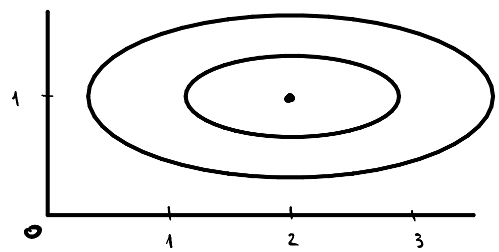
Sea $f(x) = x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_1 - 8x_2$

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 2x_1 - 4 \\ 8x_2 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(x_1 - 2) \\ 8(x_2 - 1) \end{bmatrix} \qquad \nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Como $f(x) = x_1^2 - 4x_1 + 4 + 4x_2^2 - 8x + 4 - 8 = (x_1 - 2)^2 + 4(x_2 - 1)^2 - 8$

Las curvas de nivel de $f(x)$ son elipses



Y el minimizador de f es el punto $(2,1)$ pues $\nabla f((2,1)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ y $\nabla^2 f(x) > 0 \ \forall x$

Si $x^0 = (0,0)$ entonces la suc. $x^{k+1} = x^k - \lambda_k \nabla f(x^k)$ con λ_k la busqueda exacta no puede converger en finitos pasos

Pues si suponemos que $\exists$ k tal que $x^k = x^* = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, entonces resulta que

$$x^k = x^{k-1} - \lambda_{k-1} \nabla f(x^{k-1}) \iff \lambda_{k-1} \nabla f(x^{k-1}) = x^{k-1} - x^k = x^{k-1} - x^*$$

$$\iff \lambda_{k-1} \begin{bmatrix} 2(x_1^{k-1} - 2) \\ 8(x_2^{k-1} - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{k-1} - 2 \\ x_2^{k-1} - 1 \end{bmatrix}$$

Luego esto último vale si $x_1^{k-1} = 2$ ó $x_2^{k-1} = 1$, ya que ambos no pueden ser distintos al mismo tiempo.

Entonces si $x_1^{k-1} = 2$ y $x_2^{k-1} = 1$, resulta que $x^{k-1} = x^k = x^*$ y repitiendo este argumento llegaríamos a $x^0 = x^*$ absurdo.

repitiendo este argumento llegaríamos a $x^0 = x^*$ absurdo.

Si no es este el caso, entonces $x_1^{k-1} = 2$ y $x_2^{k-1} \neq 1$ o $x_1^{k-1} \neq 2$ y $x_2^{k-1} = 1$

Supongamos el primer caso, entonces

$$\nabla f(x^{k-1}) = \begin{bmatrix} 2(x_1^{k-1} - 2) \\ 8(x_2^{k-1} - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \alpha \neq 0.$$

Pero por ejercicio anterior, debe resultar que $\nabla f(x^{k-2}) \perp \nabla f(x^{k-1})$

Así $\nabla f(x^{k-2}) = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix}$ y por lo tanto todo gradiente en los puntos de la suc. deben tener una coordenada nula, pero $\nabla f(x^0) = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix}$ absurdo.

Por lo tanto no puede converger en una cantidad finitas de pasos.