

Отчет о выполнении лабораторной работы
**Определение систематических и случайных
погрешностей при измерении удельного
сопротивления нихромовой проволоки 1.1.1**

Г.А. Кузин

Группа Б01-501 г. Долгопрудный, ФРКТ МФТИ, 04.09.2025

Аннотация:

В работе определили удельное сопротивление нихрома тремя разными способами. Также для него определены вольтамперные характеристики для схем, использовавшихся в процессе работы. Получены 3 значения удельного сопротивления нихрома, самое точное из которых имеет точность примерно 5%. Полученные значения совпали между собой и с табличным значением в пределах погрешности.

Введение:

При разработке и производстве электронагревательных элементов, точных измерительных приборов и систем автоматики критически важным параметром является удельное электрическое сопротивление материалов. Одним из ключевых явлений, позволяющих анализировать поведение проводников в электрической цепи, является преобразование электрической энергии в тепловую, которое определяется изменением сопротивления материала под воздействием силы тока и приложенного напряжения. Точное определение удельного сопротивления позволяет оптимизировать процессы, связанные с проектированием и калибровкой электрооборудования. Одним из методов определения удельного сопротивления проводника является его прямое измерение с использованием мостовых схем, таких как мост Уитстона, обеспечивающих высокую точность. На основе полученных данных можно также косвенно рассчитать удельное сопротивление, применяя закон Ома для однородного участка цепи, что позволяет оценить применимость различных методик для конкретных условий. Целью данной работы являлось экспериментальное определение удельного электрического сопротивления нихрома различными методами (прямым и с использованием моста Уитстона) в заданном диапазоне токов, сравнение полученных результатов с табличными данными и оценка применимости каждого из методов для достижения максимальной точности. Точное определение удельного сопротивления нихрома имеет важное практическое значение, так как позволяет судить о химической однородности и качестве сплава, что напрямую влияет на надежность и срок службы электротехнических устройств.

Методика:

В начале работы необходимо собрать установку, позволяющую определить сопротивление проволоки максимально точным способом (в моей работе были использованы схемы показанные на рисунке в приложении). Для определения удельного сопротивления металла можно использовать проволоку из этого материала, площадь сечения которой рассчитывается по формуле:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

где S - площадь сечения проволоки, d - диаметр проволоки

Далее необходимо измерить вольтамперную характеристику этой проволоки для каждой из двух схем (см. рис. 1) и для разных длин проволоки. Используя данные измерений вольтамперной характеристики можно найти сопротивление нихромовой проволоки из закона Ома:

$$R = \frac{V}{I}$$

где $R_{\text{пр}}$ - сопротивление проволоки, V - напряжение, I - сила тока. Но из-за влияния внутреннего сопротивления прибора $R_{\text{пр}}$ отличается от искомого $R_{\text{иск}}$. Связь $R_{\text{пр}}$ и $R_{\text{иск}}$:

$$R_{\text{иск}} = R_{\text{пр}} + \frac{R_{\text{пр}}^2}{R_v}$$

где R_v - сопротивление вольтметра. Далее можно произвести измерения сопротивления нихромовой проволоки для разных длин проволоки с помощью моста Уинстена. Для нахождения удельного сопротивления металла можно воспользоваться формулой:

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l}$$

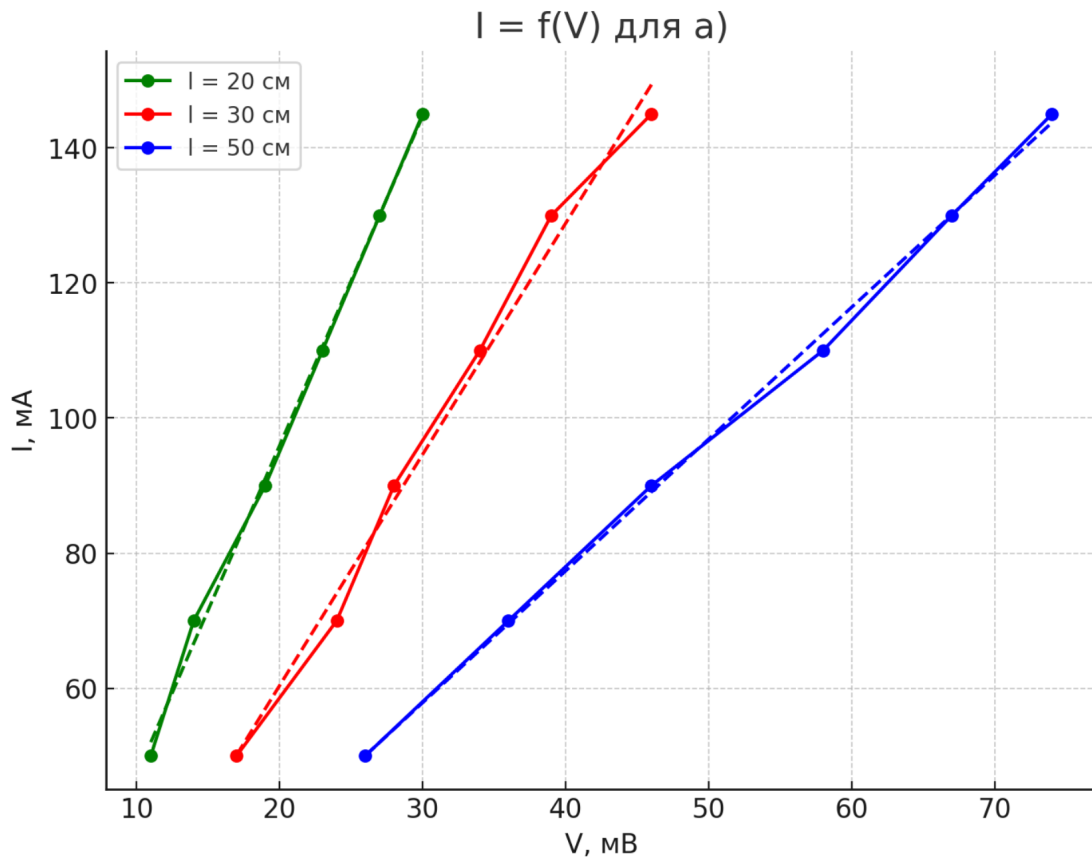
где R - сопротивление проволоки, d - её диаметр, l - её длина.

Результаты и их обсуждение:

Измерения диаметра проводились с помощью штангенциркуля (d_1 , табл. 1) и микрометра (d_2 , табл. 2) на 10 различных участках. При измерении диаметра проволоки штангенциркулем случайная погрешность отсутствует. Следовательно, точность результата определяется только точностью штангенциркуля $d_1 = (0,4 \pm 0,1)$ мм. При измерении микрометром есть как систематическая, так и случайная ошибка (расчет в приложении) $d_2 = (0,36 \pm 0,1)$ мм. Т.к. погрешность микрометра на порядок меньше погрешности штангенциркуля, для расчета площади поперечного сечения проволоки использовалось значение, полученное с помощью микрометра. Для нахождения вольтамперной характеристики были собраны две различные схемы представленные на рис. 1 а) б) (см. приложение). Площадь поперечного сечения проволоки получилась (расчёт в приложении):

$S = (9,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ мм}^2$, т.е. площадь поперечного сечения проволоки определена с точностью 5%.

Получены зависимости силы тока от напряжения для этих трёх отрезков проволоки разной длины, представленные на графике.

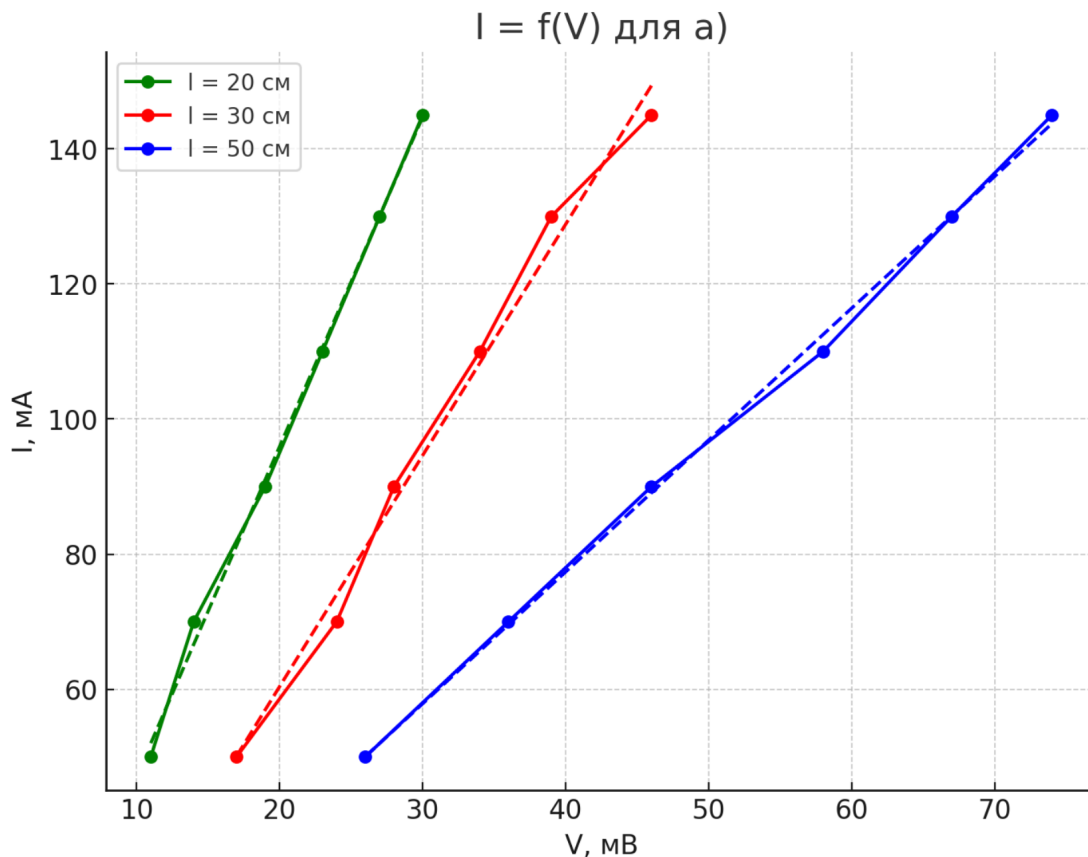


(рис. 3) Зависимость силы тока от напряжения для схемы а)

Так как зависимость линейная, то коэффициенты наклона прямой рассчитаны по методу наименьших квадратов для 50см - 1,95, для 30см - 3,42, для 20см - 4,88.

По формулам (см. в приложении) найдём среднеквадратичную случайную ошибку и возможную систематическую погрешность $R_{ср}$. Собираем схему рис. 16. Снова проводим

опыты для l_1, l_2, l_3 при возрастающих и убывающих значениях тока. Измерения записываем в табл. 6, 7, 8.(см. приложение). Проведя аналогичные расчёты, заносим средние значения величин в таблицу 10, считаем . Получены зависимости силы тока от напряжения для этих трёх отрезков проволоки разной длины, представленные на графике.



(рис. 4) Зависимость силы тока от напряжения для схемы б)

Так как зависимость линейная, то коэффициенты наклона прямой рассчитаны по методу наименьших квадратов для 50см - 1,83, для 30см - 2,86, для 20см - 4,4.

На графиках не показаны погрешности в виде "крестов" так как погрешности измерений получились слишком палыми и их не будет видно на графиках (они укладываются в пределы отмеченных точек).

При помощи моста Уитстона (измерительный мост постоянного тока Р4833) измеряем сопротивления (обозн. R_0) и также заносим в таблицу 11(см. приложение). Анализируя полученные значения (см. табл. 11) видим, что значения, полученные при использовании схемы а) ($\pm 2,5 \%$) ближе к значениям, полученным при помощи моста Уитстона, чем для схемы б) ($\pm 8 \%$): это значит, что схема а) точнее определяет небольшие сопротивления, чем схема б), что подтверждает теоретические расчёты. Находим удельное сопротивление и его погрешность для каждой из длин проволоки и заносим эти значения в табл.12 (см.

приложение). Получаем: $\rho = (0,98 \pm 0,05) \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$.

Выводы:

Экспериментально получено, что удельное сопротивление нихрома составляет $1.05 \pm 0.05 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$. Полученное значение сравниваем с табличными данными: в справочнике (Таблицы физических величин: Справочник И.К. Кикоин, 1976 г.) для удельного сопротивления нихрома при 20 °С указан диапазон значений от 0.97 до 1.12 $\frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$ в зависимости от марки сплава. Экспериментальное значение попадает в этот диапазон, что свидетельствует о хорошем качестве исследуемого образца проволоки. Основной вклад в погрешность измерений вносит определение диаметра проволоки, составляющее примерно 5%. Это связано с трудностями точного измерения малых линейных размеров микрометром и возможной неоднородностью толщины проволоки по длине. Измерения длины проводника и электрических параметров цепи были выполнены с существенно меньшей относительной погрешностью. Таким образом, применение обоих методов измерения (прямого и с использованием моста Уитстона) позволило получить достоверное значение удельного сопротивления, адекватно описывающее свойства конкретного образца нихромовой проволоки.

Приложение:

Формула сопротивления проволоки:

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (1)$$

где R – сопротивление проволоки, d – её диаметр, l – её длина. гласно закону Ома напряжение V и ток I в образце связаны соотношением

$$V = RI \quad (2)$$

Расчет погрешностей микрометра:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм}, \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (d - \bar{d})^2} = \frac{1}{10} \sqrt{2,4 \cdot 10^{-4}} \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} \approx 0,01 \text{ мм}$$

Теоретически, надо измерять способом показанным на рис. 1а, так как: для схемы на рисунке 1а: $R_{\text{пр}}/R_V = 5/500 = 0,01$, т.е. 1%; а для схемы на рисунке 1б: $R_A/R_{\text{пр}} = 1/5 = 0,2$, т.е. 20%. То есть при измерении относительно небольших сопротивлений меньшую ошибку даёт схема рис. 1а.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,34)^2}{4} \approx 0,09 \text{ мм}^2$$

Найдём погрешность площади поперечного сечения проволоки:

$$\sigma_s = \frac{2 \sigma_{d_2}}{d_2} \cdot S = \frac{2 \cdot 0,01}{0,34} \cdot 0,09 \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2$$

Формула углового коэффициента

$$R = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

Формулы среднеквадратичной случайной ошибки и возможной систематической погрешности

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{\text{ср}}^2}$$

$$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{сист}} = R_{\text{ср}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2}$$

$$R_{\text{ср}} = \frac{V}{I} \quad (2)$$

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{ср}} + \frac{R_{\text{ср}}^2}{R_V} - \text{для схемы а)}$$

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{ср}} \cdot \left(1 - \frac{R_{\text{ср}}}{(R_A + R_{\text{ср}})}\right) - \text{для схемы б)}$$

Формула удельного сопротивления проволоки и его погрешность:

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l}$$

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{S}\right)^2}$$

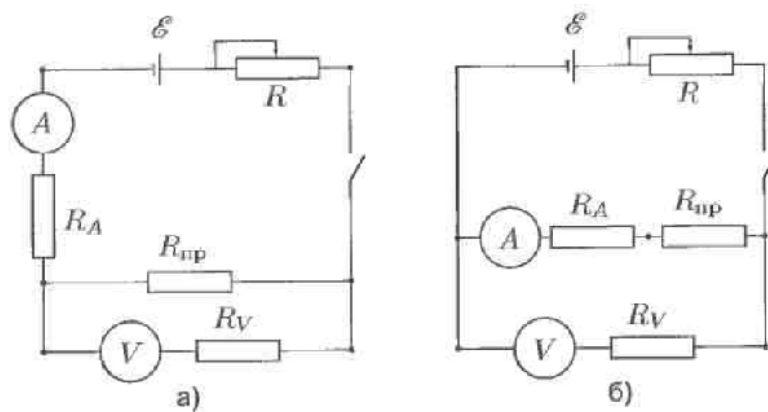


Рис. 1: Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

Таблица 1: Результаты измерения диаметра проволоки

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_1 , мм	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,4
d_2 , мм	0,35	0,33	0,34	0,33	0,34	0,34	0,35	0,34	0,36	0,34
	$\overline{d_1} = 0,4$ мм					$\overline{d_2} = 0,34$ мм				

Таблица 2: Основные характеристики амперметра и вольтметра

	Вольтметр	Амперметр
Система	Магнитоэлектрическая	Электромагнитная
Класс точности	0,5	0,5
Предел измерений x_n	0,6 В	0,15 А
Число делений шкалы n	-	75
Цена делений x_n/n	-	2 мА/дел
Чувствительность n/x_n	-	500 дел/А
Абсолютная погрешность Δx_M	1,5 мВ	0,75 мА
Внутреннее сопротивление прибора (на данном пределе измерений)	500 Ом	1 Ом

Результаты измерения вольтамперной характеристики для разных схем и длин проволоки:

Таблица 3: Результаты а)-схема для l_1

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	25,1	35,8	45,0	57,7	66,8	74,5
I, мА	48	68	84	112	126	143

Таблица 4: Результаты а)-схема для l_2

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	16,8	21,7	27,6	34,1	39,0	45,8
I, мА	52	66	88	87	122	142

Таблица 5: Результаты а)-схема для l_3

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	11,2	14,2	18,1	22,2	25,9	30,2
I, мА	56	70	86	106	122	144

Таблица 6: Результаты б)-схема для l_1

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	25,9	38,0	48,3	58,6	70,0	80,2
I, мА	47	67	85	102	123	145

Таблица 7: Результаты б)-схема для l_2

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	16,2	24,0	30,6	38,2	43,0	51,9
I, мА	47	70	85	107	120	149

Таблица 8: Результаты б)-схема для l_3

$N_{\text{изм}}$	1	2	3	4	5	6
V, мВ	11,3	16,0	20,5	24,6	29,7	33,7
I, мА	45	68	85	102	123	140

Таблица 9: Средние величины для а)

	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	$\langle I^2 \rangle$	$\langle VI \rangle$
l_1	50,8	97	10447	5501
l_2	30,8	96	10169	3299
l_3	20,3	97	10257	2158

Таблица 10: Средние величины для б)

	$\langle V \rangle$	$\langle I \rangle$	$\langle I^2 \rangle$	$\langle VI \rangle$
l_1	53,5	95	10157	5703
l_2	34,0	96	10385	3672
l_3	22,6	95	9918	2387

Таблица 11: Результаты измерения сопротивления проволоки

$l_1 = 50,0 \pm 0,1$ см	$l_2 = 30,0 \pm 0,1$ см	$l_3 = 20,0 \pm 0,1$ см
$R_0 = 0,5295 \pm 0,001$ Ом (по P4833)	$R_0 = 0,3264 \pm 0,001$ Ом (по P4833)	$R_0 = 0,2166 \pm 0,001$ Ом (по P4833)
Схема а). $R_{\text{ср}} = 0,5274$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,5284$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,005$ Ом $\sigma_R = 0,009$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,3103$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,3112$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,004$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,003$ Ом $\sigma_R = 0,005$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,2129$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,2135$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,004$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,002$ Ом $\sigma_R = 0,004$ Ом
Схема б). $R_{\text{ср}} = 0,5636$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,5629$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,009$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,09$ Ом $\sigma_R = 0,09$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,3575$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,3572$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,05$ Ом $\sigma_R = 0,05$ Ом	$R_{\text{ср}} = 0,2407$ Ом $R_{\text{пр}} = 0,2404$ Ом $\sigma_R^{\text{случ}} = 0,007$ Ом $\sigma_R^{\text{сист}} = 0,06$ Ом $\sigma_R = 0,06$ Ом

Таблица 12: Расчётные значения удельного сопротивления проволоки

l, м	$\rho, \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$	$\sigma_\rho, \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$
0,5	0,97	0,06
0,3	0,98	0,06
0,2	0,98	0,06

Литература

Таблицы физических величин: Справочник И.К. Кикоин, 1976 г.