Lista 1. Matemática Discreta

Gabriel Martins de Morais

1. a) $A \wedge (B \vee C)$

$V \wedge (F \vee V) = V \wedge V = V$

b) $(A \wedge B) \vee C$

$(V \wedge F) \vee V = F \vee V = V$

c) $\neg(A \wedge B) \vee C$

$\neg(V \wedge F) \vee V = \neg(F) \vee V = V \vee V = V$

d) $\neg A \vee \neg(\neg B \wedge C)$

$\neg(V) \vee \neg(\neg(F) \wedge V) = F \vee \neg(V \wedge V) = F \vee \neg(V)$

$= F \vee F = F$

e) $A \vee \neg(\neg B \vee C)$

$V \vee \neg(\neg F \vee V) = V \vee \neg(V \vee V) = V \vee \neg(V) = V \vee F = V$

2. a) $(A \rightarrow B) \longleftrightarrow \neg A \vee B$

A	B	$\neg A$	$A \rightarrow B$	$\neg A \vee B$	$(A \rightarrow B) \longleftrightarrow \neg A \vee B$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

b) $(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \wedge (B \vee C)$

A	B	C	$(A \wedge B)$	$(A \wedge B) \vee C$	$(B \vee C)$	$A \wedge (B \vee C)$	$(A \wedge B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V	F	F
F	F	F	F	F	F	F	V

c) $(A \to B) \to ((A \vee C) \to (B \vee C))$

$P = A \to B$ $\quad\quad$ $Q = [(A \vee C) \to (B \vee C)]$

A	B	C	P	$A \vee C$	$B \vee C$	Q	$P \to Q$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V

d) $((A \vee B) \wedge \neg C) \to \neg A \vee C$

$P = ((A \vee B) \wedge \neg C)$ $\quad\quad$ $Q = \neg A \vee C$

A	B	C	$A \vee B$	$\neg C$	P	$\neg A$	Q	$P \to Q$
V	V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	F	F	V	F	V	V	V

3. a) $(\forall x)(\exists y)(x + y = x)$

Ex: $2 + 0 = 2$

Verdadeiro, pois o 0 faz parte do conjunto dos números inteiros, assim qualquer x somado a 0 é x.

b) $(\exists y)(\forall x)(y + x = x)$

Ex: $0 + 2 = 2$

Verdadeiro, pois o y pode assumir o valor de 0, qualquer x somado a 0 ~~será x.~~ resulta em x.

c) $(\forall x)(\exists y)(x + y = 0)$

Ex: $2 - 2 = 0$

Verdadeiro, pois todo número inteiro possui o seu oposto que o cancela em uma soma.

d) $(\exists y)(\forall x)(x + y = 0)$

$y + 2 = 0$
$y = -2$

$y + 3 = 0$
$y = -3$

Falso, pois não existe um único número desse conjunto que quando somado a outro o cancele, seria necessário este número ser oposto de todos, coisa que é impossível, até onde eu sei.

4. "Para todo inteiro, existe um inteiro que é maior"

x: é um número inteiro

y: é um número inteiro

$P(x,y)$: $x < y$

$(\forall x)(\exists y)\ P(x,y)$

Verdadeiro, pois, para todo número inteiro vai existir um maior e um outro maior que esse e assim sucessivamente.

5. "Existe um inteiro maior que qualquer outro inteiro que existe"

x: é um número inteiro

y: é um número inteiro

$P(x,y)$: $y < x$

$(\exists x)(\forall y)\ P(x,y)$

Falso, pois, a expressão contradiz o fato do conjunto dos números inteiros ser infinito, já que se ele tivesse um número maior que todos então ~~ele~~ esse conjunto teria fim.

6. a) Algumas pessoas gostam de matemática discreta

P : Pessoa

M(P): Pessoa gosta de matemática discreta

$(\exists p)\, M(p)$

Forma negativa: $\neg[(\exists p)\, M(p)] \Rightarrow (\forall p)\, \neg(M(p))$
Nenhuma pessoa gosta de matemática discreta

b) Todo mundo gosta de chocolate

P : Pessoa

C(p): Pessoa gosta de chocolate

$(\forall p)\, C(p)$

Forma negativa: $\neg[(\forall p)\, C(p)] \Rightarrow (\exists p)\, \neg(C(p))$
Algumas pessoas não gostam de chocolate

c) Todas as pessoas são magras e altas
P: Pessoa
M(p): Pessoa magra
A(p): Pessoa alta

$(\forall p)\, [M(p) \wedge A(p)]$

Forma negativa: $\neg[(\forall p)(M(p) \wedge A(p))] \Rightarrow (\exists p)[\neg M(p) \vee \neg A(p)]$
Algumas pessoas não são magras ou não são altas

d) Algumas fotos são velhas ou estão manchadas.

F: Foto

V(F): A Foto é velha

M(F): A Foto está manchada

$(\exists_F)[V(F) \vee M(F)]$

Forma negativa: $\neg[(\exists_F)(V(F) \vee M(F))] \Rightarrow (\forall_F)[\neg V(F) \wedge \neg M(F)]$

Todas as fotos não são Velhas e não estão manchadas

7. a) Se Annapurna é a distribuidora, então o Jogo é bom. Mas o Jogo não é bom. Portanto Annapurna não é a distribuidora.

$A \rightarrow B \wedge \neg B \rightarrow \neg A$

1. $A \rightarrow B$ hip
2. $\neg B$ hip
3. $\neg A$ 1, 2 mt

b) O peixe apenas nada e come.
Portanto, o peixe nada.

$(N \land C) \to N$

1. $(N \land C)$ hip
2. N 1 simp

c)

$(M \to F) \land (F \to Q) \to (M \to Q)$

1. $M \to F$ hip
2. $F \to Q$ hip
3. M hip
4. F 1, 3 Mp
5. Q 2, 4 Mp

d) $(S \to N) \land (S \to N)$

1. $S \to N$ hip
2. S hip
3. N 1, 2 Mp

8. $\neg A \wedge (B \to C) \to (B \to (A \wedge C))$

1. A hip
2. $B \to C$ hip
3. B hip
4. C 2, 3 Mp
5. $A \wedge C$ 1, 4 Cons

9.

A. O herdeiro é inocente
B. A tesoura estava no vestiário
C. Jack viu a tesoura
D. A tesoura estava lá no dia 17 de outubro
E. A extensão estava na biblioteca

$(\neg A \to B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg D \to \neg C) \wedge [D \to (B \wedge E)] \wedge \neg E \to A$

1. $\neg A \to B$ hip
2. $\neg B \vee C$ hip
3. $\neg D \to \neg C$ hip
4. $D \to (B \wedge E)$ hip
5. $\neg E$ hip
6. $\neg E \vee \neg B$ 5. ad
7. $\neg(E \wedge B)$ 6 De Morgan
8. $B \wedge E$ 7 Com
9. $\neg D$ 4,8 Mt
10. $\neg C$ 3, 9 Mp
11. $B \to C$ 2 cond
12. $\neg B$ 11,10 Mt
13. A 1, 12 Mt

10. a)

A. O código é eficiente

B. O código compila rapidamente

C. O código tem algum bug

$(A \to B) \land (A \lor C) \land \neg B \to C$

1. $A \to B$ hip
2. $A \lor C$ hip
3. $\neg B$ hip
4. $\neg A$ 1,3 Mt
5. C 2,4 Sd

b)

A. Cavalcante levou os quadros
B. Sra. Florence mentiu
C. Foi cometido um crime
D. O Sr. Florence

$[(A \lor B) \to C] \land \neg D \land (C \to D) \to \neg A$

1. $(A \lor B) \to C$ hip
2. $\neg D$ hip
3. $C \to D$ hip
4. $\neg C$ 1,3 mt
5. $\neg(A \lor B)$ 1,4 mt
6. $\neg A \land \neg B$ 5 De Morgan
7. $\neg A$ 6 simp

c) $(\exists x)(\forall y) R(x,y) \to (\forall y)(\exists x) R(x,y)$

1. $(\exists x)(\forall y) R(x,y)$ hip
2. $(\forall y) R(a,y)$ 1 pe
3. $R(a,y)$ 2 pu
4. $(\exists x) R(x,y)$ 3 ge
5. $(\forall y)(\exists x) R(x,y)$ 4 gu

d) $(P(x) \to (\exists y) Q(x,y)) \to (\exists y)(P(x) \to Q(x,y))$

1. $P(x) \to (\exists y) Q(x,y)$ hip
2. $P(x)$ hip temp
3. $(\exists y) Q(x,y)$ 1, 2 mp
4. $Q(x,y)$ 3 pe
5. $P(x) \to Q(x,y)$ retirada hip temp
6. $(\exists y) P(x) \to Q(x,y)$ 5 ge

11. a) $(\forall x)\, P(x) \to (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$

1. $(\forall x)\, P(x)$ hip
2. $P(x)$ 1 pu
3. $P(x) \vee Q(x)$ 2 ad
4. $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$ 3 gu

b) $(\exists x)\, (A(x) \wedge B(x)) \to (\exists x)\, A(x) \wedge (\exists x)\, B(x)$

1. $(\exists x)\, [A(x) \wedge B(x)]$ hip
2. $A(a) \wedge B(a)$ 1 pe
3. $A(a)$ 2 simp
4. $B(a)$ 2 simp
5. $(\exists x)\, A(x)$ 3 ge
6. $(\exists x)\, B(x)$ 4 ge
7. $(\exists x)\, A(x) \wedge (\exists x)\, B(x)$ 5, 6 conj