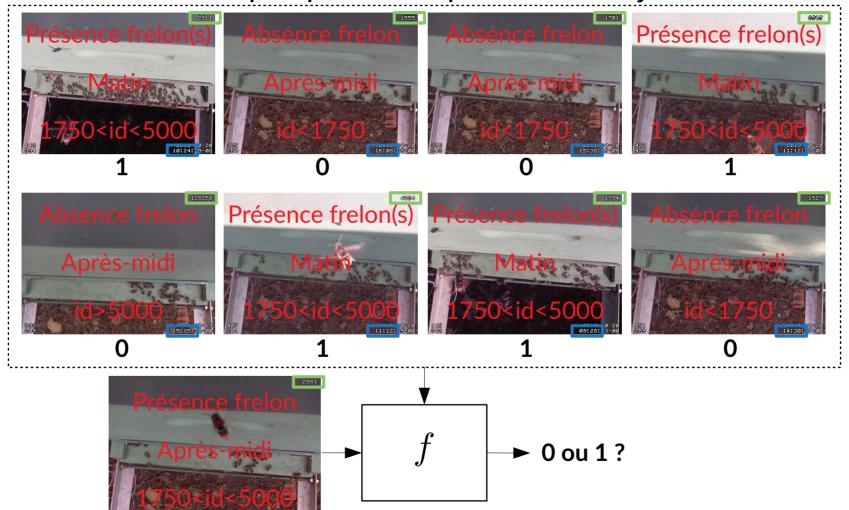


10

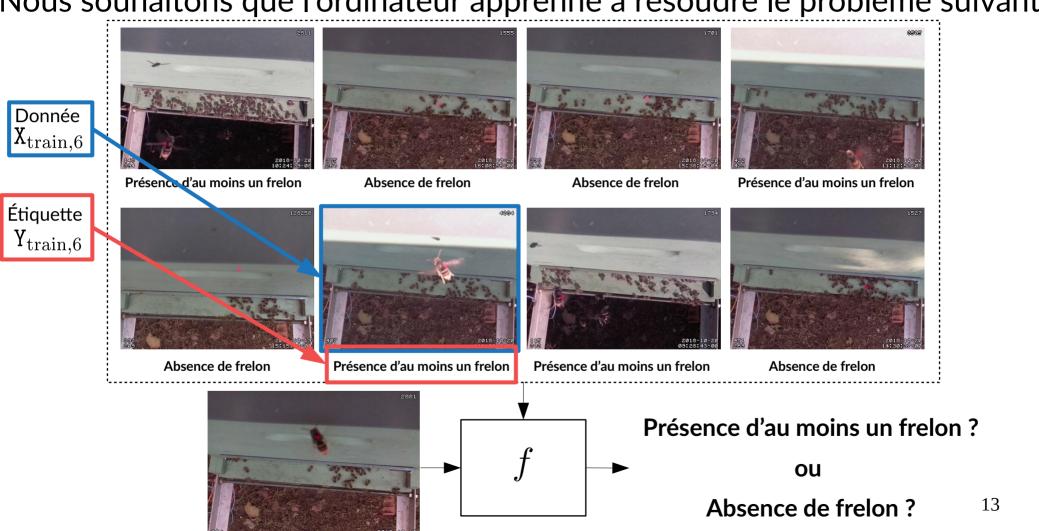
Êtes-vous capable de résoudre ce problème d'apprentissage supervisé?



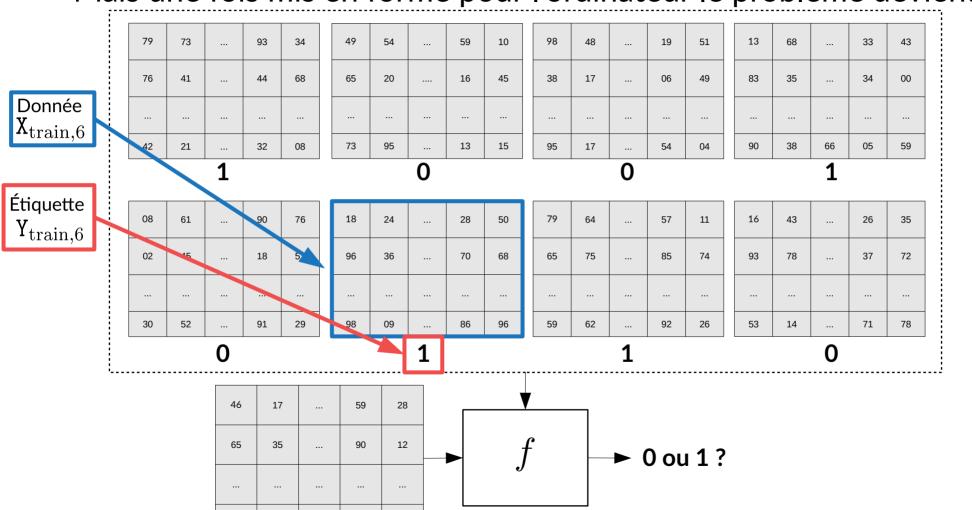
Mais de quel problème parle-t-on au juste?



Nous souhaitons que l'ordinateur apprenne à résoudre le problème suivant



Mais une fois mis en forme pour l'ordinateur le problème devient



Résumé

- L'ordinateur apprend une fonction qui effectue des calculs sur des tableaux de valeurs numériques et produit une valeur numérique en sortie.
- Nous interprétons cette valeur numérique en sortie comme une réponse à la question : « Y a-t-il (au moins) un frelon présent dans l'image ? »
- Il ne s'agit que d'une interprétation...



Tesla said autopilot was activated during a fatal Model X crash last week in California.

III) Approches paramétriques

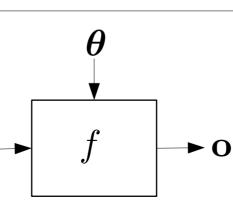
Fonction paramétrique

Mathématique

$$\mathbf{o} = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$$

Informatique (Python)

Graphique (Graphe de calcul)



Exemple de fonction paramétrique : transformation affine

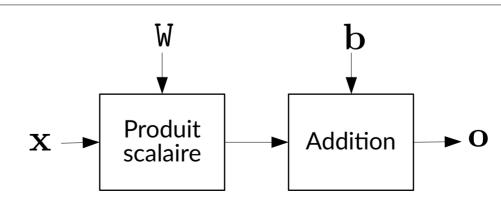
Mathématique

III)

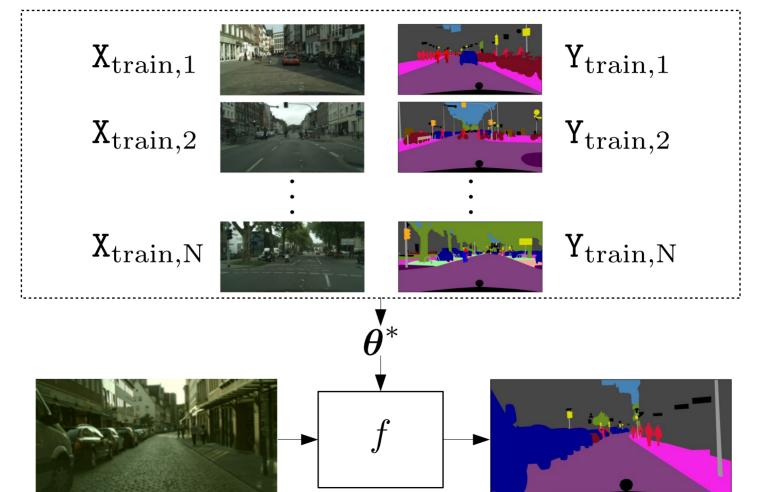
$$\mathbf{o} = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}, \mathbf{b}\}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Informatique (Python)

Graphique (Graphe de calcul)



Approches paramétriques



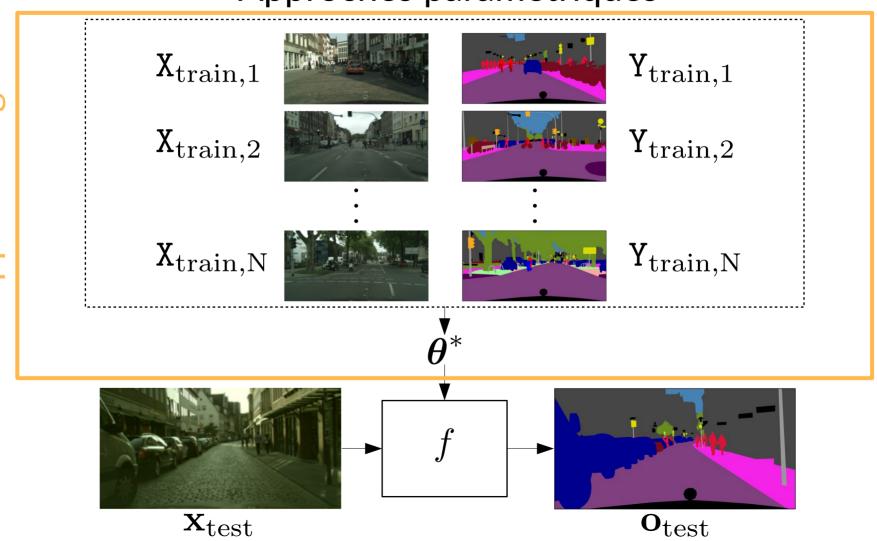
 $\mathbf{x}_{ ext{test}}$

19

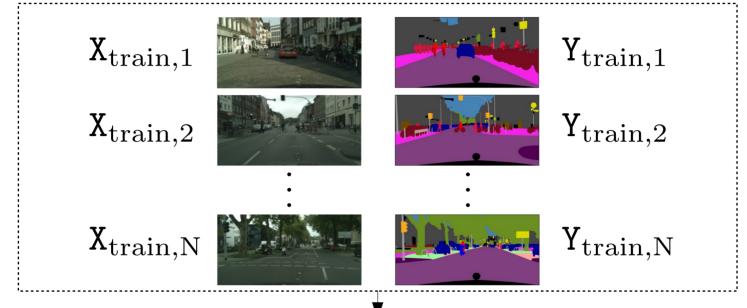
 $\mathbf{o}_{ ext{test}}$

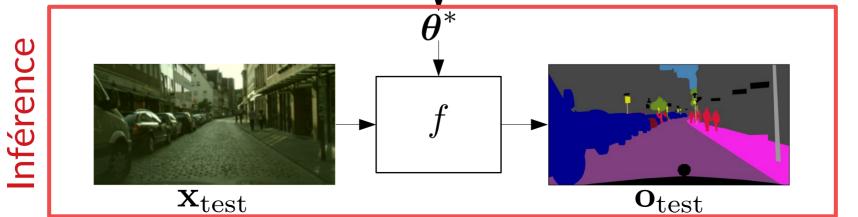
Apprentissage

Approches paramétriques

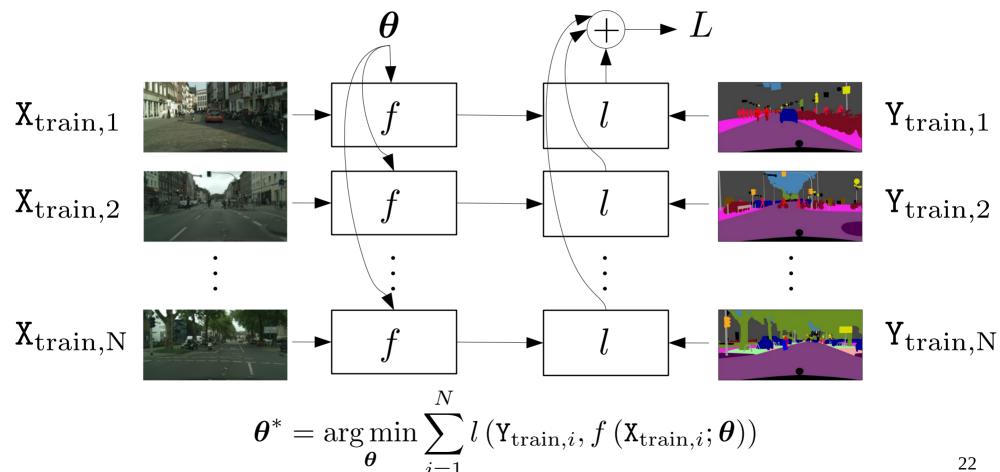


Approches paramétriques

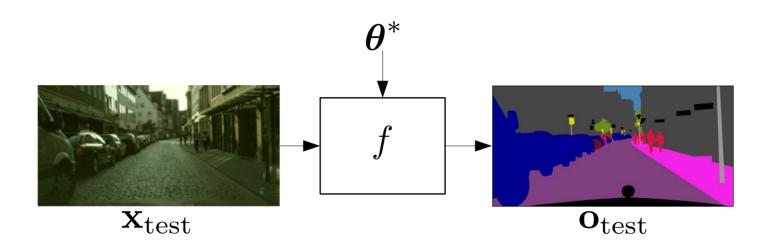




Étape d'apprentissage ("Training time")



Étape d'inférence ("Test time")



$$\mathbf{o}_{\text{test}} = f\left(\mathbf{x}_{\text{test}}; \boldsymbol{\theta}^*\right)$$

Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1 \quad X_{\text{train},2} = 1.2 \quad X_{\text{train},3} = 4.3 \quad X_{\text{train},4} = 6.2 \quad X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$X_{\mathrm{train},3} = 4.3$$

$$X_{\text{train},4} = 6.2$$

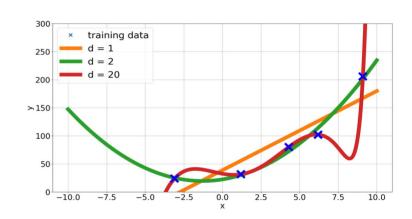
$$X_{\text{train.5}} = 9.1$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$

$$Y_{\text{train},2} = 31.3$$

$$Y_{\text{train},3} = 79.$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$
 $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$



Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1 \quad X_{\text{train},2} = 1.2 \quad X_{\text{train},3} = 4.3 \quad X_{\text{train},4} = 6.2 \quad X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$X_{\text{train.3}} = 4.3$$

$$Y_{\rm train.1} = 23.7$$

$$Y_{\text{train},2} = 31.3$$

$$Y_{\text{train},3} = 79.9$$

$$X_{\text{train},4} = 6.2$$

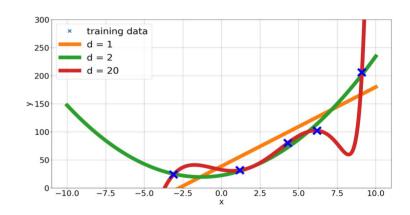
$$X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$
 $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction
$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^{\top} \phi(x)$$

où
$$\phi(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & x^d \end{bmatrix}^{\top}$$

hyper-paramètre : d



Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1 \quad X_{\text{train},2} = 1.2 \quad X_{\text{train},3} = 4.3 \quad X_{\text{train},4} = 6.2 \quad X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$X_{\text{train.}3} = 4.3$$

$$Y_{\rm train.1} = 23.7$$

$$Y_{\text{train},2} = 31.3$$

$$Y_{\text{train},3} = 79.9$$

$$X_{\text{train.4}} = 6.2$$

$$X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$Y_{\text{train.4}} = 101.9$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$
 $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction
$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^{\top} \phi(x)$$

où
$$\phi(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & x^d \end{bmatrix}^{\top}$$

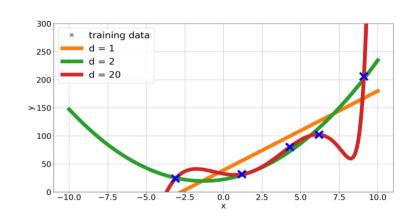
$$x^d$$

hyper-paramètre : d

Apprentissage

$$l(y,o) = (y-o)$$
5

$$\begin{array}{ll} \text{Choix du coût} & l\left(y,o\right) = \left(y-o\right)^2 \\ \\ \text{Optimisation} & \boldsymbol{\theta}^* = \mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^5 \left(\mathbf{Y}_{\text{train},i} - \boldsymbol{\theta}^\top \phi\left(\mathbf{X}_{\text{train},i}\right)\right)^2 \end{array}$$



Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1 \quad X_{\text{train},2} = 1.2 \quad X_{\text{train},3} = 4.3 \quad X_{\text{train},4} = 6.2 \quad X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$X_{\text{train.}3} = 4.3$$

$$x_{rain,4} = 6.2$$
 $X_{train,5} = 9$

$$Y_{\text{train.}1} = 23.7$$

$$Y_{\text{train},2} = 31.3$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$
 $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction
$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^{\top} \phi(x)$$

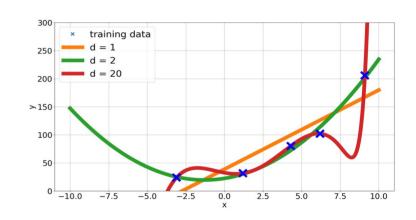
où
$$\phi(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & x^d \end{bmatrix}^{\top}$$

hyper-paramètre : d

Apprentissage

Choix du coût
$$l(y,o) = (y-o)^2$$

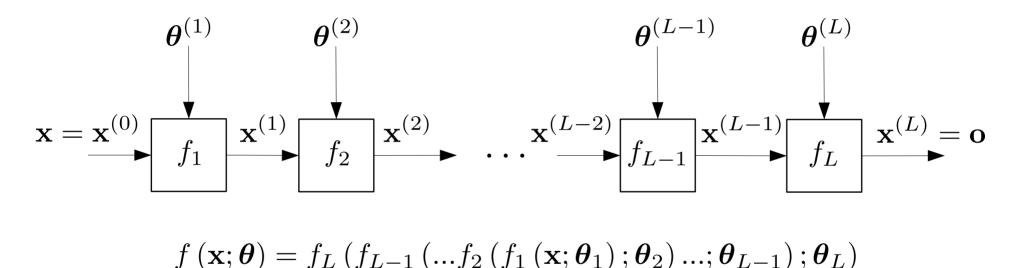
Optimisation
$$\boldsymbol{\theta}^* = \operatorname*{arg\,min}_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^{5} \left(\mathtt{Y}_{\mathrm{train},i} - \boldsymbol{\theta}^{ op} \phi \left(\mathtt{X}_{\mathrm{train},i} \right) \right)^2$$



$$o_{\text{test}} = \boldsymbol{\theta}^{*\top} \phi \left(x_{\text{test}} \right) = \boldsymbol{\theta}_0^* + \boldsymbol{\theta}_1^* x_{\text{test}} + \dots + \boldsymbol{\theta}_d^* x_{\text{test}}^d$$

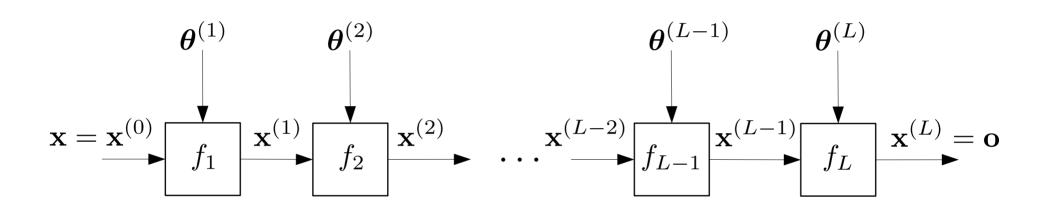
IV) Réseaux de neurones

Choix de la fonction : Réseau de neurones



Réseau de neurones = Composition de fonctions paramétriques

Choix de la fonction : Réseau de neurones



$$f(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta}) = f_L(f_{L-1}(...f_2(f_1(\mathbf{x};\boldsymbol{\theta}_1);\boldsymbol{\theta}_2)...;\boldsymbol{\theta}_{L-1});\boldsymbol{\theta}_L)$$

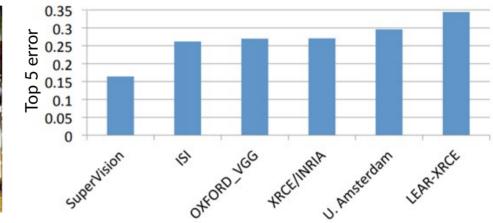
Réseau de neurones = Composition de fonctions paramétriques

!!! À SAVOIR PAR CŒUR !!!



ImageNet Large Scale Visual Recognition Challenge 2012

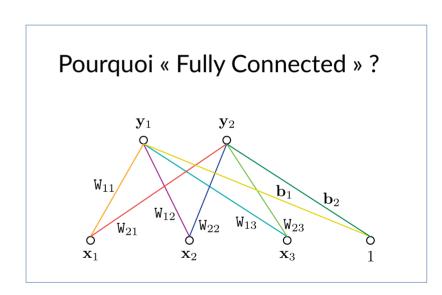




- ImageNet : 1.2 millions d'images annotées, 1000 classes
- SuperVision (A. Krizhevsky, I. Sutskever, G. Hinton, University of Toronto)
 - Réseau de neurones à convolution (AlexNet)
 - 62,3 millions de paramètres (pour information : GPT-3 \rightarrow 175 000 millions de paramètres)
 - 6 jours d'apprentissage sur 2 GPUs (GTX 580 3GB)

Transformation affine = FC ("Fully Connected")

$$FC(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}, \mathbf{b}\}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

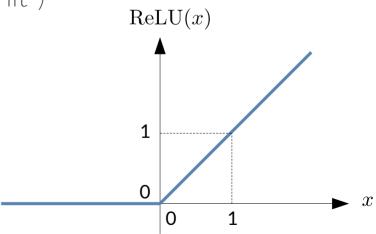


Transformation affine = FC ("Fully Connected")

$$FC(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}, \mathbf{b}\}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Non-linéarité = ReLU ("Rectified Linear Unit")

$$ReLU(x) = max(0, x)$$



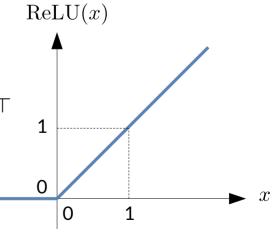
Transformation affine = FC ("Fully Connected")

$$FC(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}, \mathbf{b}\}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Non-linéarité = ReLU ("Rectified Linear Unit")

$$ReLU(x) = max(0, x)$$

Abus de notation : $\operatorname{ReLU}\left(\mathbf{x}\right) = \left[\operatorname{ReLU}\left(\mathbf{x}_{1}\right),\ \operatorname{ReLU}\left(\mathbf{x}_{2}\right),\ ...\right]^{\top}$

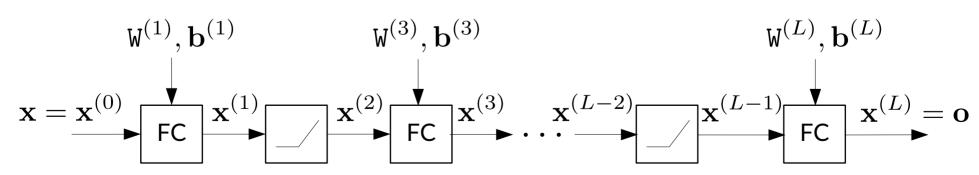


Transformation affine = FC ("Fully Connected")

$$FC(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}, \mathbf{b}\}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Non-linéarité = ReLU ("Rectified Linear Unit")

$$ReLU(x) = max(0, x)$$

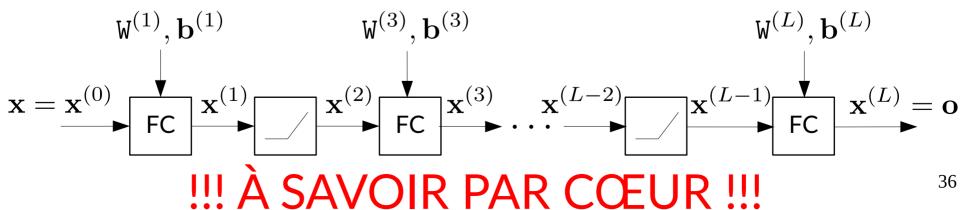


Transformation affine = FC ("Fully Connected")

$$FC(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta} = \{ \mathbf{W}, \mathbf{b} \}) = \mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Non-linéarité = ReLU ("Rectified Linear Unit")

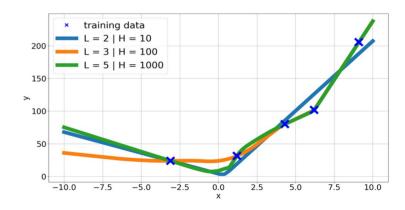
$$\operatorname{ReLU}(x) = \max(0, x)$$



Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1 \quad X_{\text{train},2} = 1.2 \quad X_{\text{train},3} = 4.3 \quad X_{\text{train},4} = 6.2 \quad X_{\text{train},5} = 9.1$$

$$Y_{\text{train},1} = 23.7$$
 $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$



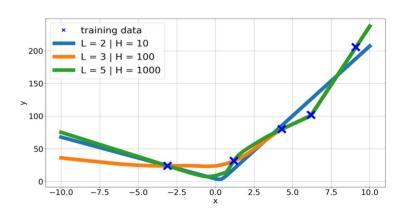
Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1$$
 $X_{\text{train},2} = 1.2$ $X_{\text{train},3} = 4.3$ $X_{\text{train},4} = 6.2$ $X_{\text{train},5} = 9.1$ $Y_{\text{train},1} = 23.7$ $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction
$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)} \quad \mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{b}^{(1)} \quad \mathbf{x}^{(2)} \quad \mathbf{x}^{(3)}, \mathbf{b}^{(3)} \quad \mathbf{x}^{(L-2)} \quad \mathbf{x}^{(L-1)} \quad \mathbf{x}^{(L)} = \mathbf{o}$$

$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \text{MLP}\left(x; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}\}_l\right)$$

hyper-paramètres : L, H



Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1$$
 $X_{\text{train},2} = 1.2$ $X_{\text{train},3} = 4.3$ $X_{\text{train},4} = 6.2$ $X_{\text{train},5} = 9.1$ $Y_{\text{train},1} = 23.7$ $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)}$$

$$\mathbf{FC} \xrightarrow[H \times 1]{\mathbf{K}^{(1)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(2)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(3)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(3)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(L-2)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(L-1)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(L)}} \xrightarrow{\mathbf{K}^{(L)}} = \mathbf{o}$$

$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \text{MLP}\left(x; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}\}_l\right)$$

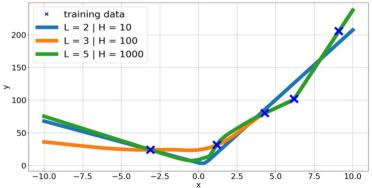
hyper-paramètres : L, H

Apprentissage

Choix du coût
$$l(y,o) = (y-o)^2$$

Optimisation
$$oldsymbol{ heta}^* = rg\min_{oldsymbol{ heta}} \sum_{i=1}^{s} \left(\mathtt{Y}_{ ext{train},i} - \operatorname{MLP}\left(\mathtt{X}_{ ext{train},i}; oldsymbol{ heta}
ight)
ight)^2$$





Exemple de régression : 5 données, $X \in \mathbb{R}$ et $Y \in \mathbb{R}$

$$X_{\text{train},1} = -3.1$$
 $X_{\text{train},2} = 1.2$ $X_{\text{train},3} = 4.3$ $X_{\text{train},4} = 6.2$ $X_{\text{train},5} = 9.1$ $Y_{\text{train},1} = 23.7$ $Y_{\text{train},2} = 31.3$ $Y_{\text{train},3} = 79.9$ $Y_{\text{train},4} = 101.9$ $Y_{\text{train},5} = 205.5$

Choix de la fonction

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)} \underbrace{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{b}^{(1)}}_{H \times 1} \underbrace{\mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{b}^{(3)}}_{H \times 1} \cdots \underbrace{\mathbf{x}^{(L-2)}, \mathbf{b}^{(L)}, \mathbf{b}^{(L)}}_{H \times 1} = \mathbf{o}$$

$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \text{MLP}\left(x; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}\}_l\right)$$

hyper-paramètres : L, H

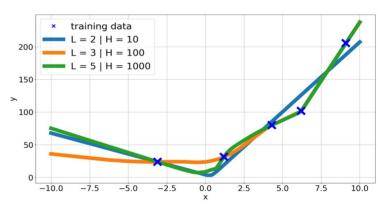
Apprentissage

Choix du coût
$$l(y,o) = (y-o)^2$$

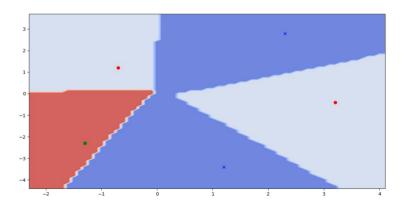
Optimisation
$$oldsymbol{ heta}^* = rg \min_{oldsymbol{ heta}} \sum_{oldsymbol{ heta}}$$

Optimisation
$$oldsymbol{ heta}^* = rg \min_{oldsymbol{ heta}} \sum_{i=1}^{5} \left(\mathbf{Y}_{\mathrm{train},i} - \mathrm{MLP}\left(\mathbf{X}_{\mathrm{train},i}; oldsymbol{ heta}
ight) \right)^2$$

Inférence
$$o_{\text{test}} = \text{MLP}(x_{\text{test}}; \boldsymbol{\theta}^*)$$

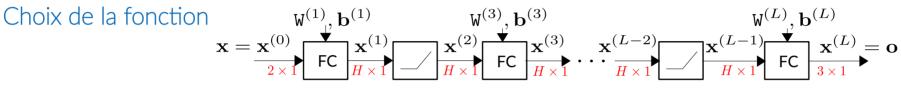


Exemple de classification : 5 données, $X \in \mathbb{R}^2$ et $Y \in \{0, 1, 2\}$



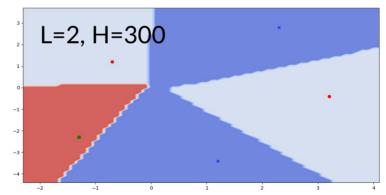
Exemple de classification : 5 données, $X \in \mathbb{R}^2$ et $Y \in \{0, 1, 2\}$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{X}_{\text{train},1} = [1.2, -3.4] & \mathbf{X}_{\text{train},2} = [2.3, 2.8] & \mathbf{X}_{\text{train},3} = [-0.7, 1.2] & \mathbf{X}_{\text{train},4} = [3.2, -0.4] & \mathbf{X}_{\text{train},5} = [-1.3, 2.3] \\ \mathbf{Y}_{\text{train},1} = 0 & \mathbf{Y}_{\text{train},2} = 0 & \mathbf{Y}_{\text{train},3} = 1 & \mathbf{Y}_{\text{train},4} = 1 & \mathbf{Y}_{\text{train},5} = 2 \end{array}$$

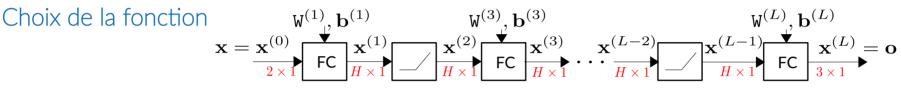


$$f(x; \boldsymbol{\theta}) = \text{MLP}\left(x; \boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}\}_l\right)$$

hyper-paramètres : L, H



Exemple de classification : 5 données, $X \in \mathbb{R}^2$ et $Y \in \{0, 1, 2\}$

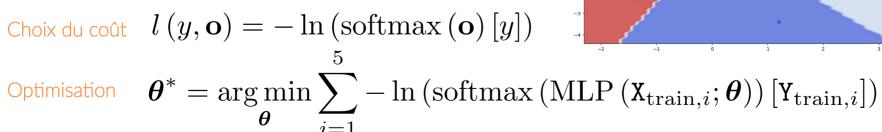


$$f\left(x; oldsymbol{ heta}
ight) = \mathrm{MLP}\left(x; oldsymbol{ heta} = \{\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}\}_l
ight)$$
 L=2, H=300

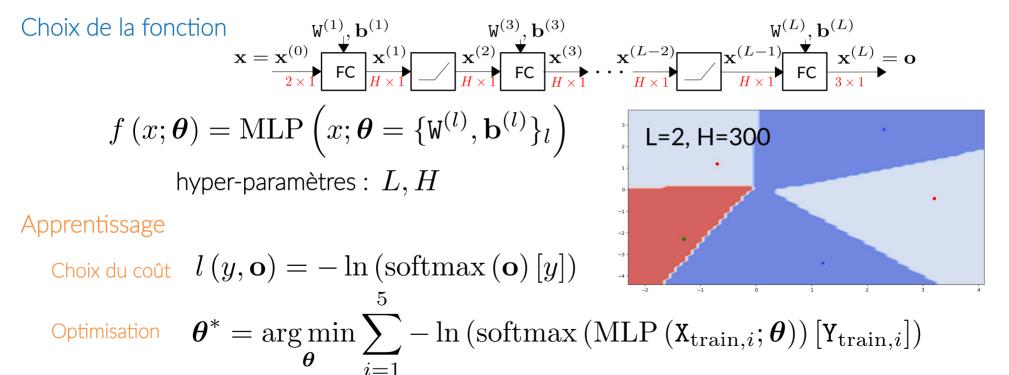
hyper-paramètres : L, H

Apprentissage

Choix du coût
$$l\left(y,\mathbf{o}
ight) = -\ln\left(\operatorname{softmax}\left(\mathbf{o}
ight)\left[y
ight]$$



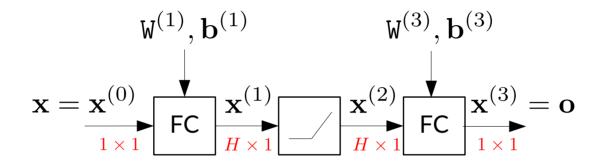
Exemple de classification : 5 données, $X \in \mathbb{R}^2$ et $Y \in \{0, 1, 2\}$



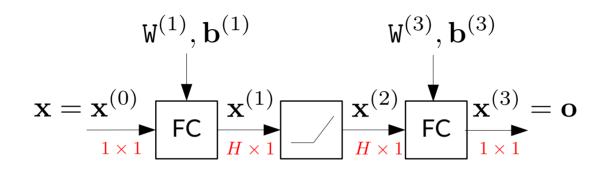
Inférence $\mathbf{o}_{\text{test}} = \text{MLP}\left(x_{\text{test}}; \boldsymbol{\theta}^*\right)$ Classe prédite : $\arg\max\mathbf{o}_{\text{test}}$

44

Étude du MLP à une couche cachée en 1D



Étude du MLP à une couche cachée en 1D



$$egin{array}{lll} f W^{(1)} &\doteq {f w}_1 & ext{Vecteur colonne Hx1} \ f b^{(1)} &\doteq {f b}_1 & ext{Vecteur colonne Hx1} \ f W^{(3)} &\doteq {f w}_3^{ op} & ext{Vecteur ligne 1xH} \ f b^{(3)} &\doteq b_3 & ext{Scalaire 1x1} \end{array}$$

46

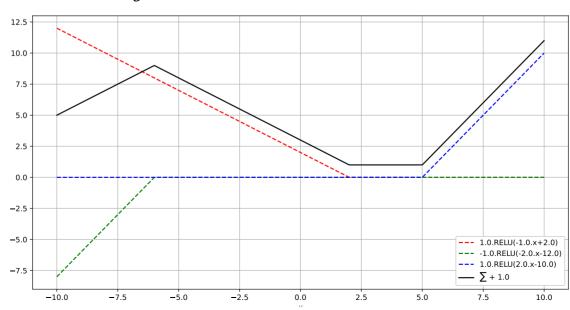
Étude du MLP à une couche cachée en 1D (suite)

$$f(x) = \mathbf{w}_{3}^{\top} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_{1}x + \mathbf{b}_{1}) + b_{3}$$
$$= \sum_{j=1}^{H} \mathbf{w}_{3,j} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_{1,j}x + \mathbf{b}_{1,j}) + b_{3}$$

Somme pondérée de fonctions ReLU!

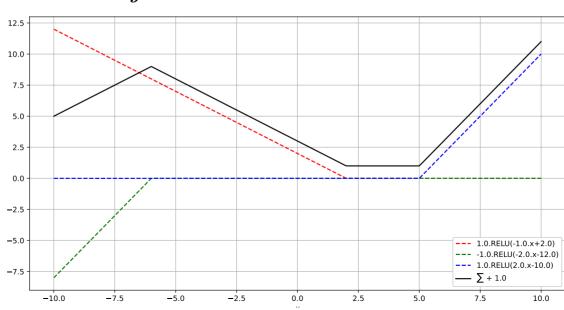
$$f(x) = \mathbf{w}_3^{\top} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_1 x + \mathbf{b}_1) + b_3$$
$$= \sum_{j=1}^{H} \mathbf{w}_{3,j} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_{1,j} x + \mathbf{b}_{1,j}) + b_3$$

Exemple numérique avec H=3



$$f(x) = \mathbf{w}_3^{\top} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_1 x + \mathbf{b}_1) + b_3$$
$$= \sum_{j=1}^{H} \mathbf{w}_{3,j} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_{1,j} x + \mathbf{b}_{1,j}) + b_3$$

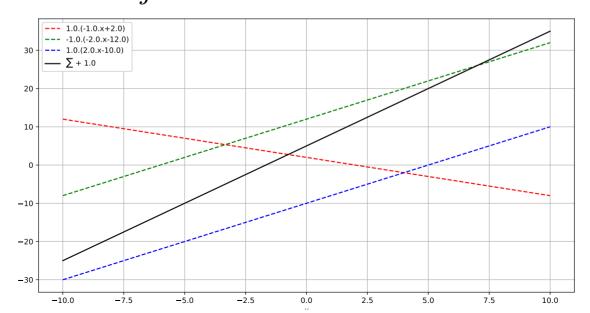
Exemple numérique avec H=3



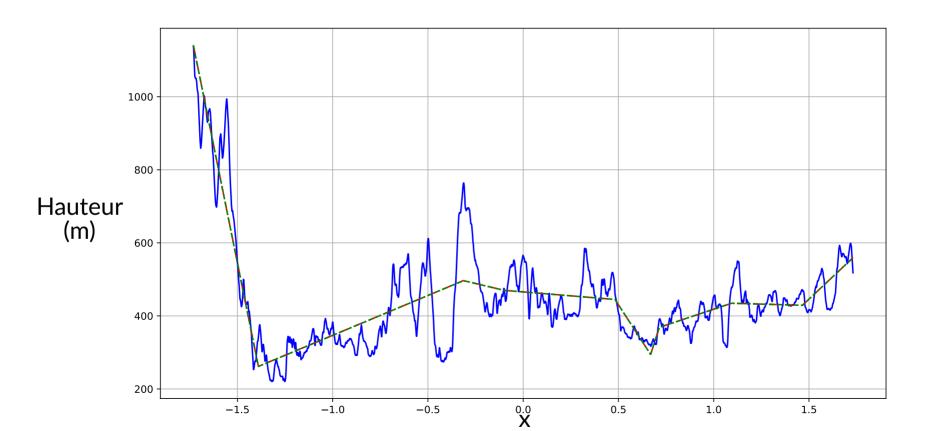
Fonction continue et affine par morceaux

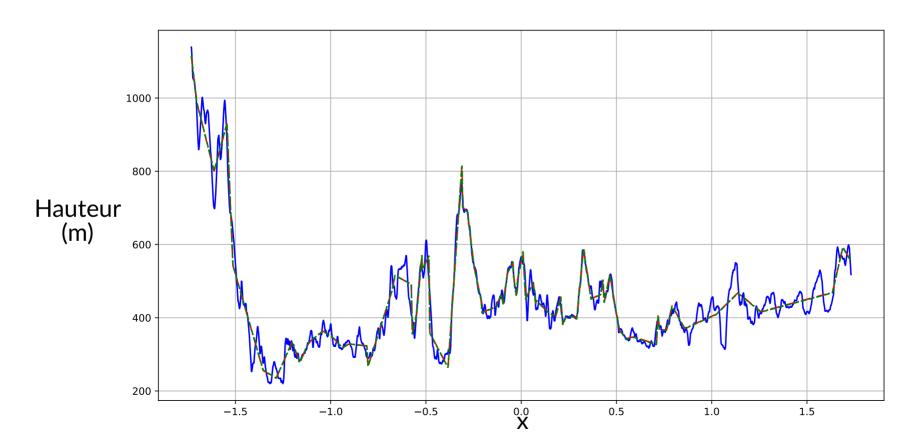
$$f(x) = \mathbf{w}_3^{\top} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_1 x + \mathbf{b}_1) + b_3$$
$$= \sum_{j=1}^{H} \mathbf{w}_{3,j} \operatorname{ReLU}(\mathbf{w}_{1,j} x + \mathbf{b}_{1,j}) + b_3$$

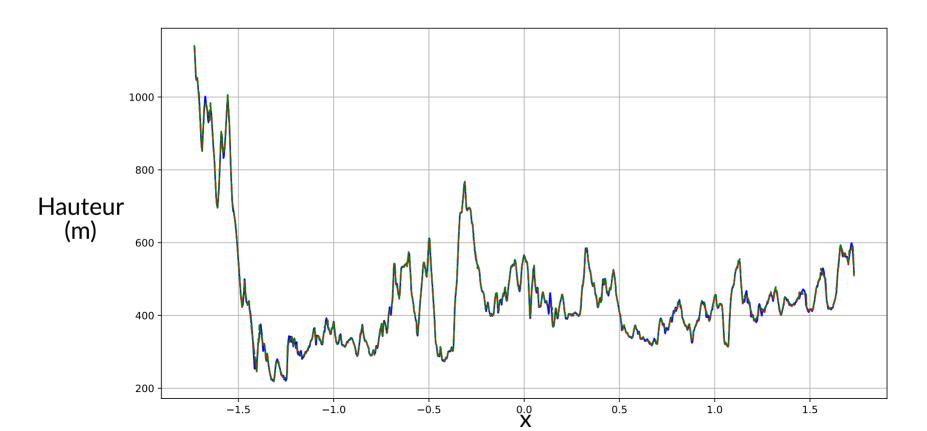
Et sans ReLU?

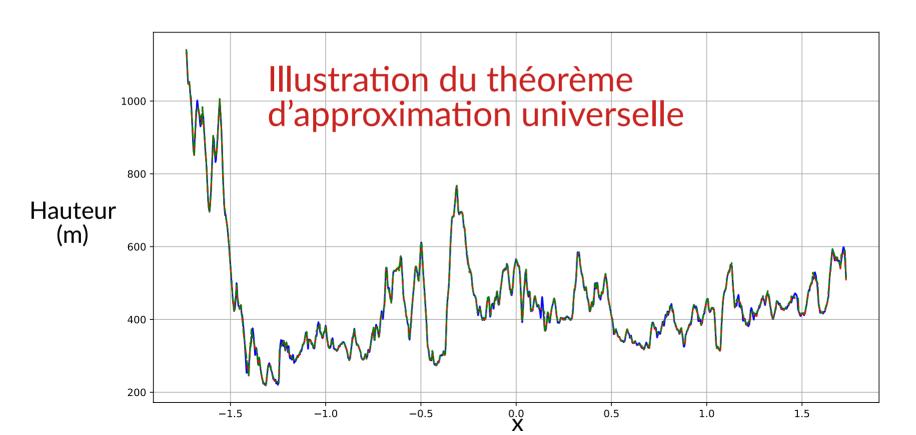


Une somme de fonctions linéaires est une fonction linéaire...









V) Risques

IA et vie privée

Are you ready? Here is all the data Facebook and Google have on you *Dylan Curran*

- Google knows where you've been
- Google knows everything you've ever searched – and deleted
- Google has an advertisement profile of you
- Google knows all the apps you use
- Google has all of your YouTube history
- The data Google has on you can fill millions of Word documents

IA et vie privée (suite)



The Chinese state wants to control its citizens via a system of social scoring that punishes behavior it doesn't approve of. Image Credit: Telecoms

Le projet de smart city d'Alphabet à Toronto suscite l'inquiétude des experts

VUALLEURS Le projet de smart city lancé à Toronto en 2017 par Sidewalk Labs, la branche d'innovation urbaine d'Alphabet, est vivement critiqué par la population locale et certains experts consultants du projet. La protection de la vie privée ne serait pas respectée.

V)

La machine au service de l'homme ?

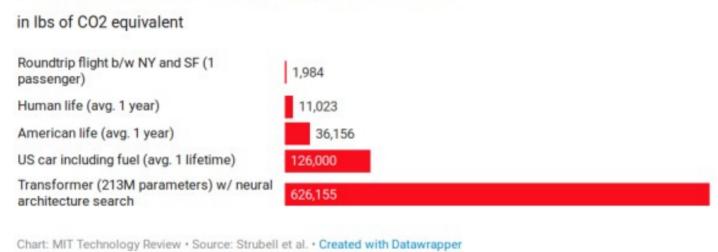


Mme Tang Yu, PDG du chinois NetDragon Websoft et de ses 6000 employés, est le premier robot à être nommé à la tête d'une société. Disponible H24, elle ne touche aucun salaire. *NetDragon Websoft*

V)

IA et consommation énergétique

Common carbon footprint benchmarks



Conseils de lecture :

L'Enfer Numérique, Guillaume Pitron, 2021

Training a single AI model can emit as much carbon as five cars in their lifetimes, MIT Press

Energy and Policy Considerations for Deep Learning in NLP, Strubell et al., 2019

V)

IA et transhumanisme







Conseil de lecture : Leurre et malheur du transhumanisme, Olivier Rey