NOȚINI FUNDAMENTALE ÎN REZISTENŢA MATERIALELOR:
TENSIUNI, DEPLASĂRI ŞI DEFORMAŢII, DEFORMAŢII SPECIFICE

TENSIUNI

Eforturile obținute în urma reducerii forțelor interioare, în centrul de greutate al secțiunii, nu pot da informații asupra solicitării fiecărui punct al secțiunii respective. Este necesar să se cunoască modul cum se distribuie forțele interioare în fiecare punct al secțiunii pentru a ști care este intensitatea maximă a solicitării. Această intensitate maximă se poate compara cu o valoare critică, specifică materialului, stabilindu-se astfel dacă solicitarea este periculoasă sau nu.

Mărimea care caracterizează solicitarea locală, punctuală, o vom denumi ***tensiune*** și o vom defini în cele ce urmează. Să considerăm partea din dreapta a unui corp solicitat de forțele exterioare F_1, F_2 și F_3, obținută prin secționarea corpului și mărginită de fața din dreapta A_d a secțiunii. Pe secțiunea A_d vom considera un element de arie infinit mic ΔA caracterizat de normală $\vec{n}$ la elementul de arie, normală care are cosinușii directori α, β și γ, în raport cu un sistem de axe considerat fix. Pe ΔA acționează forțele interioare care au o rezultantă oarecare $\Delta\vec{F}$, (Fig.1).

Prin definiție ***tensiunea totală*** este:

$$\vec{p} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A} \qquad (1)$$

Tensiunea $\vec{p}$ are aceeaşi direcţie cu forţa elementară $\Delta\vec{F}$, iar mărimea ei este determinată atât de mărimea forţei $\Delta\vec{F}$ cât şi de orientarea suprafeţei ΔA faţă de direcţia forţei.

Tensiunea $\vec{p}$, poate fi descompusă într-o componentă orientată pe direcţia normală la secţiune, ***tensiune normală*** notată cu σ_x şi o componentă în planul secţiunii, *tensiune tangenţială* notată cu τ, (Fig.2):

$$\vec{p} = \vec{\sigma}_x + \vec{\tau} \qquad (2)$$

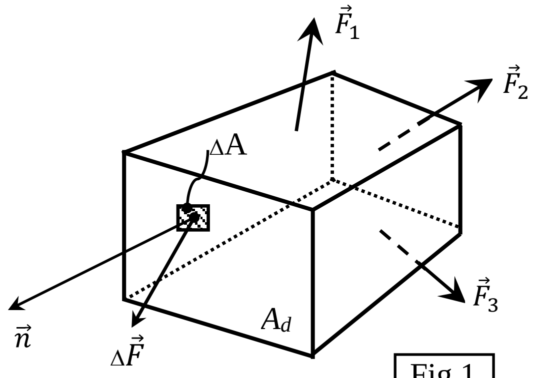

Fig.1

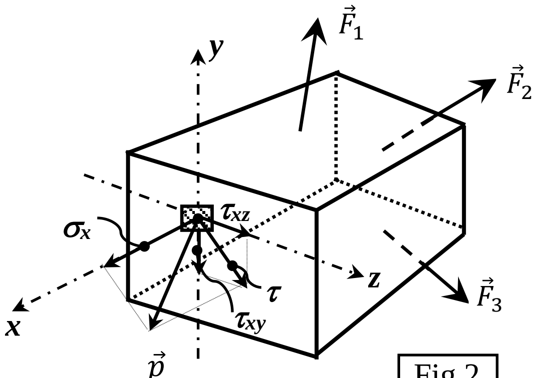

Fig.2

La rândul ei component tensiunii cuprinsă în planul secțiunii (τ) se poate descompune după direcțiile axelor y și z:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_{xy} + \vec{\tau}_{xz} \qquad (3)$$

Între cele trei componente ale tensiunii totale care acționează pe elementul ΔA este valabilă relația:

$$p^2 = \sigma_x^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 \qquad (4)$$

După sensul pe care îl are, tensiunea normală σ are un efect de *tracţiune* sau de *compresiune*, exercitat de către partea de corp înlăturată asupra părţii rămase. La fel, tensiunea tangenţială τ are un efect de *tăiere, forfecare* sau *alunecare*. Pentru componentele tensiunii tangenţiale τ_{xy} pe direcţia *y*, respectiv τ_{xz} pe direcţia z, primul indice arată axa pe care tensiunea este normală, iar cel de-al doilea, axa cu care aceasta este paralelă.

Tensiunea $\vec{p}$ este o mărime tensorială, valoarea ei depinzând atât de poziția punctului în planul secțiunii cît și de orientarea planului de secționare, deci de normala $\vec{n}$. Operaţiile vectoriale nu pot fi aplicate tensiunilor, decât după ce acestea au fost înmulţite cu ariile respective, adică au fost transformate în forţe.

În literatura de specialitate, mai ales în manualele mai vechi, pentru noţiunea de tensiune se mai foloseşte şi denumirea de *efort specific*.

Dacă se consideră un alt element de arie ΔA, cu centrul în același punct, având ca normală axa y, se vor obține alte tensiuni:

- σ_y = tensiune normală (paralelă cu axa y)
- τ_{yx} și τ_{yz} = tensiuni tangențiale paralele cu axele x și respective z, aflate în planul care are ca normal axa y.

Dacă în jurul unui punct dintr-un corp solicitat se consider un element de volum infinit mic de forma unui cub, în cazul cel mai general pe fețele sale vor acționa tensiunile normale: σ_x, σ_y și σ_z, și tensiunile tangențiale: τ_{xy},τ_{xz}, τ_{yx},τ_{yz}, τ_{zx} și τ_{zy}., (Fig.3). Aceste tensiuni defines starea de tensiune a punctului. Se observă că tensorul tensiune are 9 componente. Dacă se consider elemental finit ca fiind mic se poate presupune că în interiorul său nu apar forțe. Ca urmare el va fi în echilibru sub acțiunea forțelor elementare produse de tensiunile de pe fețele sale.

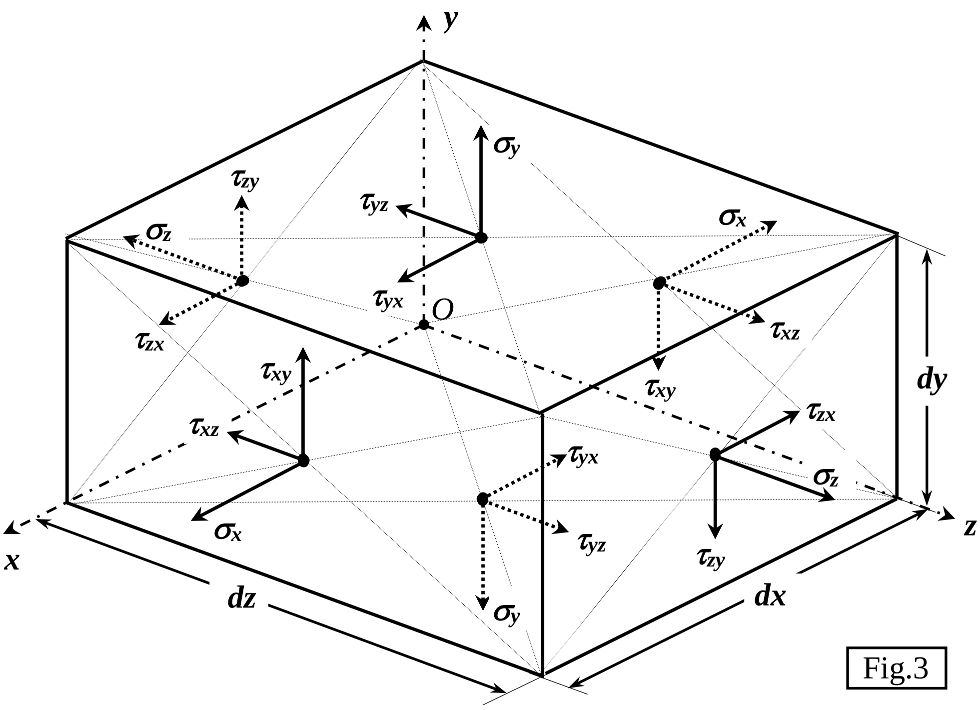

Fig.3

Din condiția ca elemental să nu se rotească în jurul unor axe care trec prin centrul său și sunt paralele cu axele sistemului x*Oyz*, rezultă:

$$2 \cdot \tau_{xy}(dy \cdot dz) \cdot \frac{dx}{2} = 2 \cdot \tau_{yx}(dx \cdot dz) \cdot \frac{dy}{2} \Rightarrow \tau_{xy} \equiv \tau_{yx} \qquad (5)$$

$$2 \cdot \tau_{yz}(dx \cdot dz) \cdot \frac{dy}{2} = 2 \cdot \tau_{zy}(dx \cdot dy) \cdot \frac{dz}{2} \Rightarrow \tau_{yz} \equiv \tau_{zy} \qquad (6)$$

$$2 \cdot \tau_{xz}(dy \cdot dz) \cdot \frac{dx}{2} = 2 \cdot \tau_{zx}(dx \cdot dy) \cdot \frac{dz}{2} \Rightarrow \tau_{xz} \equiv \tau_{zx} \qquad (7)$$

Relațiile (5-7): $\tau_{xy} \equiv \tau_{yx}$, $\tau_{yz} \equiv \tau_{zy}$,$\tau_{xz} \equiv \tau_{zx}$exprimă *principiul dualității tensiunilor tangențiale*.

Din condiția ca elementul considerat să nu se deplaseze în lungul axelor, rezultă că pe fețele opuse acționează aceleași tensiuni normale: σ_x, σ_y și respectiv σ_z.

Definirea tensorului tensiune este posibilă dacă se cunosc 6 componente independente ale acestuia aflate în 3 plane perpendicular ce trec prin punctul respectiv:

$$\vec{p} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

Obs.

1. Tensiunile se măsoară în: $N/_{m^2}$; $\left(1\, N/_{m^2} = 1\, Pa\right)$ sau MPa
   $$\left(1\, MPa = 10^6 Pa = 10^6\ N/_{m^2};\, 1\, MPa \equiv 1\ N/_{mm^2}\right)$$
2. Starea de tensiune dintr-un punct este considerată cunoscută când se cunosc tensiunile $\vec{p}$ care acționează pe infinitatea de elemente de suprafață ce trec prin punctual considerat;
3. Starea de tensiune a unui corp se consider cunoscută dacă se cunosc stările de tensiune de pe infinitatea de puncte ale corpului considerat.

DEPLASĂRI. DEFORMAŢII SPECIFICE

Aceste noțiuni sunt utile în analiza aspectului geometric al problemelor de rezistența materialelor. Deplasările care se analizează sunt cele datorate schimbării formei și dimensiunilor corpurilor ca urmare a acțiunii forțelor exterioare și nu cele cinematice, posibile pentru solidul rigid care se poate deplasa cu anumită viteză și accelerație.

Spre exemplu, în Fig.1a și Fig.1b, sub acțiunea forței *F* tronsonul de bară *AB* se deformează în timp ce tronsonul *BC*, deși punctele sale au deplasări, rămâine nedeformat (fiind nesolicitat). Toate punctele de pe axele barelor, cu excepția celor din încastrare, (secțiunile *A*), au deplasări liniare. De cele mai multe ori deformațiile barelor datorate acțiunii forțelor exterioare se anulează la îndepărtarea forțelor: se spune că deformațiile sunt elastice. Secțiunile transversal ale barei din Fig.1a se și rotesc în raport cu pozițiile lor inițiale. Spre exemplu secțiunea de căpăt, cu centrul în *C*, se rotește cu unghiul φ.

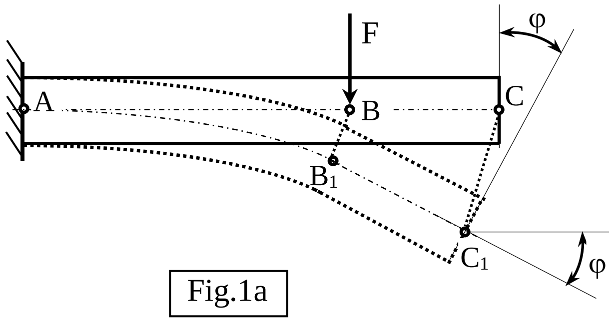

Fig.1a

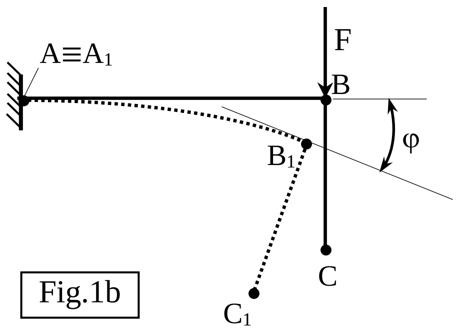

Fig.1b

Oricât de complexă ar fi delormația unui corp ea poate fi descrisă de lungiri (scurtări) și de modificări ale unghiurilor inițiale.

Deplasările măsoară schimbarea poziției unui punt al corpului și pot fi: liniare sau unghiulare.

Prin *deplasare liniară* a unui punct se înțelege vectorul al cărui punct de aplicație se găsește în punctul considerat înainte de deformarea corpului și al cărui vîrf se găsește în același punct după deformarea datorată forțelor exterioare: vectorul BB_1 din Fig.1a.

Prin deplasare unghiulară se înțelege rotirea dintre segmentele de dreaptă determinate de două puncte ale corpului înainte și după deformarea acestuia: unghiul φ pe care-l fac segmentele *BC* și B_1C_1, din Fig.1a. Această rotire se măsoară prin unghiul pe care-l fac proiecțiile dreptelor ce conțin cele două segmente, într-un sistem triortogonal.

În cazul cel mai general vectorul deplasare liniară se poate descompune într-un sistem triortogonal în 3 componente: *u, v* și *w* (Fig.2).

Se consideră acum un corp solid raportat la un sistem de axe ortogonal *xOyz* (Fig.2). După deformarea corpului, un punct oarecare *K* al acestuia se deplasează în poziţia K_1. Vectorul KK_1 poartă numele de *vectorul deplasării totale.*

Deplasarea totală rezultă ca o sumă a deplasărilor pe trei direcţii ortogonale. Deplasările pe cele trei direcţii ortogonale se notează astfel:

- pe direcţia *x* cu $\boldsymbol{u}$; - pe direcţia *y* cu $\boldsymbol{v}$; -pe direcţia *z* cu $\boldsymbol{w}$.

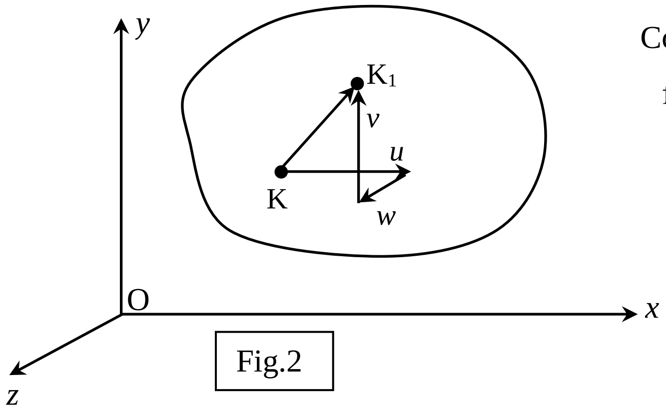

Fig.2

Componentele: $u \| Ox$, $v \| Oy$ şi $w \| Oz$, formează matricea deplasărilor liniare:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

Deformaţii

Prin *deformație*, în general, se înțelege orice schimbare de formă a unui corp, fără o evaluare cantitativă. În Rezistența Materialelor deformația măsoară variația dimensiunilor geometrice ale corpului considerat, din vecinătatea unui punct. Ca și deplasările, deformațiile pot fi: liniare și unghiulare (lunecări).

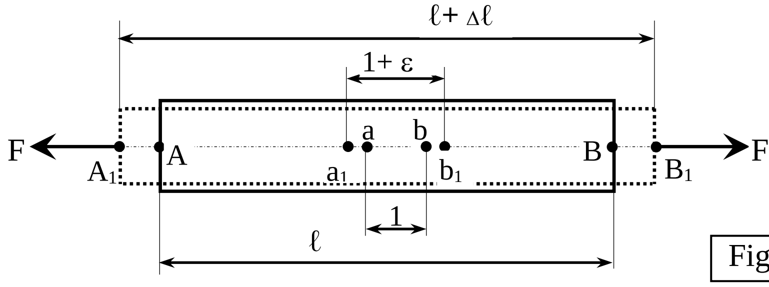

Fig.3

Deformația liniară, $\Delta\ell$, reprezintă variația lungimii ℓ a unui element liniar al corpului deformat, (Fig.3). Deformația liniară specifică se definește ca fiind raportul dintre deformația liniară și lungimea inițială:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

unde: $\boldsymbol{\Delta\ell}$= *lungire* sau scurtare≡ deformția liniară totală; $\boldsymbol{\varepsilon}$ = *alungire*.

Deformația unghiulară sau *lunecarea* unui punct *A*, în planul *BAC* se definește prin:

$$\gamma = \lim_{\substack{BA\to 0 \\ CA\to 0}} \left(\widehat{BAC} - \widehat{B_1A_1C_1}\right)$$

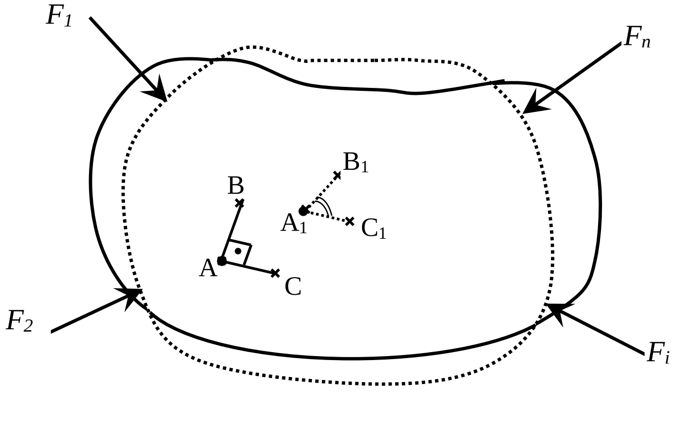

Fig.4

Schimbând orientarea planului care trece prin *A* se obțin alte deformații unghiulare. Dacă elementele liniare *BA* și *CA* sunt inițial perpendiculare, deformația γ se numește deformație unghiulară specifică sau *lunecare specifică,* (Fig.4).

Un exemplu de deplasare unghiulară și de deformație unghiulară este prezentat în Fig.5. Unghiul φ este deplasare unghiulară și măsoară rotirea relativă dintre două secțiuni aflate la distanța ℓ. Unghiul γ este deformația specifică unghiulară (lunecarea specifică) din punctul K. Aceste deplasări și deformații se obțin în urma solicitării barei de către cele două momente M_0 egale și de sens contrar.

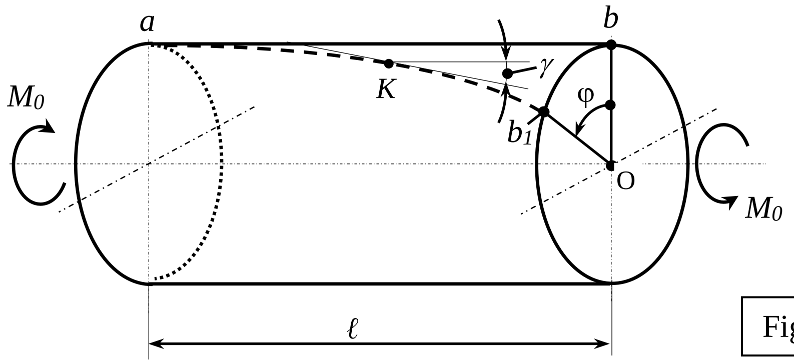

Fig.5

Pentru a analiza starea de deformație din vecinătatea unui punct al unui corp solicitat complex, se decupează din jurul punctului un element de volum mic, (Fig.6a), cu laturile: *dx*, *dy* și *dz*. Ca urmare a solicitării laturile acestuia se vor lungi sau scurta. Reprezentarea elementului deformat în spațiu este dificilă și ca urmare, pentru simplificare, vom analiza doar deformațiile din planul *xOy*. Se vede că dimensiunile *dx* și *dy* s-au modificat cu *Δdx* respectiv cu *Δdy*. Se acceptă și pentru dz o modificare *Δdz*. Se pot defini deformațiile specifice liniare:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \qquad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \qquad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$$

De cele mai multe ori aceste deformații specifice liniare se exprimă în procente și se mai numesc ***alungiri***.

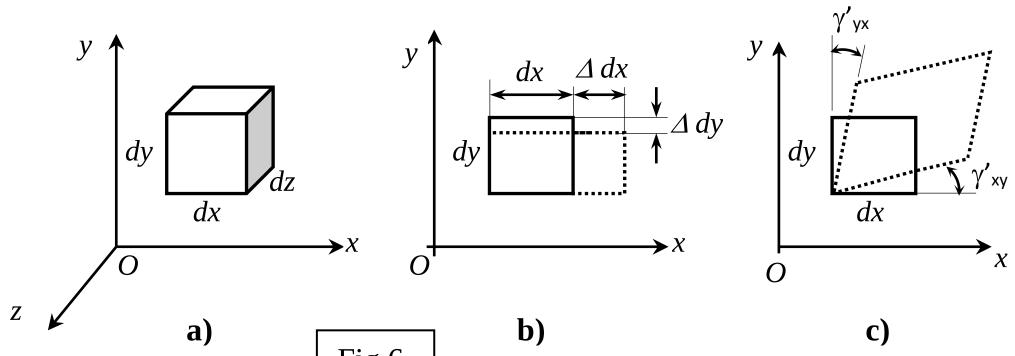

Fig.6

În Fig.6c se vede că unghiul inițial drept dintre muchiile *dx* și *dy* ale elementului de volum s-a modificat. Se definește deformația specifică unghiulară (sau lunecarea specifică), mărimea cu care se modifică unghiul inițial drept:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \gamma'_{xy} + \gamma'_{yx} \equiv \gamma_{yx} \\ \gamma_{yz} = \gamma'_{yz} + \gamma'_{zy} \equiv \gamma_{zy} \\ \gamma_{zx} = \gamma'_{zx} + \gamma'_{xz} \equiv \gamma_{xz} \end{cases}$$

Deformațiile: ε_x, ε_y, ε_z, γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}, constituie cele șase componente independente ale tensorului deformațiilor specifece:

$$D = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

CONTRACŢIA TRANSVERSALĂ

Practica arată că odată cu lungirea unei bare, apare o micşorare a mărimii secţiunii transversale, mărime numită *contracţie transversală* (Fig.1)

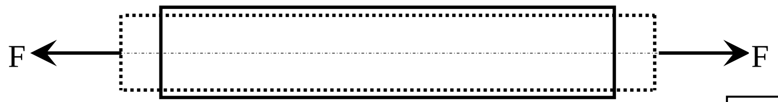

Fig.1

Contracţia transversală este proporţională cu lungirea specifică, coeficientul de proporţionalitate se notează cu ν şi se numeşte *coeficient de contracţie transversală* sau *coeficientul lui Poisson.*

La o lungire specifică ε a barei, contracţia transversală este:

$$\varepsilon_{tr} = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \cdot \varepsilon_x \qquad (1)$$

Semnul (-) arată că cele două mărimi sunt contrare, dacă una creşte, cealaltă scade şi invers.

Se consideră acum o bară cilindrică de lungime ℓ şi aria secţiunii transversale A, solicitată la întindere axială. La un moment dat, lungimea barei este $\ell \cdot (1+\varepsilon)$, diametrul $d \cdot (1-\nu \cdot \varepsilon)$, iar aria secţiunii transversale $A \cdot (1-\nu \cdot \varepsilon)^2$. Dacă volumul barei înainte de solicitare a fost $A \cdot \ell$, după solicitare el devine:

$$V + \Delta V = A(1 - \nu \cdot \varepsilon)^2 \ell (1 - \nu \cdot \varepsilon) = A\ell(1 + \varepsilon - 2\nu \cdot \varepsilon - 2\nu \cdot \varepsilon^2 + \nu^2 \cdot \varepsilon^2 + \nu^2 \cdot \varepsilon^3) \quad (2)$$

Deoarece lungirile sunt foarte mici, ultimii trei termeni din paranteză se pot neglija, obţinându-se:

$$V + \Delta V = A \cdot \ell + A \cdot \ell \cdot \varepsilon \cdot (1 - 2\nu) \Leftrightarrow \Delta V = \varepsilon \cdot (1 - 2\nu) \cdot A \cdot \ell \qquad (3)$$

Practica arată, că o astfel de bară solicitată la întindere, îşi măreşte volumul, deci $\Delta V > 0$, de unde rezultă că:

$$1 - 2\nu > 0 \;\; de\; unde \;\; \Rightarrow \nu < 0{,}5 \qquad (4)$$

Pentru cele mai multe materiale ν = 0,33, iar pentru materialele care-şi păstrează volumul constant, ν = 0,5.

RELAȚII DE ECHIVALENȚĂ ÎNTRE EFORTURI ȘI TENSIUNI

Vom considera un element de suprafață infinit mic *dA*, situat pe fața *(A)* a secțiunii barei din Fig.1. În centrul de greutate al secțiunii acționează eforturile: N, T_y, T_z, M_x, M_{iy} și M_{iz}, determinate prin metoda secțiunilor.

În raport cu un sistem de axe de referință *xCyz* coordonatele elementului *dA* sunt:

- ***y*** = ordonata elementului;
- ***z*** = abscisa elementului.

Pe elementul *dA* există tensiunile :

- σ_x = tensiunea normală;
- τ_{xy} și τ_{xz} = tensiuni tangențiale.

Dacă se însumează forțele elementare de tipul: $\sigma_x \cdot dA$, $\tau_{xy} \cdot dA$ și $\tau_{xz} \cdot dA$ va trebui să obținem eforturile: N, T_y și T_z.

Dacă eforturile sunt privite ca niște forțe exterioare, și dacă se scriu ecuațiile de echilibru ale secțiunii *(A)*, se vor obține șase relații de echivalență între eforturi și tensiuni.

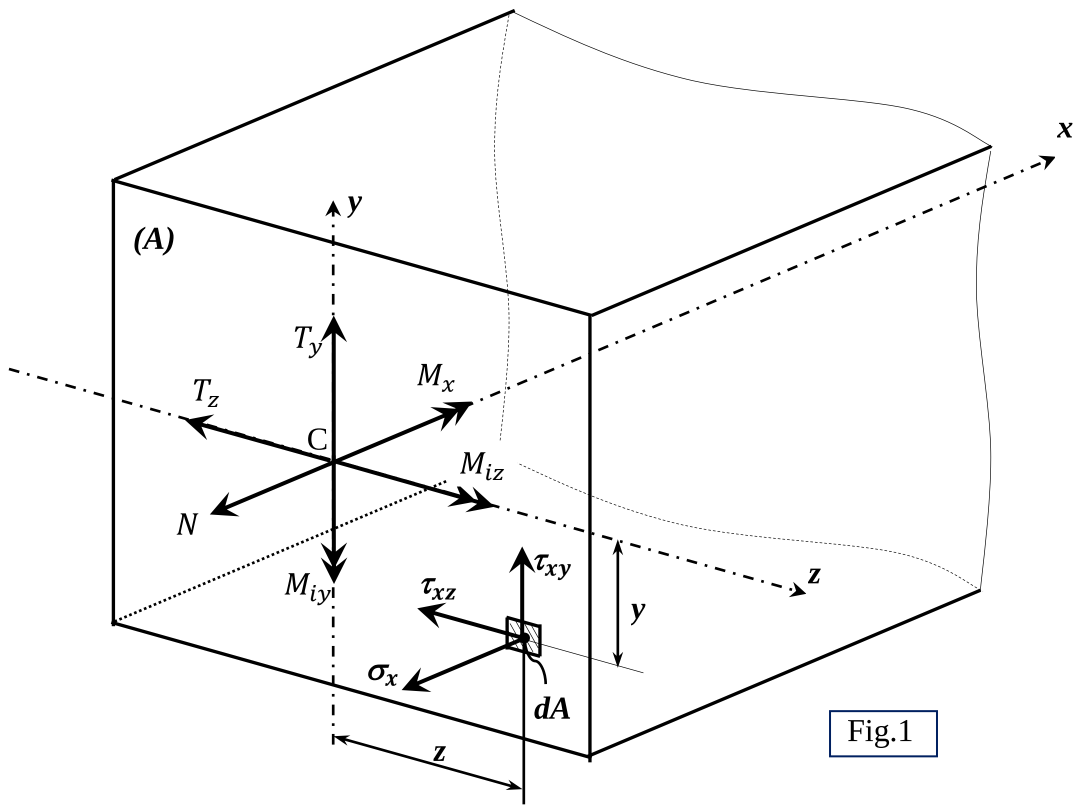

Fig.1

$$\left(\sum X\right) = 0 \Leftrightarrow \int_A \sigma_x \cdot dA = N \qquad (1)$$

$$\left(\sum Y\right) = 0 \Leftrightarrow \int_A \tau_{xy} \cdot dA = T_y \qquad (2)$$

$$\left(\sum Z\right) = 0 \Leftrightarrow \int_A \tau_{xz} \cdot dA = T_z \qquad (3)$$

$$\left(\sum M\right)_x = 0 \Leftrightarrow \int_A (\tau_{xz} \cdot dA) \cdot y - \int_A (\tau_{xy} \cdot dA) \cdot z = M_x \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int_A (y \cdot \tau_{xz} - z \cdot \tau_{xy}) dA = M_x \qquad (4)$$

$$\left(\sum M\right)_y = 0 \Leftrightarrow \int_A (\sigma_x \cdot dA) \cdot z = M_{iy} \qquad (5)$$

$$\left(\sum M\right)_z = 0 \Leftrightarrow \int_A (\sigma_x \cdot dA) \cdot y = M_{iz} \qquad (6)$$

Cele șase relații de echivalență între eforturi și tensiuni constituie un pas înainte în rrezolvarea unei probleme de rezistența materialelor. Aceste relații vor permite determinarea tensiunilor maxime.

Pentru a rezolva cele 6 relații de echivalență trebuie să se cunoască tensiunile σ și τ ca funcții de punct, adică funcții de forma:

$$\sigma_x = \sigma_x(x, y, z); \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}(x, y, z); \quad \tau_{xz} = \tau_{xz}(x, y, z) .$$

Cunoașterea acestor funcții presupune însă analizarea aspectului geometric al problemei, precum și utilizarea unor ipoteze simplificatoare care să permită simplificarea problemelor.

-

IPOTEZE DE BAZĂ ÎN REZISTENŢA MATERIALELOR

Depășirea dificultăților legate de interpretarea unor fenomene specifice mecanicii solidului deformabil a impus acceptarea unor ipoteze care să simplifice fenomenele și să contribuie la elaborarea unor modele de calcul cît mai generale. Aceste ipoteze se referă la structura materialelor şi la comportarea lor sub acţiunea forţelor exterioare. Ipotezele acceptate trebuie să fie în deplină concordanţă cu realitatea și să conducă la rezultate verificate în practică.

Funcție lde aspectele la care se referă ipotezele pot fi:

A) Ipoteze fizice, (de material);

B) Ipoteze de calcul.

A. Ipoteze fizice:

Se acceptă întrucât teoriile structurale au condus la rezultate care contravin încercărilor experimentale.

A1) *Ipoteza mediului continuu,* consideră că orice domeniu elementar al corpului este ocupat de materie, adică nu se acceptă existența unor goluri sau a crăpăturilor microscopice. Deși nu corespunde realităţii poate fi acceptată deoarece dimensiunile corpului sunt mult mai mari decât dimensiunile particulelor elemantare. Are avantajul că permite utilizarea proprietăților matematice ale funcțiilor continui pentru tensiunile și deformațiile din orice punct al corpului. Ea este mai apropiată de realitate la corpurile amorfe şi mai depărtată la cele cristaline. Dă însă rezultate bune în calculele de rezistenţă.

Ipoteza nu se poate aplica la corpurile care au goluri, tăieturi, (multiplu conexe), pentru unele puncte singulare în care tensiunile și deformațiile tind la infinit, sau în unele probleme de plasticitate în care proprietățile de material au un rol esențial.

A2) *Ipoteza izotropiei.* Conform acesteia materialul din care este confecționat un element de rezistență are aceleași proprietăți după orice direcție. Un astfel de material este considerat *izotrop*. Din punct de vedere macroscopic metalele pot fi considerate izotrope, deși la nivel microscopic proprietățile lor diferă de la o direcție cristalografică la alta. Orice conglomerat de cristale poate fi considerat izotrop.

Există cazuri când nu se acceptă izotropia:

- La metalele puternic deformate după o direcție (prin laminare, trefilare);
- La piesele confecționate din lemn: lemnul este anizotrop deoarece proprietățile sale diferă după două direcții(în lungul fibrelor și perpendicular pe această direcție).

A3) *Ipoteza omogenității* - consideră că un corp are aceleași proprietăți în orice punct al său.. Deși majoritatea materialelor utilizate în tehnică sunt eterogene la scară micro, fiind constituite din mai multe faze cu proprietăți diferite, la scară macro ele pot fi considerate omogene. Omogenitatea și izotropia, sunt proprietăți statistice medii care nu se condiționează una pe cealaltă. Chiar și materialele monofazice pot avea la scară micro unele segregații care le fac eterogene.

A4) *Ipoteza elasticităţii perfecte.* Această ipoteză presupune că atâta timp cât solicitările nu depăşesc anumite limite, materialul are o comportare elastică, adică îşi recapătă forma şi dimensiunile iniţiale odată cu înlăturarea sarcinilor. În realitate, materialele nu prezintă o elasticitate perfectă, ele având deformaţii remanente mici, care însă pot fi neglijate în calculele de rezistenţă.

Acceptarea acestei ipoteze permite:

- aplicarea relației biunivoce între tensiuni şi deformații, relație exprimată de *legea lui Hooke* ($\sigma = E \cdot \varepsilon$), unde E este un factor de proporţionalitate, numit *modul de elasticitate longitudinal al materialului;*

- acceptarea valabilității afirmației: "lucrul mecanic efectuat de forțele exterioare, ca urmare a parcurgerii deplasărilor punctelor de aplicație, se înmagazinează integral în corp sub formă de energie de deformație, energie cedată la îndepărtarea sarcinilor";

- este valabilă teoria conform căreia: "energia înmagazinată și deformațiile depind doar de stările inițială și finală de eforturi, și nu de modul în care s-a ajuns la starea finală".

În realitate oricât de mici ar fi sarcinile aplicate se produc și deformații plastic, dar acestea pot fi neglijate, dacă solicitarea nu depășește anumite limite.

B) Ipoteze de calcul

B1) *Ipoteza micilor deplasări*: " deplasările datorate deformării sunt mult mai mici decât dimensiunile corpurilor și ca urmare se pot neglija produsele dintre o deplasare și ea însăși". Pentru cele mai multe corpuri, deformaţiile elastice sunt de mărimi mici. Ca urmare, corpurile solide sub acţiunea sarcinilor îşi modifică foarte puţin forma iniţială. Această ipoteză este cunoscută şi sub denumirea de *ipoteza menţinerii dimensiunilor iniţiale.* Ea permite scrierea ecuaţiilor de echilibru ale staticii pe starea nedeformată a elementului, când nu se iau în considerare deplasările punctelor de aplicaţie ale forţelor care se produc ca urmare a deformării acestuia. Calculul efectuat pe schema nedeformată, poartă numele de *calcul de ordinul I.*

Ipoteza micilor deplasări nu poate fi acceptată pentru studiul problemelor de stabilitate sau la problemele la care nu pot fi îndeplinite condiţiile de echilibru în starea nedeformată.

Calculul de ordinul II admite ipoteza micilor deplasări, dar ecuaţiile de echilibru se scriu însă pentru starea deformată a elementului de rezistenţă.

Calculul de ordinul III nu mai acceptă ipoteza micilor deplasări, el referindu-se la *cazul deformaţiilor mari*, când ecuaţiile de echilibru trebuie scrise pentru starea deformată.

Chiar dacă materialul satisface legea lui Hooke, în urma calculelor de ordinul II se obţin de obicei relaţii neliniare între sarcini şi deplasări, iar pentru calculul de ordinul III, rezultă ecuaţii diferenţiale neliniare.

B2) *Principiul efectului local* al acțiunii sarcinilor enunțat de *Barre de Saint-Venant.* Acest principiu destul de folosit în Rezistenţa Materialelor, precizează că: *dacă se înlocuiesc forţele care acţionează asupra unui corp elastic cu un alt sistem de forţe echivalent din punct de vedere static cu primul, noua distribuţie a forţelor produce la locul de aplicare diferenţe semnificative faţă de prima, dar rămâne fără efect sau cu efect neglijabil, la distanţe mari de locul de aplicare al forţelor* (Fig.1).

Ca o cosecință: o sarcină uniform distribuită $\vec{p}$ poate fi înlocuită cu rezultanta ei, dacă se analizează efectul sarcinii la distanță mare de locul în care se aplică sarcina.

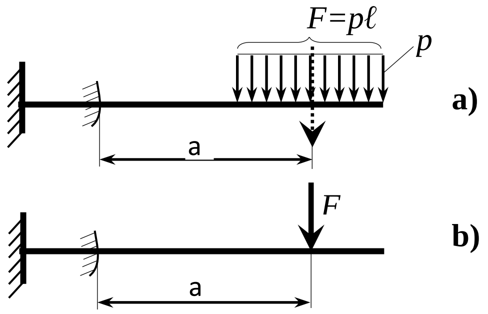

Fig.1 Principiul lui Saint - Venant

În prima variantă (Fig.1a) forţa *F* se aplică pe o porțiune oarecare ℓ (sarcină distribuită), iar în a doua (Fig.1b) întru-un punct (forţă concentrată). La locul de aplicare a sarcinii $\vec{p}$, efectul asupra barei este cu totul diferit de la o variantă la cealaltă. Însă, la o distanţă mare de punctul de aplicaţie, spre exemplu în secţiunea situată la distanţa ***a*** de capătul barei sau chiar în încastrare, ambele bare sunt solicitate la fel.

În cazul 1.a:

$$M_i(x) = \frac{px^2}{2}\,, dacă\; x \leq \ell \qquad și \qquad M_i(x) = p\cdot\ell\left(x - \frac{\ell}{2}\right), dacă\; x > \ell$$

În cazul 1.b:

$$M_i(x) = 0\,, dacă\; x < \frac{\ell}{2} \qquad și \qquad M_i(x) = p\cdot\ell\left(x - \frac{\ell}{2}\right), dacă\; x > \frac{\ell}{2}$$

Se vede că pentru *x*> ℓ, adică după depășirea locului în care se aplică sarcina $\vec{p}$, efectul este același.

B3) *Ipoteza lui Bernoulli.* Ipoteza lui Bernoulli sau *ipoteza secţiunilor plane*, precizează că: *o secţiune plană şi normală pe axa barei înainte de deformare, rămâne plană şi normală pe axă şi după deformare* (Fig.2)

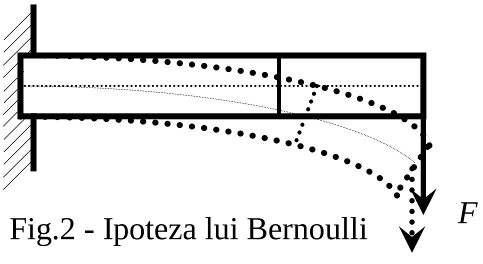

Fig.2 - Ipoteza lui Bernoulli

B4) *Ipoteza stării naturale a corpului,* sau *ipoteza absenţei tensiunilor*, conform căreia, pentru un corp nesolicitat, starea de tensiune şi deformaţie este nulă.

Perfecţionarea mijloacelor de calcul şi de investigare, pot conduce la renunţarea la unele ipoteze sau la introducerea altora noi, mai aproape de stările reale. De aici rezultă caracterul de continuă perfecţionare a metodelor Rezistenţei Materialelor.

COEFICIENŢI DE SIGURANŢĂ. TENSIUNI ADMISIBILE

O piesă corespunde, dacă tensiunile care iau naştere în ea datorită sarcinilor aplicate, nu depăşesc anumite valori limită, stabilite convenţional. Aceste valori limită ale tensiunii sunt corelate cu caracteristicile mecanice ale materialelor.

Tensiunea limită utilizată în calculele de rezistenţă este cunoscută sub denumirea de *tensiune admisibilă* sau *rezistenţă admisibilă. Rezistenţa admisibilă reprezintă valoarea convenţională aleasă în calcul, pe baza practicii, pentru tensiunea maximă care poate apare într-o piesă, în condiţii date de material şi solicitare.*

Rezistenţa admisibilă (σ_a sau τ_a) poate fi definită faţă de o *stare limită periculoasă*, stare care trebuie evitată:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{lim}}{c} \qquad (1)$$

unde:

σ_{lim} – tensiunea corespunzătoare stării limită periculoase

c - coeficient de siguranţă faţă de starea limită periculoasă considerată.

Alegerea unor valori inferioare pentru rezistenţa admisibilă faţă de tensiunea corespunzătoare stării limită periculoase este necesară deoarece:

- cunoaşterea sarcinilor este de cele mai multe ori aproximativă şi o depăşire a acestora este foarte posibilă
- caracteristicile mecanice ale materialelor variază în limite destul de mari, ele fiind influenţate de mulţi factori
- schema aleasă pentru calcul (aplicarea sarcinilor, schematizarea structurii, ipotezele de calcul, etc.) depărtează modelul faţă de cel real.

Pentru calculele de verificare, tensiunea efectivă maximă din elementul de rezistenţă trebuie să fie mai mică sau cel mult egală cu cea admisibilă:

$$\sigma_{ef,max} \leq \sigma_a \qquad (2)$$

Valoarea rezistenţei admisibile este influenţată de foarte mulţi factori: *natura materialului, tratamentele termice aplicate piesei, durata de funcţionare a piesei, modul de acţionare în timp a sarcinilor, felul solicitării, temperatura, gradul de periculozitate în cazul cedării piesei, etc.*

De asemenea, valoarea coeficientului de siguranţă se alege în principal ţinând seama de aceiaşi factori care influenţează şi rezistenţa admisibilă.

Rezistenţele admisibile pentru câteva materiale sunt următoarele:

- pentru OL37, solicitare de întindere, compresiune sau încovoiere: σ_a = 150 MPa
- pentru lemn de brad
    - solicitare de compresiune în lungul fibrelor şi încovoiere: σ_a = 10 MPa
    - tracţiune în lungul fibrelor: σ_a = 7 MPa
    - compresiune perpendicular pe fibre: σ_a = 1,5 MPa
    - forfecare în lungul fibrelor: τ_a = 2 MPa
    - forfecare perpendicular pe fibre: σ_a = 4,5 MPa
- terenuri de fundaţie din pământ uscat sau umed: σ_a = 0,2 ... 0,25 MPa.